

Приближённое вычисление квадратного корня

Учимся быстро находить близкий корень по полным квадратам.

Приближённые значения в алгебре

/2



Не каждый квадратный корень получается целым числом. Поэтому в заданиях и реальных измерениях часто нужен не точный ответ, а достаточно близкая оценка, которую можно быстро проверить и уточнить.

Что называют квадратным корнем

/3

Определение корня



Квадратный корень из числа — это неотрицательное число, квадрат которого равен исходному. Если $a^2 = b$, то $\sqrt{b} = a$, когда a не меньше нуля.

Простой пример



Например, $\sqrt{49} = 7$, потому что $7^2 = 49$. Здесь легко увидеть связь между числом и тем, какое значение нужно возвести в квадрат.

Корень между целыми



Если число не является полным квадратом, его корень не будет целым. Тогда значение корня находится между двумя соседними целыми числами, между квадратами которых лежит это число.

Что это даёт



Такое понимание помогает быстро прикидывать ответ: сначала находят подходящий промежуток, а затем выбирают более точную оценку для числа без точного целого корня.

Полные квадраты от 1 до 10

Числа	Квадраты
1, 2	1, 4
3, 4	9, 16
5, 6	25, 36
7, 8	49, 64
9, 10	81, 100

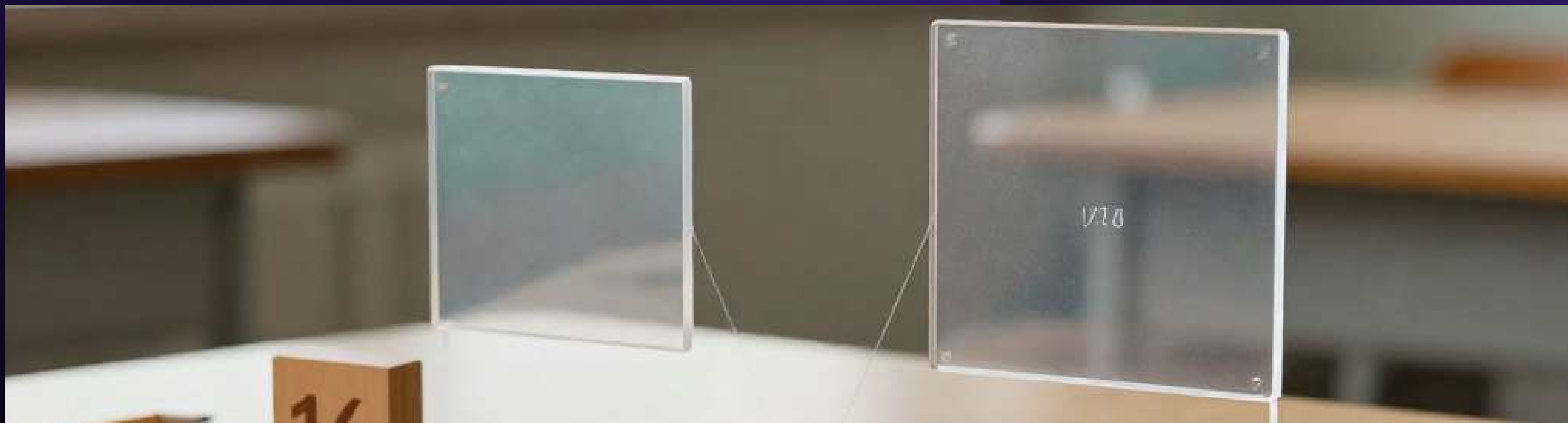
Школьный курс арифметики

Эта таблица показывает основные полные квадраты, которые удобно помнить при оценке корней.

Если число находится между двумя квадратами, его корень лежит между соответствующими целыми числами.

Положение $\sqrt{20}$ между 4 и 5

/5



Соседние квадраты

Число 20 лежит между 16 и 25, а значит, корень из него расположен между 4 и 5. Это сразу даёт первый ориентир без вычислений.

