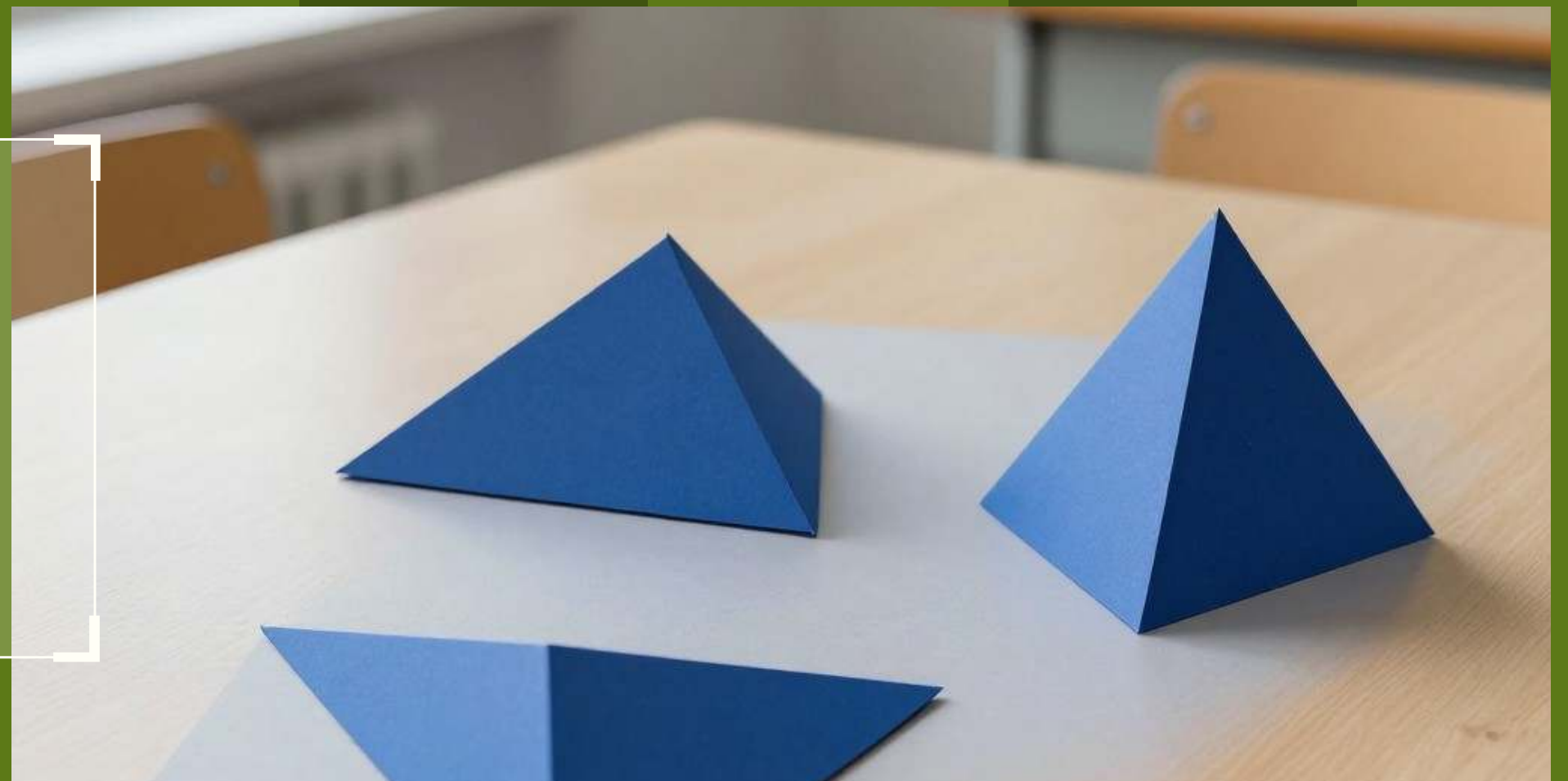


# Геометрические движения: преобразования фигур на плоскости

Фигуры меняют положение, но сохраняют форму, размеры и точные расстояния.



# Почему движения важны в геометрии

Движения помогают сравнивать фигуры, доказывать равенство элементов и находить симметрию. Они делают построения на плоскости понятнее и дают удобный язык для задач с координатами и чертежами, особенно в 9 классе.



# // Что называется геометрическим движением

## Сохранение расстояний

Геометрическое движение — это преобразование плоскости, при котором расстояние между любыми двумя точками не меняется. Поэтому фигура после движения не искажается, а только занимает другое положение.

## Соответствие точек

Если точки  $A$  и  $B$  переходят в  $A_1$  и  $B_1$ , то выполняется равенство  $A_1B_1 = AB$ . Каждая точка исходной фигуры имеет свой точный образ, найденный по правилам преобразования.

## Равенство фигур

Образ фигуры при движении равен исходной фигуре. Значит, соответствующие стороны, углы, периметр и площадь сохраняются, а обе фигуры можно совместить наложением.

## Новая позиция

Движение не создаёт новую форму, а лишь перемещает её на плоскости. Именно поэтому в задачах важно отличать изменение положения от изменения размеров или пропорций.

