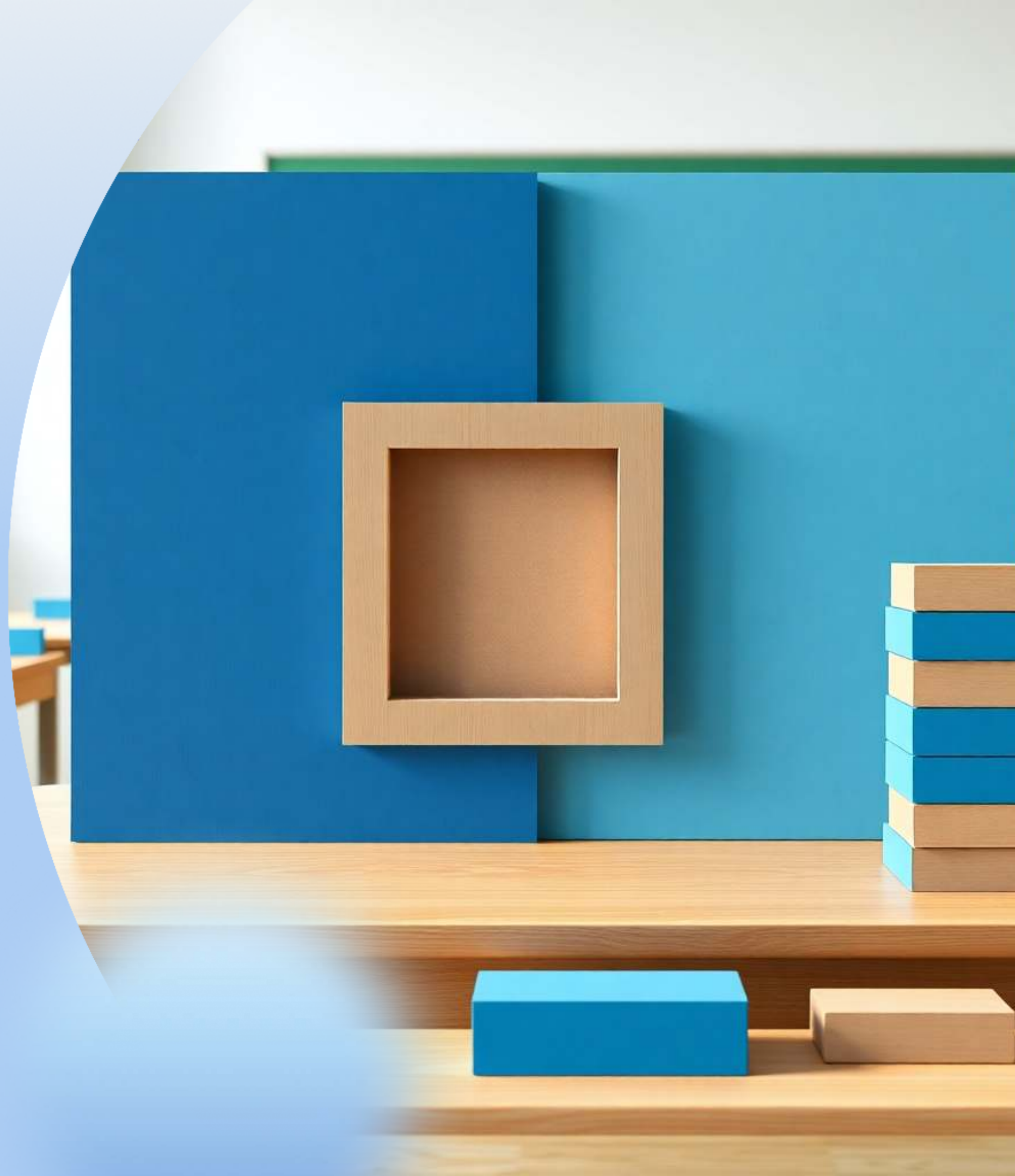


Формула разности квадратов: быстрый способ разложения

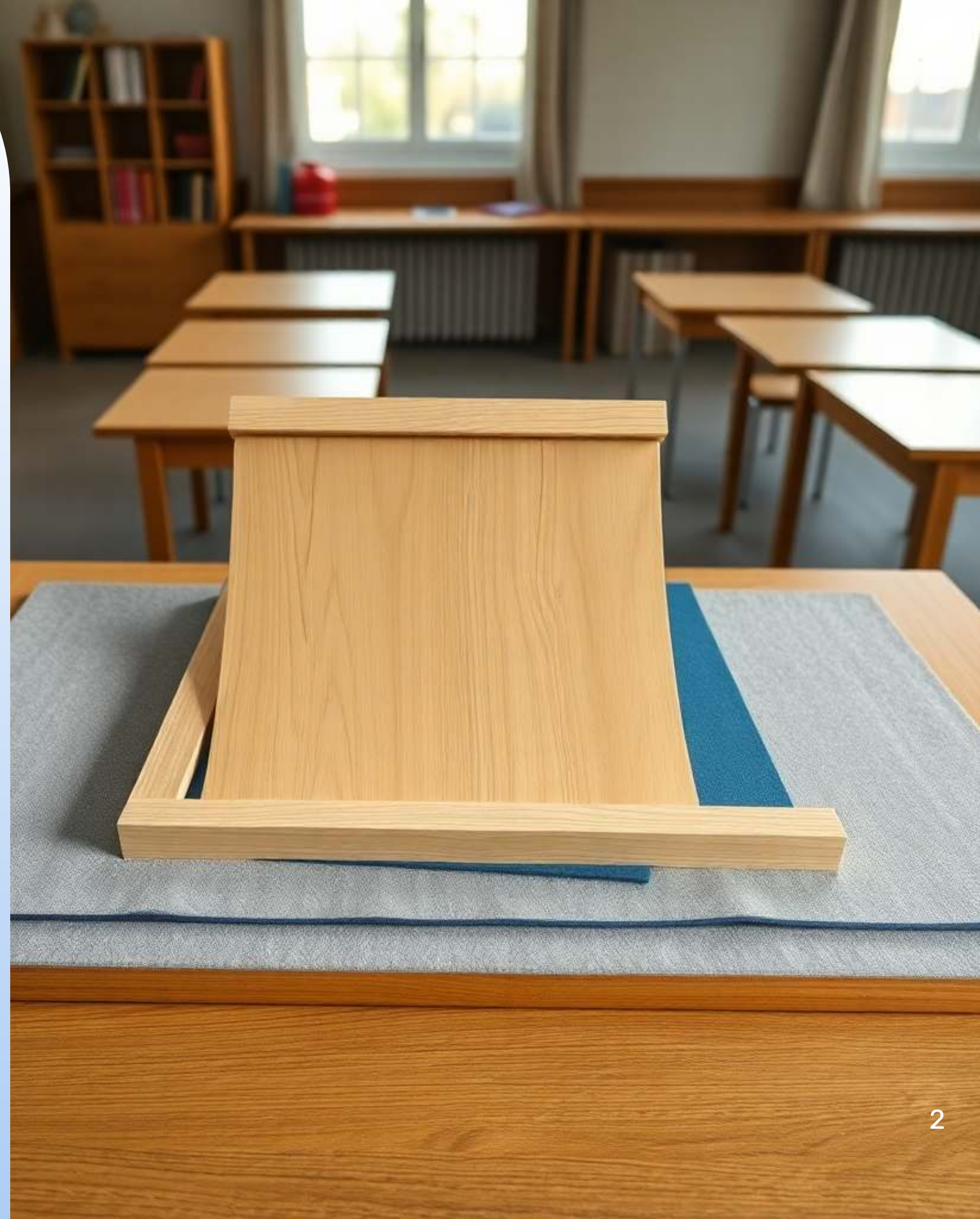
Разность квадратов: узнаём, доказываем,
применяем.



Разность квадратов в алгебре



Эта формула помогает быстро превращать разность двух квадратов в произведение двух скобок. Она полезна при разложении выражений, упрощении дробей и решении уравнений в 7 классе.



В формуле разности квадратов именно две скобки показывают, как одно выражение распадается на сумму и разность.

2

скобки появятся после преобразования разности квадратов в произведение.

Алгебраическое тождество $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Геометрический смысл формулы

:::



+ Два квадрата

Если из площади большого квадрата вычесть площадь меньшего, остаётся фигура, которую можно разложить на части и представить через произведение двух размеров.