Ближе к 16

20 заметно ближе к 16, чем к 25, поэтому $\sqrt{20}$ ближе к 4, чем к 5. Чем ближе число к квадрату, тем ближе и корень к целому значению.

Числовая прямая

На числовой прямой удобно видеть, как $4^2 = 16$, $5^2 = 25$ и само число 20 занимают соседние позиции. Это помогает понять направление оценки.

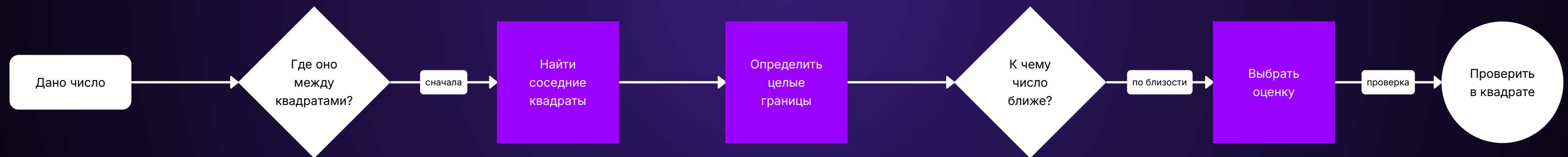
Первый вывод

Для $\sqrt{20}$ можно сразу сказать, что ответ больше 4, но меньше 5. Такая грубая оценка уже полезна, если нужен быстрый и разумный результат.