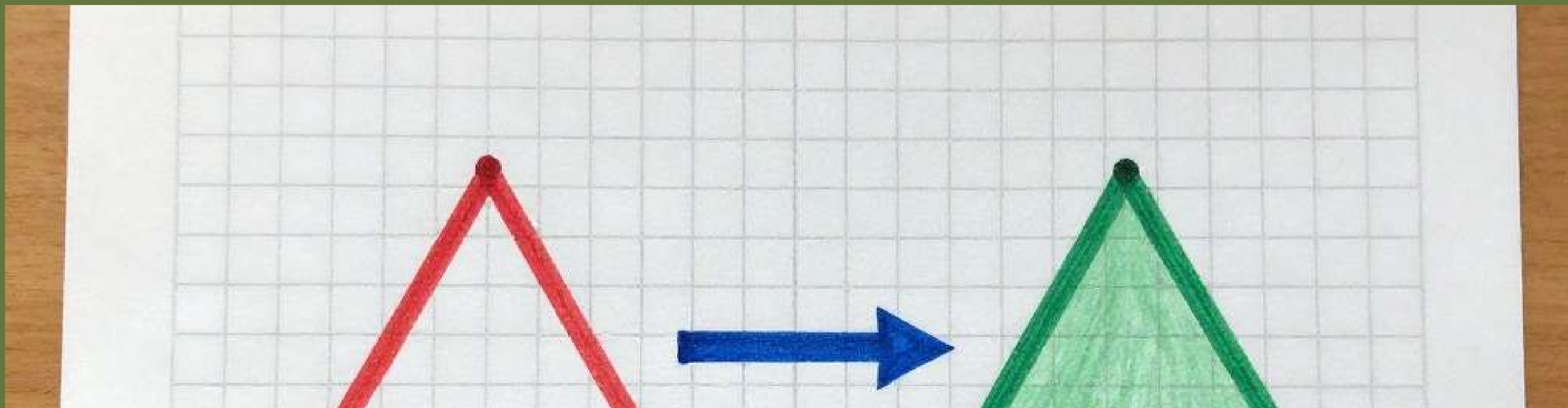
# // Основные виды геометрических движений

В таблице показаны четыре главных вида движения, их смысл и характерный пример.

Все виды движения сохраняют размеры фигуры, но по-разному изменяют её положение на плоскости.

| Вид                   | Суть                          | Пример              |
|-----------------------|-------------------------------|---------------------|
| Перенос               | Сдвиг по вектору              | вправо и вверх      |
| Поворот               | Вращение вокруг центра        | стрелка часов       |
| Осевая симметрия      | Отражение относительно прямой | буква А             |
| Центральная симметрия | Отражение относительно точки  | точки на окружности |

# // Параллельный перенос и его образ



## Вектор переноса

Параллельный перенос задаётся вектором, который определяет направление и длину смещения. У всех точек фигуры одинаковый сдвиг, поэтому её форма и размеры остаются прежними.

01

## Одинаковое смещение

Если перенести треугольник, каждая вершина переместится на один и тот же вектор. Отрезки, соединяющие исходные и новые точки, будут параллельны и равны друг другу.

02

## Сохранение фигуры

После переноса стороны остаются параллельными исходным, а углы — равными. Поэтому образ и исходная фигура полностью совпадают по виду, но располагаются в разных местах.

03

## Работа на клетках

На клетчатой бумаге перенос удобно строить по числу клеток вправо, влево, вверх или вниз. Такой способ помогает быстро получить точный образ фигуры без измерений.