+ Прямоугольная связь

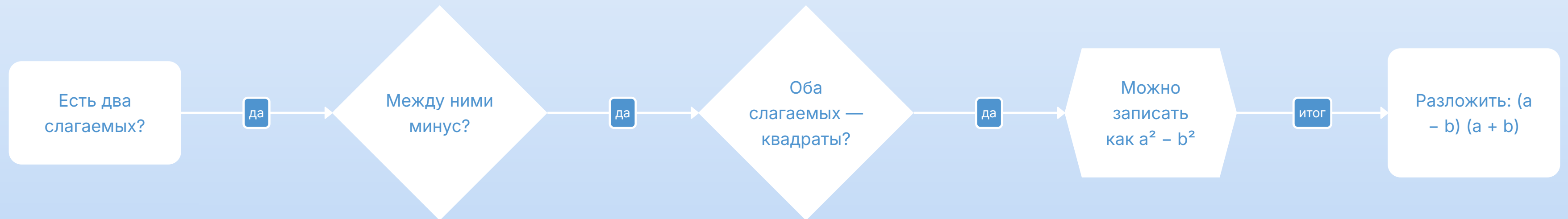
Оставшаяся область по площади совпадает с прямоугольником, у которого стороны связаны с разностью и суммой исходных размеров.

+ Наглядная проверка

Геометрический рисунок помогает увидеть, что алгебраическая запись не случайна: площадь, найденная двумя способами, даёт одно и то же значение.

Как распознать разность квадратов

Последовательность проверки выражения перед разложением



Почему формула работает

1

Раскрываем скобки

Если умножить $(a - b)(a + b)$, получится $a^2 + ab - ab - b^2$. Это обычное применение распределительного свойства умножения.

2

Средние члены исчезают

Слагаемые ab и $-ab$ взаимно уничтожаются, поэтому после упрощения остаётся только разность квадратов: $a^2 - b^2$.

3

Тождество для любых значений

Формула верна не для отдельных примеров, а для любых a и b , потому что основана на общем законе умножения.

4

Проверка без ошибок

Раскрытие скобок — самый надёжный способ убедиться, что разложение записано верно и ничего не потеряно в преобразовании.

Примеры разложения разности квадратов



Выражение	Множители	Проверка
x^2-9	$(x-3)(x+3)$	верно
$16a^2-25$	$(4a-5)(4a+5)$	верно
$49-y^2$	$(7-y)(7+y)$	верно
$100m^2-1$	$(10m-1)(10m+1)$	верно