Как грубо оценить квадратный корень

/6

Алгоритм основан на поиске соседних полных квадратов и проверке результата.



Оценка по близости к полным квадратам

/7

Число 18

18 ближе к 16, чем к 25, поэтому $\sqrt{18}$ ближе к 4, чем к 5. Такой вывод можно сделать быстро, не выполняя сложные вычисления.

Число 24

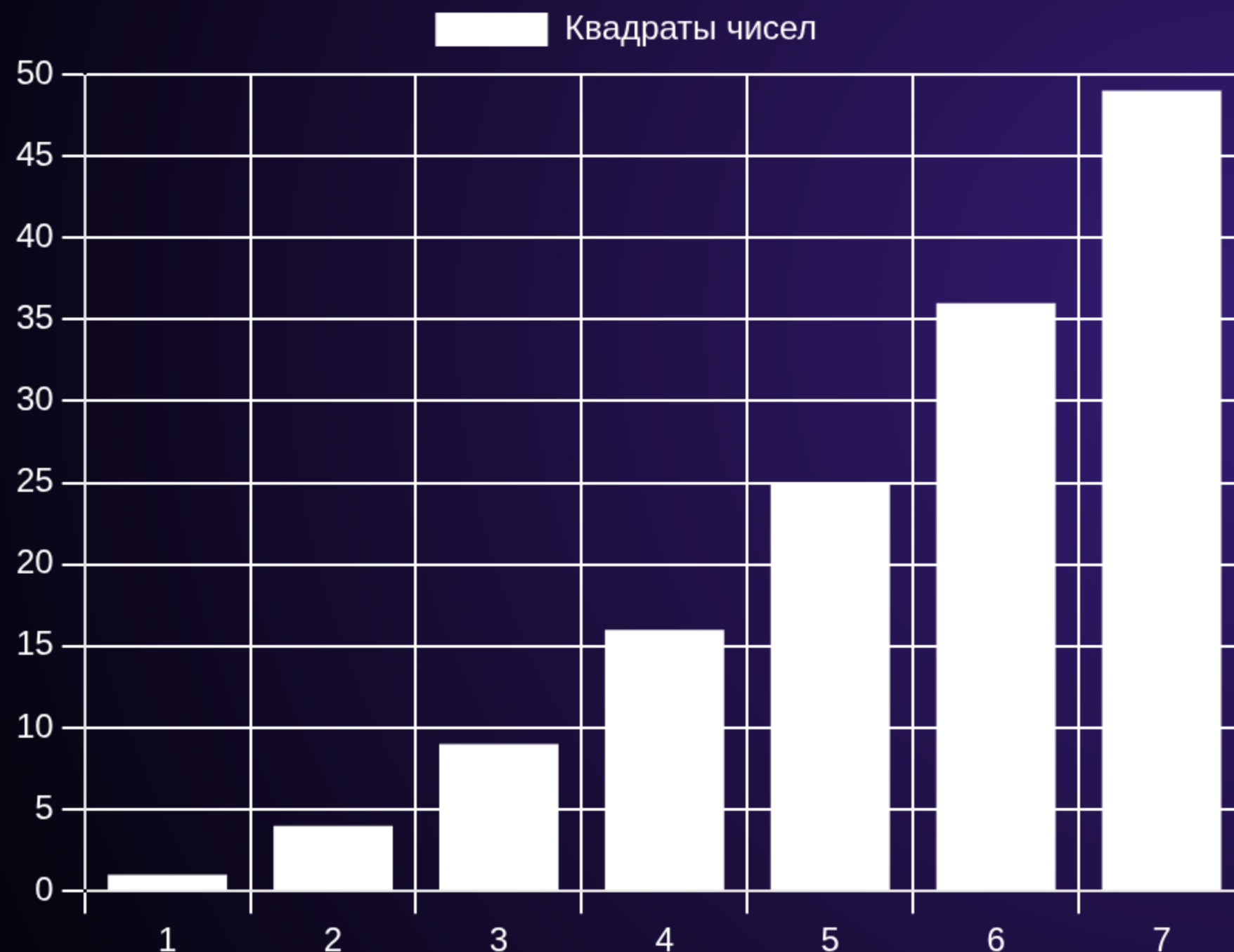
24 очень близко к 25, значит $\sqrt{24}$ тоже близок к 5. Здесь важно не только попасть в нужный промежуток, но и заметить, к какому квадрату число ближе.