04

# // Что сохраняется при движениях

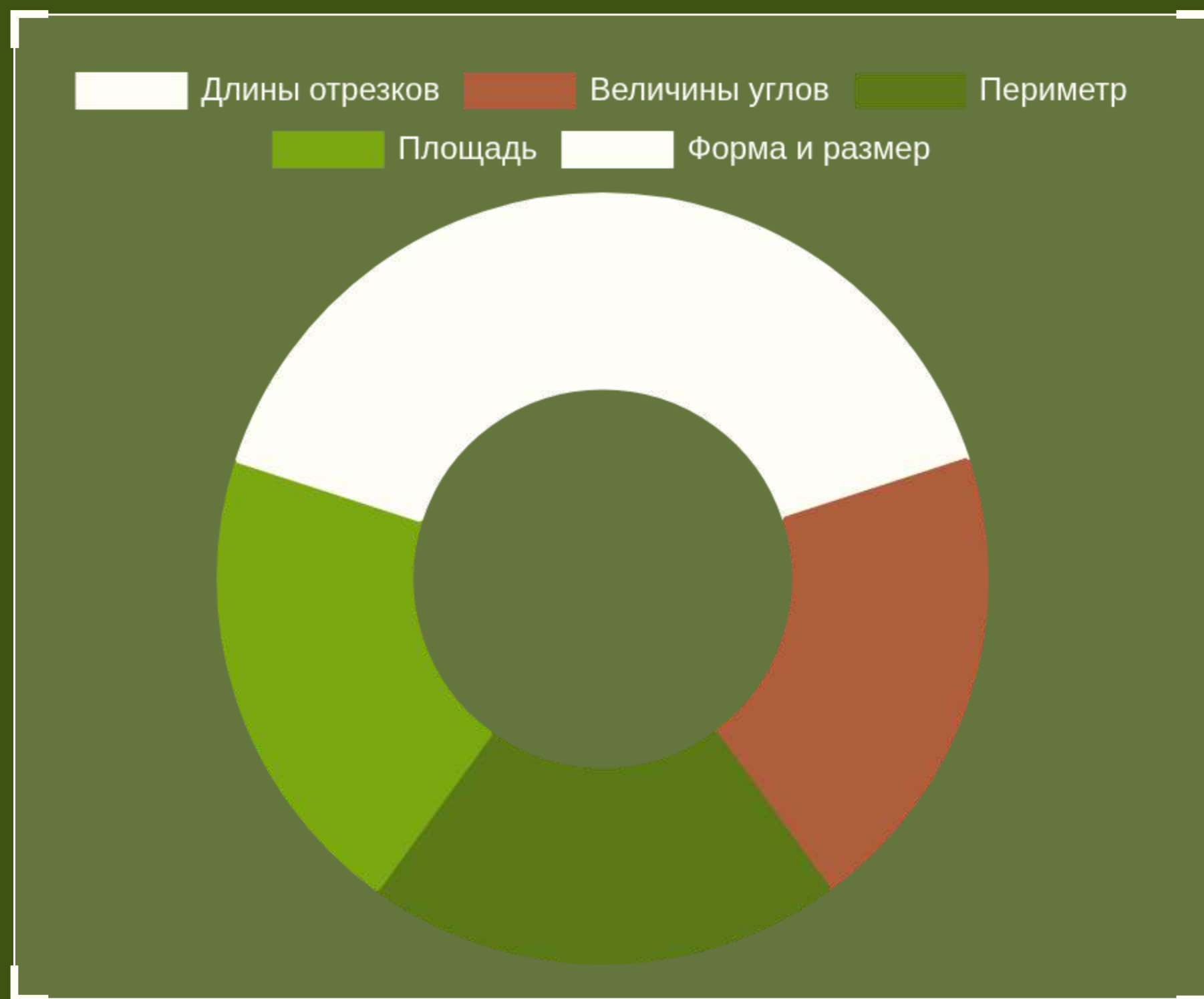
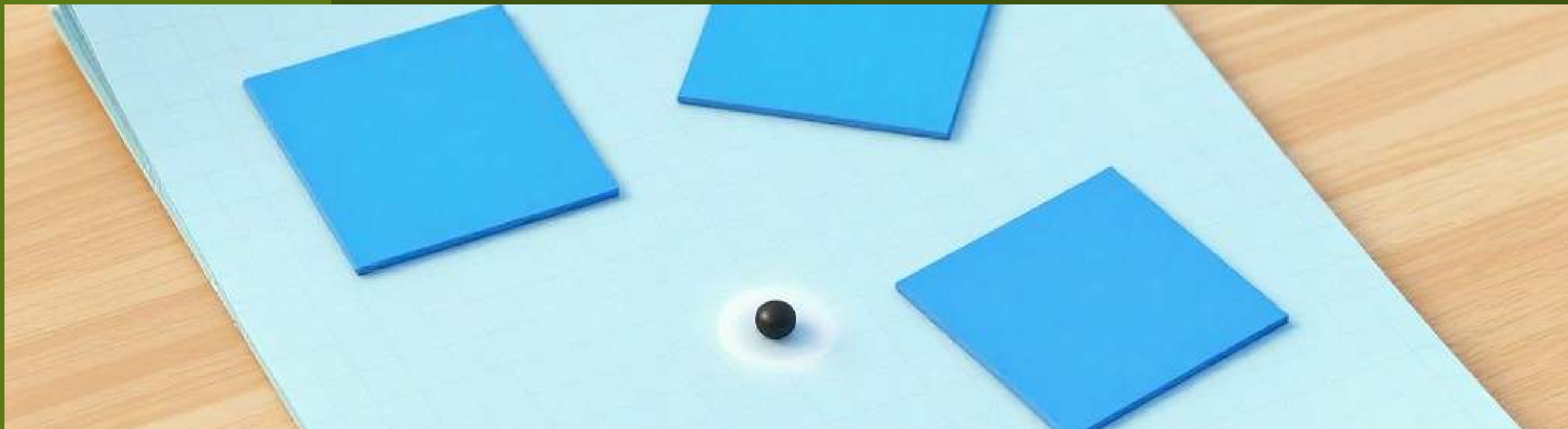


Диаграмма подчёркивает, что движение не меняет главные измеримые свойства фигуры и позволяет сравнивать её с исходным образцом без искажений.

Все перечисленные свойства сохраняются одновременно, поэтому движение рассматривают как преобразование, при котором фигуры остаются равными.

Тема «Геометрические движения»,  
школьная геометрия

# // Поворот на плоскости



## 01 Центр поворота

Поворот всегда выполняется вокруг одной точки — центра. Каждая вершина фигуры переходит в новое положение, но расстояние от неё до центра остаётся тем же.

## 02 Угол и направление

Важны величина угла и направление вращения: по часовой стрелке или против неё. Именно они определяют, где окажется образ фигуры после поворота.