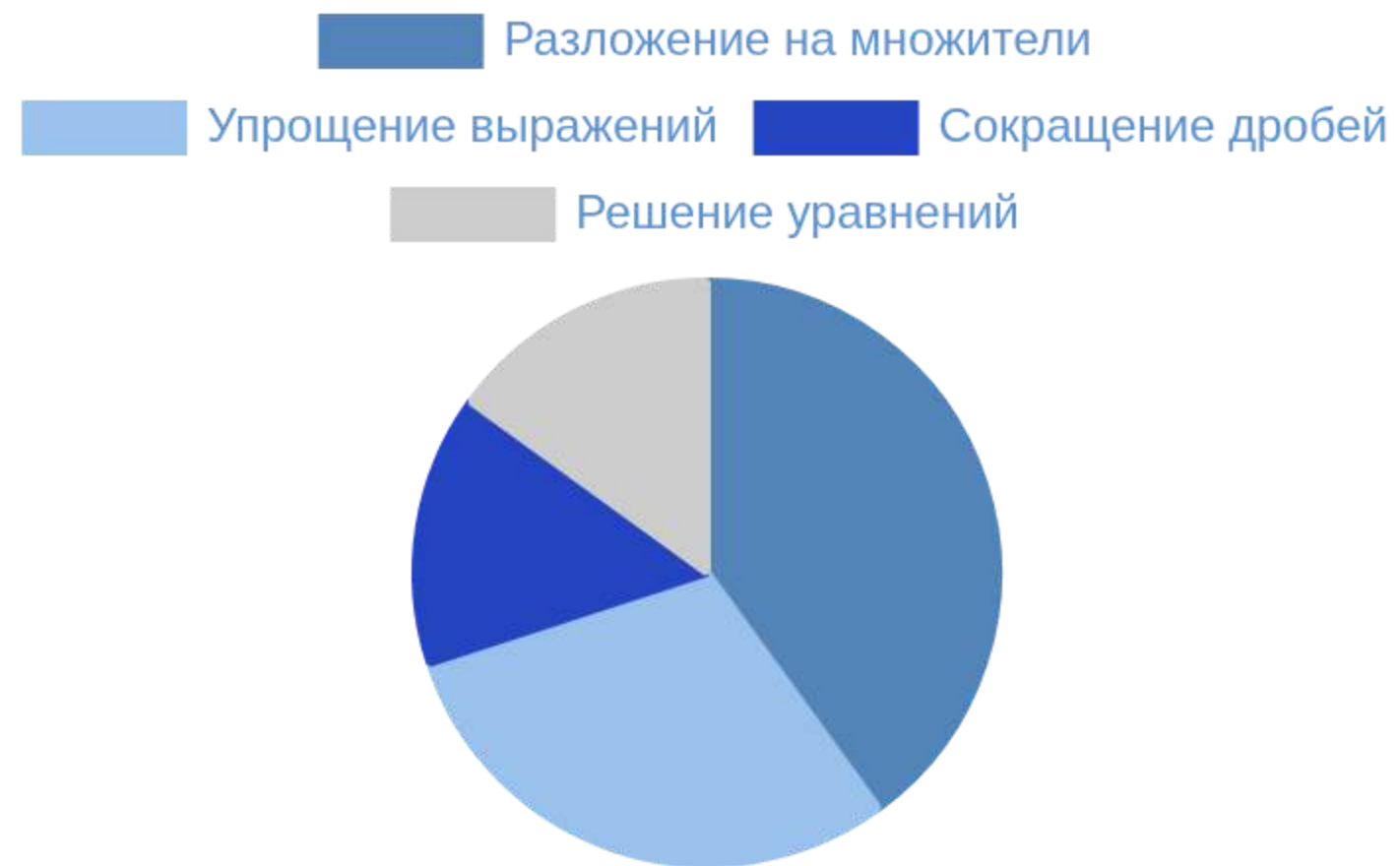
В таблице показано, как выражение преобразуется в произведение и как можно быстро проверить результат раскрытием скобок.



Формула работает, когда оба слагаемых можно представить как квадраты. Тогда разложение получается быстро и без лишних преобразований.

- Примеры по теме «Формула разности квадратов»

Где формула используется чаще всего



В учебных заданиях формула особенно полезна, когда нужно быстро увидеть скрытое произведение или упростить запись без громоздких вычислений.

Лидируют разложение и упрощение: именно эти действия чаще всего встречаются при изучении темы в 7 классе.

Схематическое распределение учебных применений формулы

Типичные ошибки при применении формулы



Путают знак

Иногда формулу пытаются применить к сумме квадратов, хотя она работает только для разности. Перед преобразованием нужно внимательно посмотреть на знак между слагаемыми.



Не видят квадраты

Ошибка возникает, когда выражение не записано в виде двух квадратов. Сначала нужно убедиться, что каждый член действительно является полным квадратом.



Путают с квадратом суммы

Некоторые записывают $(a - b)^2$ вместо $(a - b)(a + b)$. Это разные преобразования, поэтому важно помнить, что разность квадратов даёт именно произведение скобок.

Разность квадратов с коэффициентами

1

Найти квадраты

Сначала определяют, какие числа и буквы образуют квадраты. В примере $9x^2$ и $4y^2$ легко распознаются как квадраты $3x$ и $2y$.