Число 50

50 лежит между 49 и 64, поэтому $\sqrt{50}$ немного больше 7. Это показывает, что оценка по соседним квадратам работает и для больших чисел.

Как растут квадраты чисел

/8



Даже небольшое увеличение числа заметно меняет результат возведения в квадрат.

Квадраты растут всё быстрее, поэтому при оценке корня важно учитывать не только порядок, но и близость к соседнему квадрату.

Школьный курс арифметики

Проверка приближённого ответа

/9

01 Возведение в квадрат

Чтобы проверить ответ, его возводят в квадрат и сравнивают с исходным числом. Если значения близки, оценка выбрана удачно.

Пример с 7

Если $\sqrt{50} \approx 7$, то $7^2 = 49$. Это близко к 50, значит оценка разумная, хотя и не совсем точная.

02

03 Более точная проверка

Если взять 7,1, получится $7,1^2 = 50,41$. Это ещё ближе к 50, поэтому такой ответ точнее и лучше отражает исходное число.

Примеры приближённых значений корней

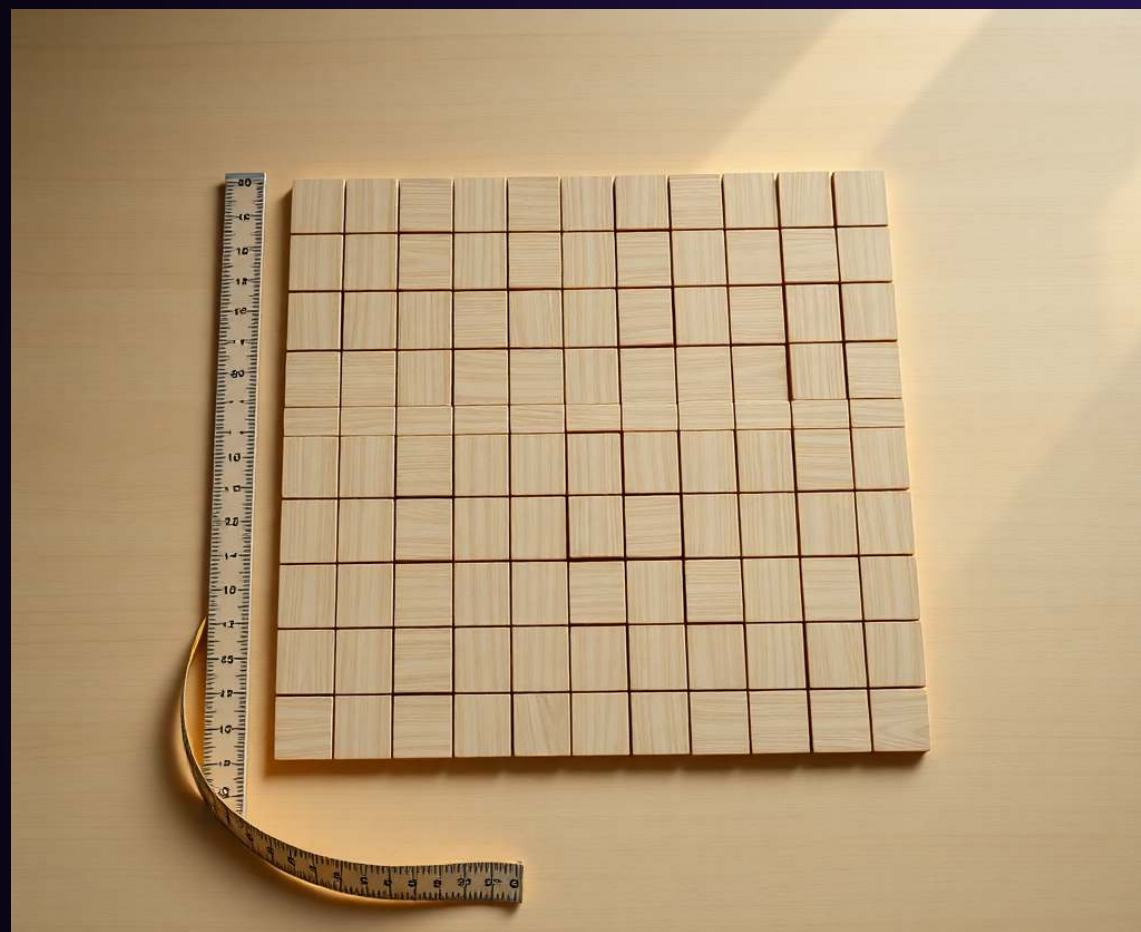
Корень	Квадраты	Приближение
$\sqrt{20}$	16 и 25	4,47
$\sqrt{30}$	25 и 36	5,48
$\sqrt{50}$	49 и 64	7,07
$\sqrt{70}$	64 и 81	8,37

В таблице показаны примеры, где рядом с каждым числом указаны соседние полные квадраты и удобное десятичное приближение.

Десятичное приближение даёт более точный ответ, чем просто целое число, и помогает лучше оценить значение корня.