## 03 Частные случаи

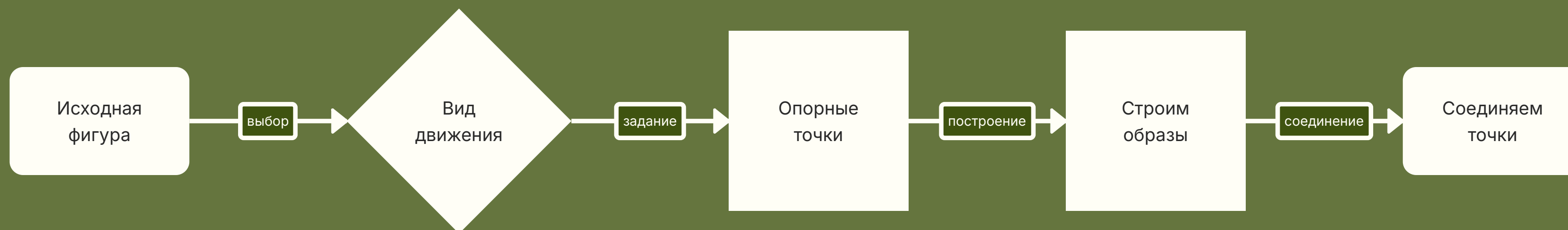
Особенно часто используют поворот на  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  и  $270^\circ$ . Эти варианты удобны в задачах на клетчатой бумаге, потому что их легко строить и проверять.

## 04 Связь с симметрией

Поворот на  $180^\circ$  совпадает с центральной симметрией относительно того же центра. Поэтому оба преобразования приводят к одинаковому результату для каждой точки фигуры.

# // Построение образа фигуры при движении

Последовательность шагов при работе с переносом, поворотом и симметриями



# // Осевая симметрия

## Отражение относительно прямой

Осевая симметрия строится относительно прямой, которая называется осью. Фигура как будто отражается в «зеркале», а её части оказываются по разные стороны от этой прямой.

## Равные расстояния

Точка и её образ лежат на одном перпендикуляре к оси и находятся от неё на одинаковом расстоянии. Благодаря этому фигура сохраняет размеры и точные очертания.

## Как узнают симметрию

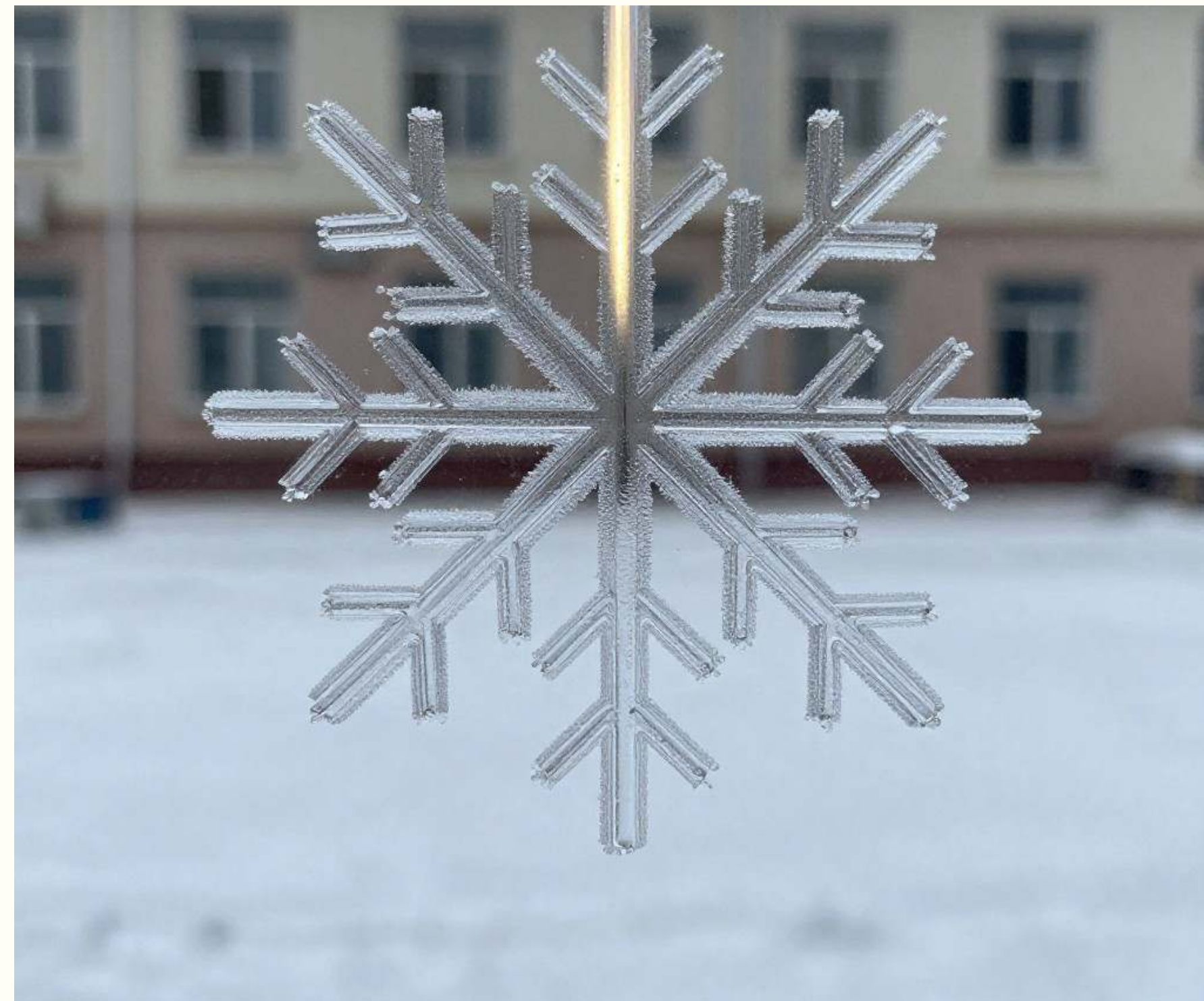
Если соответствующие точки расположены зеркально и соединяющий их отрезок перпендикулярен оси, то фигура симметрична. Этот признак удобно проверять в задачах на построение.