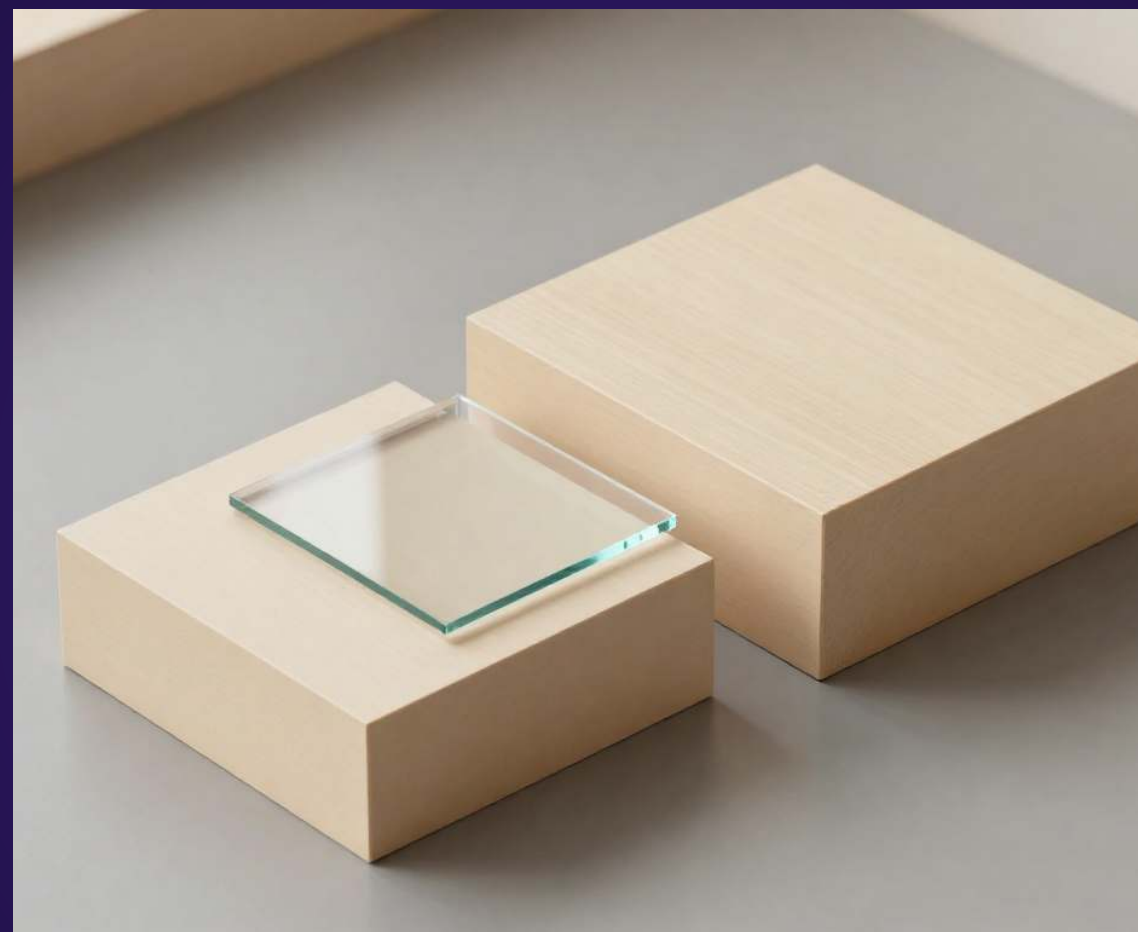
Смысл корня через площадь квадрата

/11



Площадь подсказывает сторону

Если площадь квадрата известна, можно найти его сторону через квадратный корень. Когда площадь равна 20 квадратным единицам, точного целого ответа нет, поэтому приходится искать ближайшее приближение по соседним квадратам.



Число между двумя квадратами

Площадь 20 лежит между 16 и 25, значит сторона квадрата находится между 4 и 5. На рисунке это можно показать как квадрат, который чуть меньше фигуры со стороной 5 и больше фигуры со стороной 4.



Приближение с проверкой

Если взять значение 4,47, то его квадрат почти равен 20. Именно так на практике связывают площадь и длину стороны: сначала оценивают ответ, а затем убеждаются, что вычисление действительно близко к нужному числу.

Приём середины между двумя числами

/12

01 Шаг 1. Найти промежуток

Сначала определяют два соседних целых числа, между которыми находится корень. Это сразу показывает, где искать ответ, и помогает не выходить за нужные границы.

Шаг 2. Взять середину

02

Затем выбирают число посередине, например 4,5 или 7,1. Такое значение удобно быстро проверить и понять, в какую сторону нужно уточнять ответ.