## Примеры в жизни

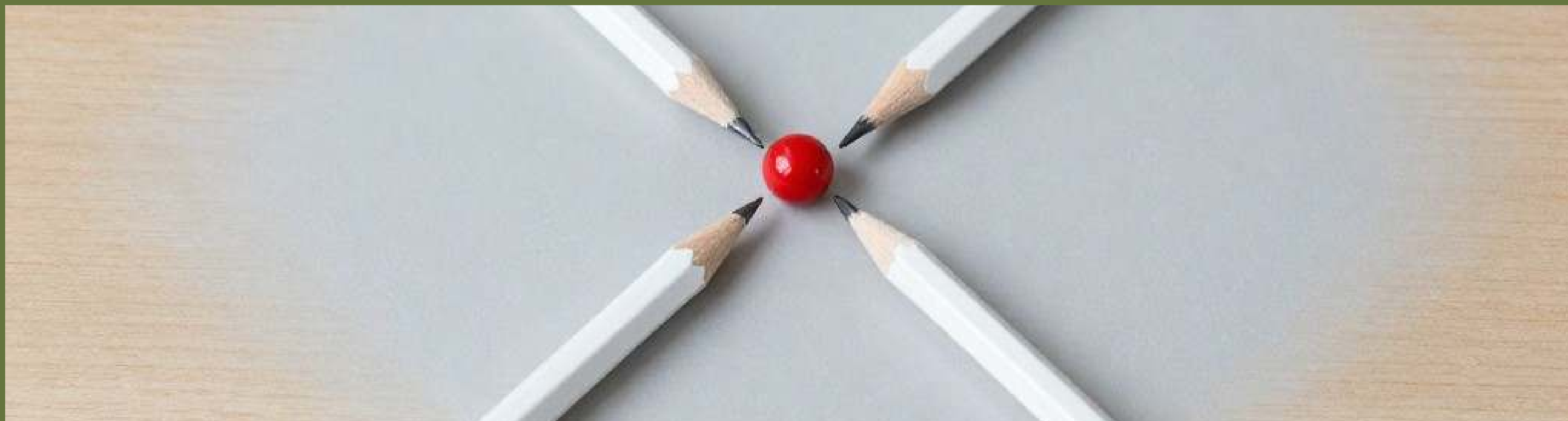
Осевая симметрия встречается в листьях, снежинках, буквах Ж, М, Т, а также в орнаментах, фасадах и дорожных знаках, где важна аккуратная одинаковость частей.

## Зачем она нужна

Знание осевой симметрии помогает строить чертежи, находить недостающие элементы рисунка и быстро проверять, совпадают ли две части фигуры после отражения.



# // Центральная симметрия и симметрия относительно точки



## Точка-центр

При центральной симметрии все точки фигуры переходят через один центр. Новая точка лежит на той же прямой, но по другую сторону от центра.

01

## Середина отрезка

Центр симметрии является серединой отрезка, соединяющего точку и её образ. Это главное свойство помогает быстро строить симметричные точки и проверять правильность построения.

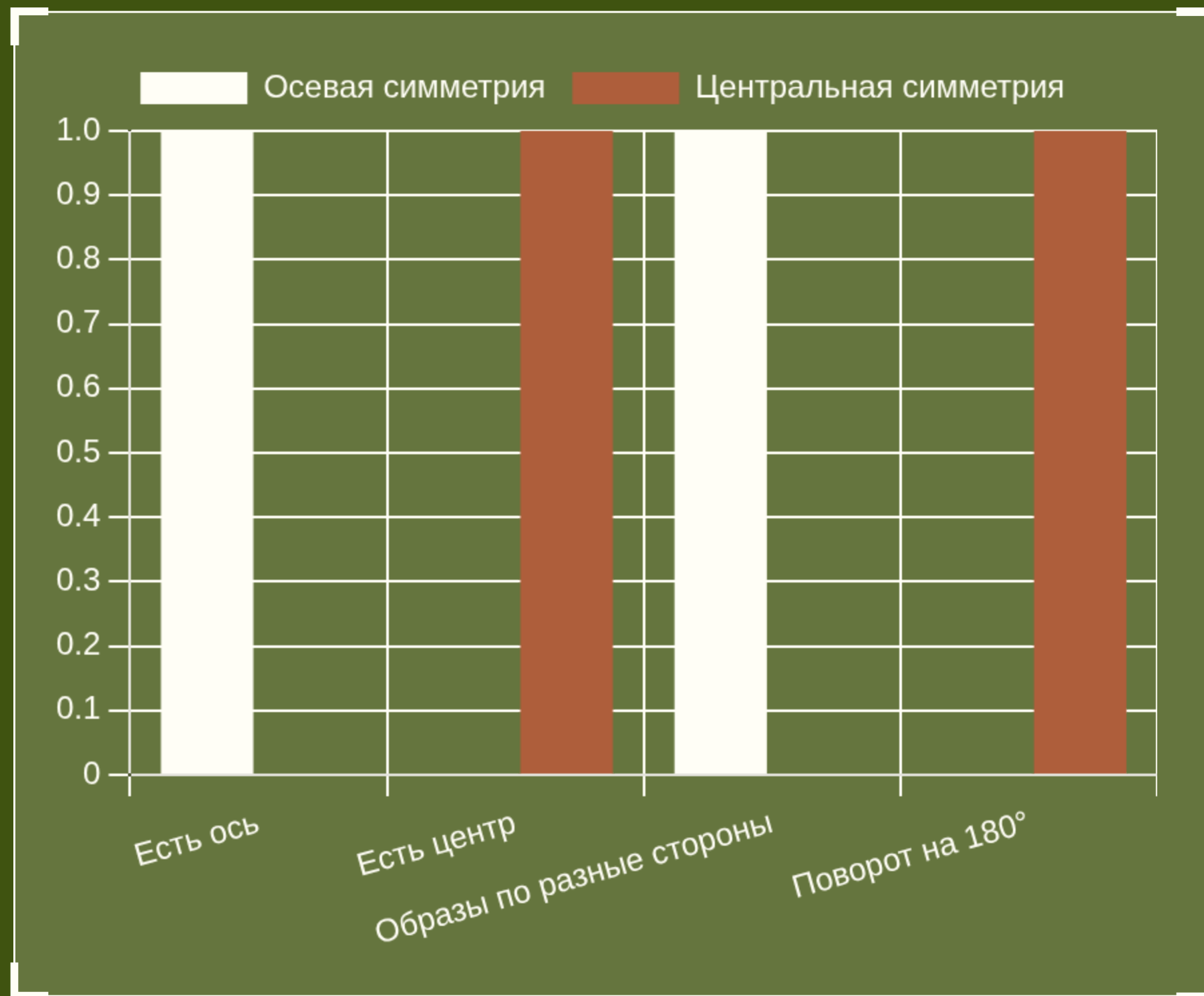
02

## Поворот на $180^\circ$

Центральную симметрию можно рассматривать как поворот на  $180^\circ$  вокруг центра. Поэтому фигура после такого преобразования сохраняет форму, размеры и взаимное расположение частей.

03

# // Сравнение осевой и центральной симметрии



Обе симметрии сохраняют расстояния, но задаются разными опорными объектами: прямой или точкой. Это помогает быстро выбирать нужное построение.

Осевая симметрия связана с отражением относительно прямой, а центральная — с поворотом на  $180^\circ$  вокруг точки.

Учебный материал по геометрии, 9 класс

# // Координатное описание движений



## Симметрия относительно $Ox$

При отражении относительно оси  $Ox$  абсцисса остаётся той же, а ордината меняет знак. Точка переходит в зеркальное положение над или под осью.



## Симметрия относительно $Oy$

При отражении относительно оси  $Oy$  меняется знак абсциссы, а ордината сохраняется. Образ находится на той же высоте, но по другую сторону от оси.



## Симметрия относительно начала

При центральной симметрии относительно начала координат обе координаты меняют знак. Точка и её образ лежат на одной прямой с началом координат.



## Удобство формул

Координатные правила позволяют строить образы фигур без рисунка. Достаточно преобразовать координаты вершин, а затем соединить новые точки в том же порядке.

# // Формулы основных преобразований в координатах

Краткая таблица показывает, как меняются координаты точки при разных движениях, и помогает быстро применять правила в задачах.

Формулы показывают, что для симметрий меняется знак координат, а при переносе к точке добавляется один и тот же вектор.

| Вид       | Правило      | Пример                        |
|-----------|--------------|-------------------------------|
| Перенос   | $(x+a; y+b)$ | $(2; 1) \rightarrow (5; 3)$   |
| Ось $Ox$  | $(x; -y)$    | $(4; 2) \rightarrow (4; -2)$  |
| Ось $Oy$  | $(-x; y)$    | $(4; 2) \rightarrow (-4; 2)$  |
| Центр $O$ | $(-x; -y)$   | $(4; 2) \rightarrow (-4; -2)$ |

## // Свойства фигур после движения

01.

### Равные стороны

После движения каждая сторона переходит в отрезок той же длины. Поэтому у исходной фигуры и её образа совпадают все линейные размеры.

02.

### Равные углы

Углы не меняют величину при любом движении. Это позволяет сравнивать треугольники и многогранные фигуры по соответствующим элементам.

03.

### Сохранение площади и периметра

Периметр и площадь остаются прежними, потому что движение не растягивает и не сжимает фигуру. Меняется только её положение на плоскости.