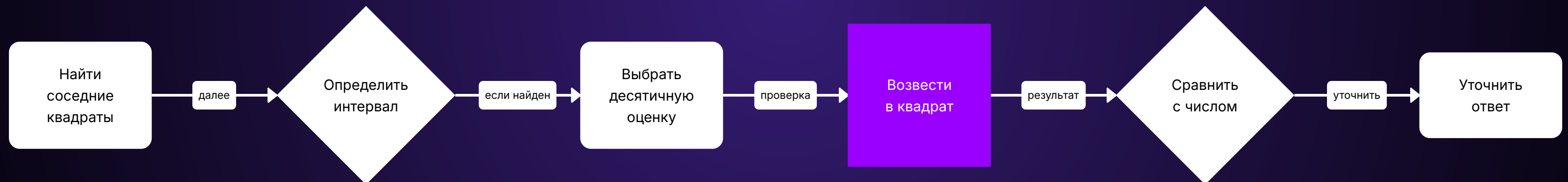
03 Шаг 3. Уточнить направление

После проверки видно, нужно ли уменьшить или увеличить оценку. Для $\sqrt{20}$ получается значение немного меньше 4,5, а для $\sqrt{50}$ — между 7 и 7,1.

Уточнение десятичного приближения

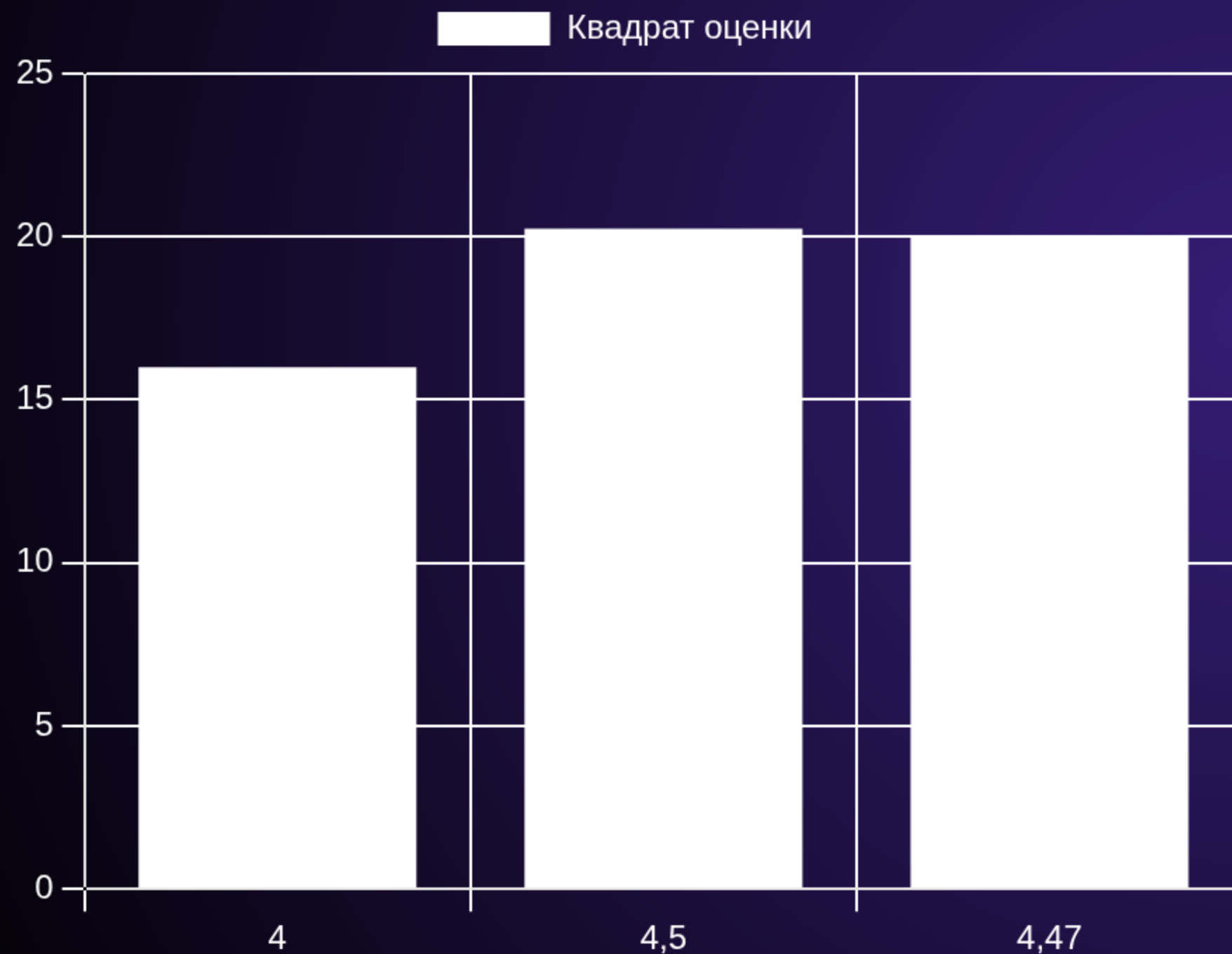
/13

Алгоритм построен на сравнении числа с соседними квадратами и последовательной проверке выбранной оценки.



Сравнение точности оценок для $\sqrt{20}$

/14



Чем ближе квадрат оценки к 20, тем точнее приближение. Здесь особенно хорошо видно, что даже небольшое уточнение заметно улучшает результат.

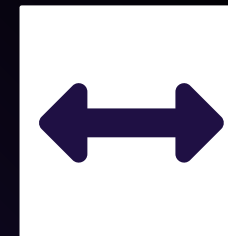
Оценка 4,47 почти совпадает с нужным значением, поэтому десятичное приближение намного точнее целого числа 4.

Школьный пример вычисления квадратного корня; значения получены возведением в квадрат.

Типичные ошибки при нахождении корня

/15

Берут слишком далёкие числа



Нельзя сравнивать число с неподходящими квадратами вроде 9 и 64. Полезно искать именно соседние значения, которые сразу ограничивают ответ.

Путают корень и квадрат



Некоторые записывают $\sqrt{20}$ как 20, забывая, что корень — это число, которое нужно возвести в квадрат, чтобы получить исходное значение.

Не делают проверку



Даже хорошая устная оценка требует проверки. Возведение выбранного числа в квадрат быстро показывает, насколько ответ близок к исходному числу.

Сравнение способов приближённого вычисления

Способ	Скорость	Точность	Удобство
Соседние квадраты	быстро	средняя	высокое
Числовая прямая	быстро	средняя	высокое
Середина между числами	очень быстро	средняя	высокое
Проверка квадратом	чуть медленнее	высокая	среднее

Сравнение учебных приёмов по теме приближённого вычисления квадратного корня.

Разные приёмы дают разную скорость и точность. Важно выбрать способ, который подходит для конкретной задачи и времени на вычисление.

Самый практичный подход — сначала получить быструю оценку, а затем уточнить её проверкой возведением в квадрат.

Где встречаются приближённые корни

/17

Геометрия

При построении фигур корни помогают находить диагонали и расстояния. Например, диагональ квадрата со стороной 1 равна $\sqrt{2}$, то есть примерно 1,41.