04.

### Совпадение фигур

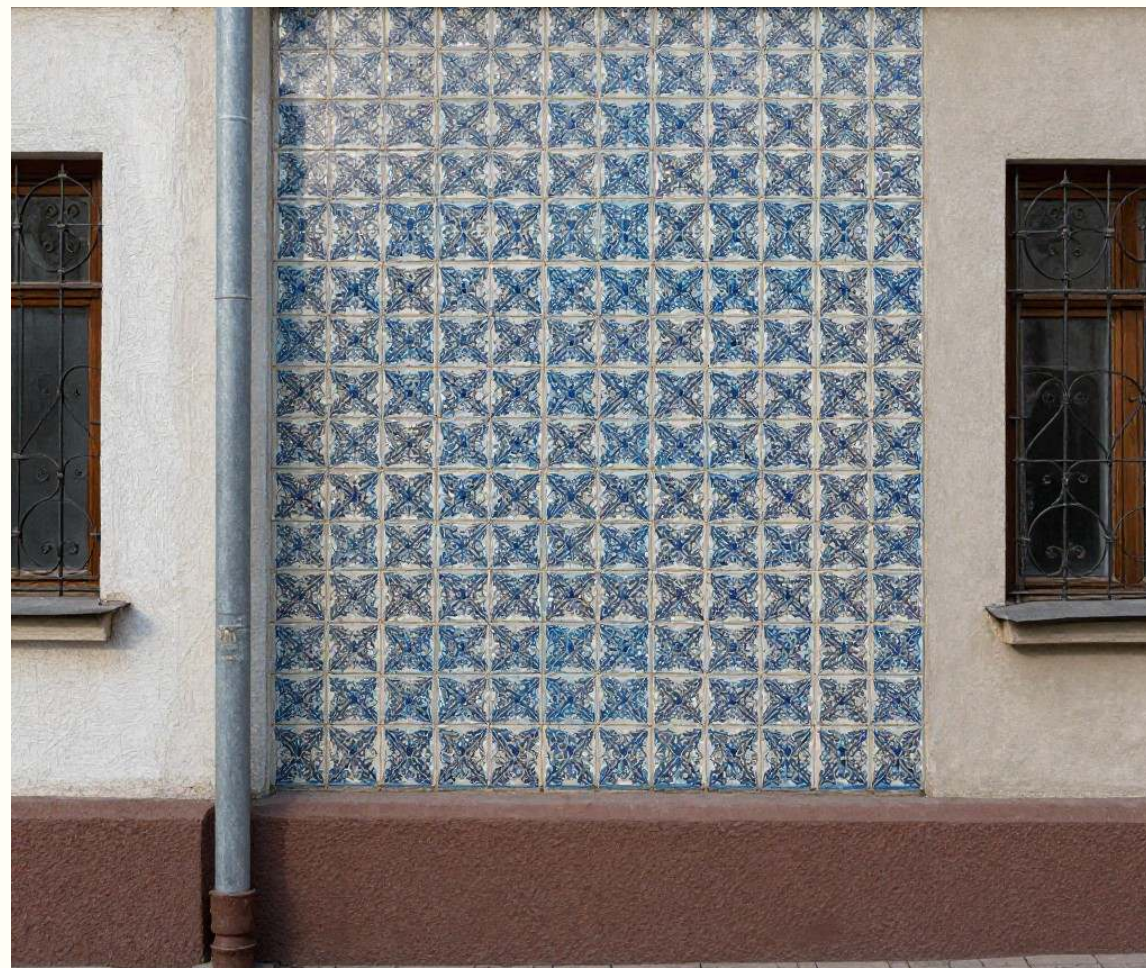
Если совместить фигуру с её образом, они полностью наложатся друг на друга. Именно поэтому такие фигуры называют равными.

# // Симметрия в окружающем мире



## Природа как подсказка

Листья, снежинки и крылья бабочки часто имеют заметную симметрию. Она помогает увидеть, что одинаковые части расположены по обе стороны от линии или вокруг центра, а значит, их можно объяснить движением.



## Орнаменты и здания

В узорах плитки, фасадах домов и декоративных решётках симметрия создаёт порядок и ритм. Повторение одного элемента с помощью отражения или поворота делает рисунок аккуратным и легко узнаваемым.



## Знаки и эмблемы

Дорожные знаки, логотипы и эмблемы часто строят так, чтобы они были понятны с первого взгляда. Симметрия делает изображение устойчивым, а также помогает быстро заметить, где находятся равные части.

## // Где используются движения в задачах



В разных типах задач движения помогают не только строить, но и проверять правильность ответа. Особенно полезны они при работе с треугольниками и симметрией.

Чаще всего движения нужны там, где важно сравнить фигуры и доказать их равенство без лишних вычислений.

Учебная схема для презентации по теме «Движения»

# // Композиция движений

## Два шага подряд

Композиция означает, что фигуру последовательно преобразуют несколько раз. Каждый новый шаг применяется уже к полученному образу, а не к исходной фигуре.

## Результат остаётся равным

Даже после нескольких движений фигура не теряет длины, углы и площадь. Поэтому её образ всегда равен исходной фигуре, хотя положение меняется.