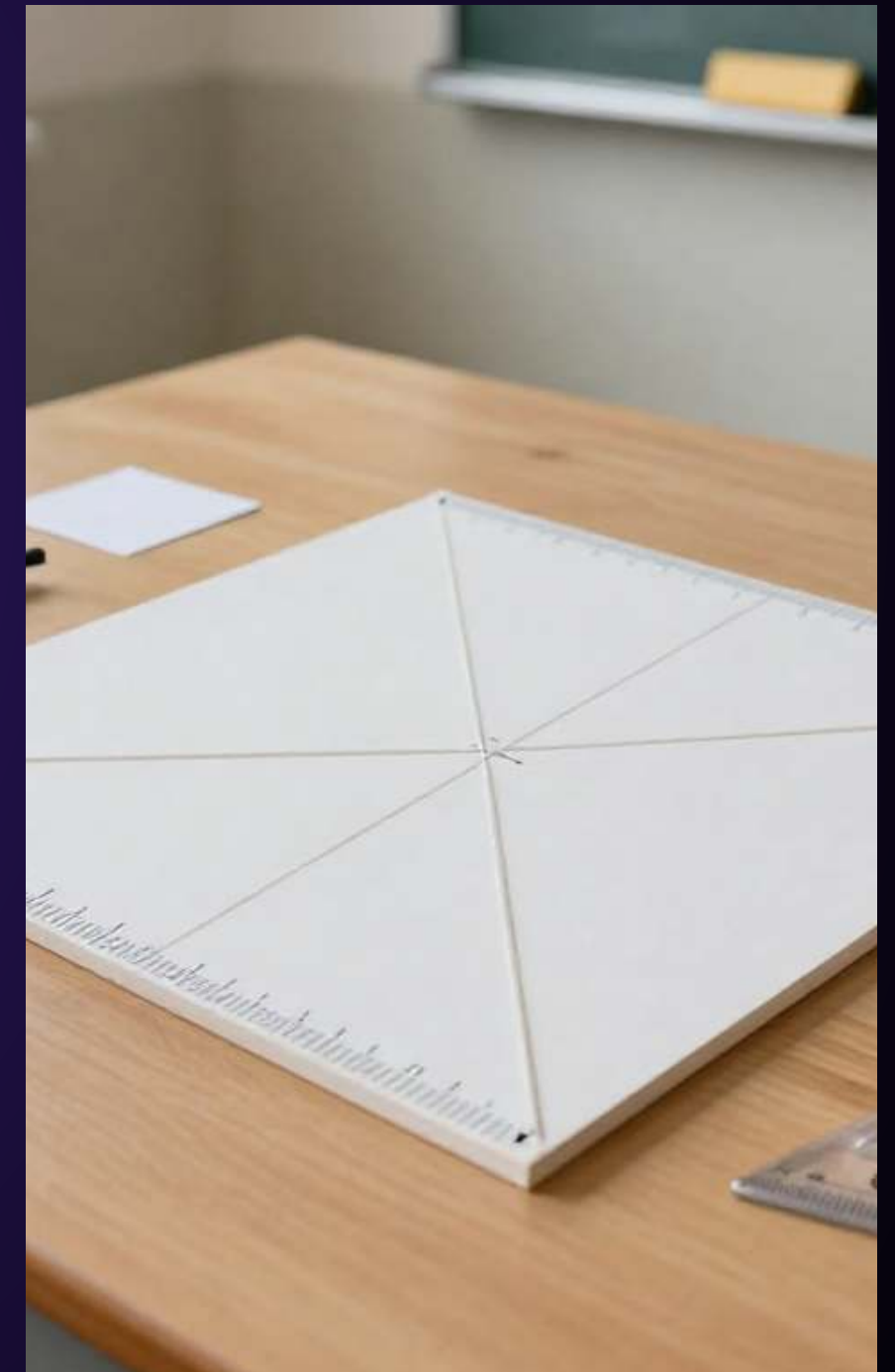
Измерения

В задачах с длиной, площадью и размерами часто достаточно близкого ответа. Приближённый корень помогает быстро оценить величину, не тратя время на сложные вычисления.



Строительство и техника

При расчётах деталей, чертежей и размеров важна разумная точность. Здесь приближённые корни позволяют получать практичный результат, который удобно использовать в работе.



Области применения в реальных задачах

/18

Геометрия Измерения Техника Спорт



На уроках и в практике корень чаще всего нужен там, где приходится быстро оценивать расстояния, размеры и результаты измерений.

Приближённые корни полезны в разных сферах, потому что дают достаточно точный ответ без долгих вычислений.

Иллюстративное распределение учебных примеров по теме.

Мини-правила для запоминания

/19

2. Выбери ближнее значение



Если число ближе к меньшему квадрату, корень ближе к меньшему целому числу. Если ближе к большему, ответ тоже смещается вверх.

1. Найди соседние квадраты



Сначала определи, между какими полными квадратами находится число. Это сразу показывает, между какими целыми числами лежит корень.

3. Проверь десятичную оценку



Чтобы получить более точный результат, возведи выбранное число в квадрат. Так легко понять, нужно ли уточнить ответ ещё сильнее.

**Что важно
запомнить**

Приближённый квадратный корень находят через соседние квадраты, числовую прямую и проверку возведением в квадрат. Этот приём помогает быстро получать разумный ответ и уверенно решать задачи.