## Новое движение из двух отражений

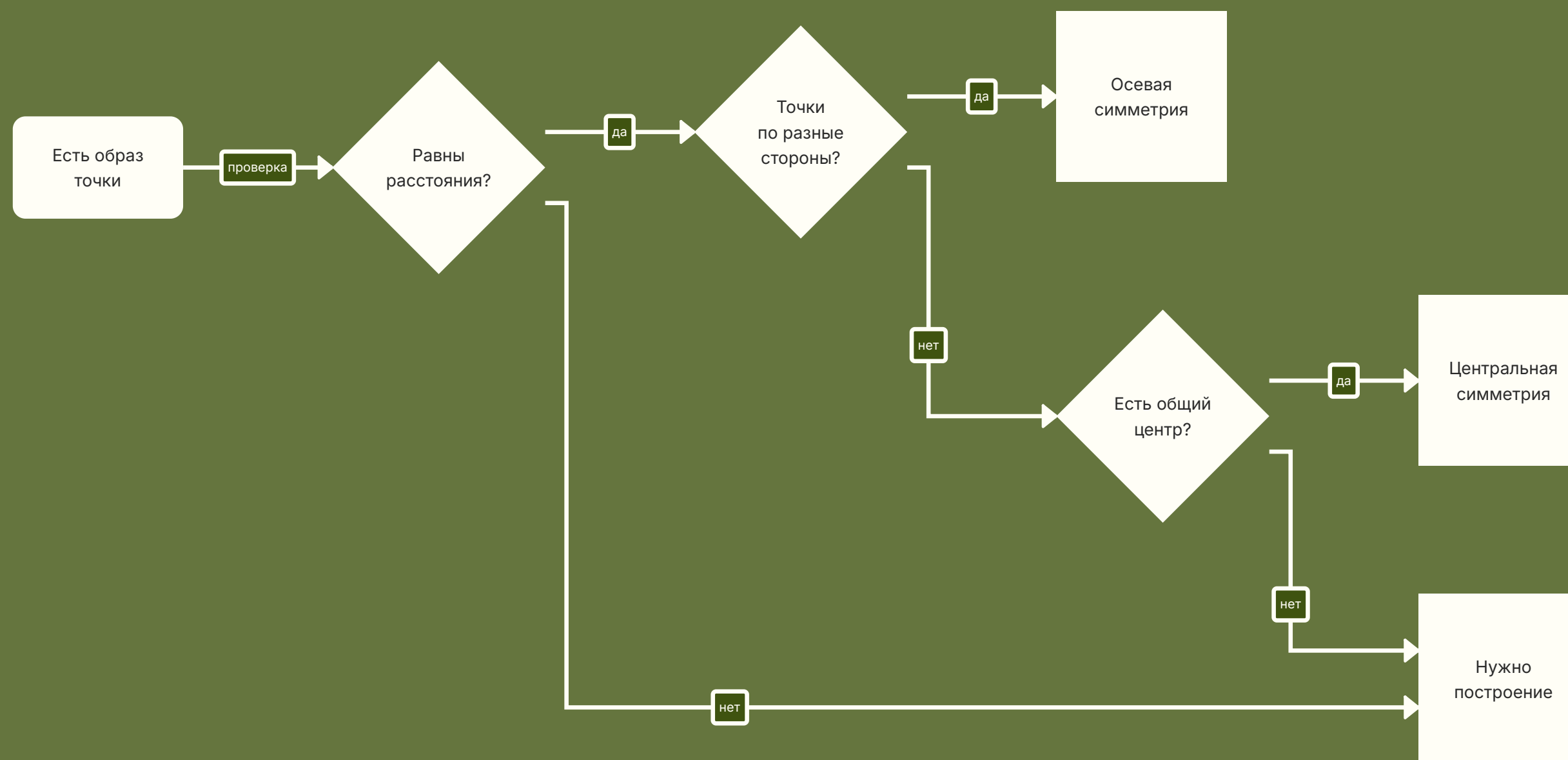
Если отразить фигуру относительно пересекающихся прямых, получится поворот. Если прямые параллельны, два отражения дают параллельный перенос.

## Удобство в задачах

Композиции помогают заменить сложное построение более простым. Иногда достаточно заметить, какие два движения уже скрыты в условии задачи.

# // Как распознают вид симметрии в задаче

Последовательность проверки признаков симметрии по расстояниям и положению точек



# // Краткий словарь по теме движений

Таблица объясняет основные термины темы и показывает, как каждый из них связан с простым примером.

Знание терминов помогает точно читать условия задач и выбирать нужное преобразование без путаницы между видами симметрии.

| Термин          | Определение          | Пример            |
|-----------------|----------------------|-------------------|
| Движение        | Сохраняет расстояния | Поворот           |
| Ось симметрии   | Прямая отражения     | Линия на бабочке  |
| Центр симметрии | Точка отражения      | Середина фигуры   |
| Вектор          | Направленный отрезок | Сдвиг на 3 клетки |

# Что важно запомнить о движениях

Движения сохраняют форму и размеры фигур, поэтому позволяют сравнивать их без искажений. Эти преобразования удобны для построений, координат и поиска симметрии в задачах и окружающем мире.