2

Составить две скобки

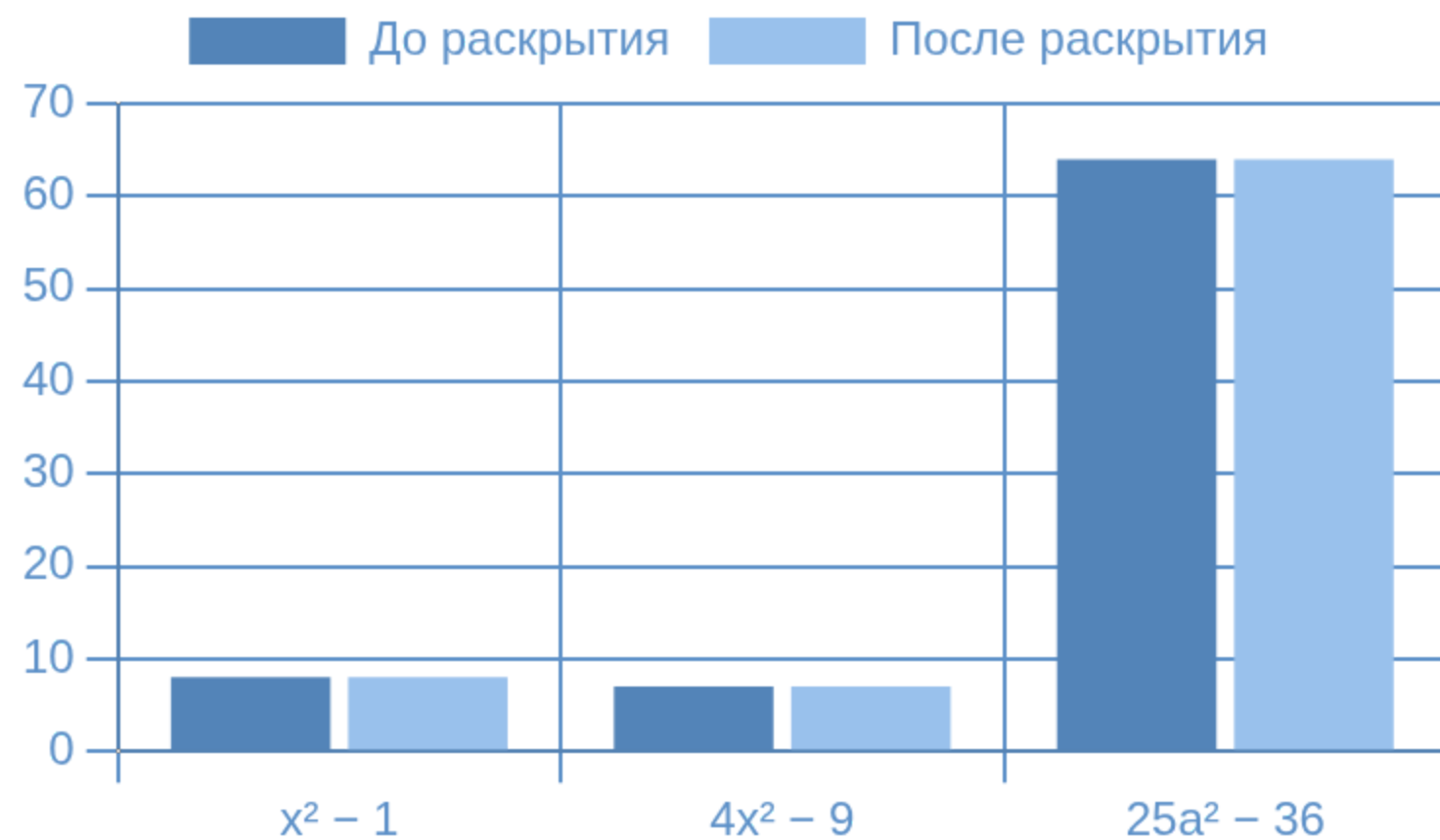
После этого записывают разложение в виде разности и суммы: $(3x - 2y)(3x + 2y)$. Знаки в скобках отличаются только внутри пары.

3

Проверить результат

Чтобы убедиться в правильности, можно раскрыть скобки и получить исходное выражение $9x^2 - 4y^2$. Такой способ помогает избегать ошибок в заданиях.

Проверка тождества на нескольких примерах



Во всех трёх случаях разложение не меняет значение выражения при тех же значениях переменных.

Совпадение значений подтверждает тождество: произведение скобок полностью эквивалентно исходной разности квадратов.

Учебные примеры; значения рассчитаны для наглядного сравнения при $x = 3$, $x = 2$, $a = 2$.

Быстрые вычисления с близкими квадратами :::

Когда числа почти равны

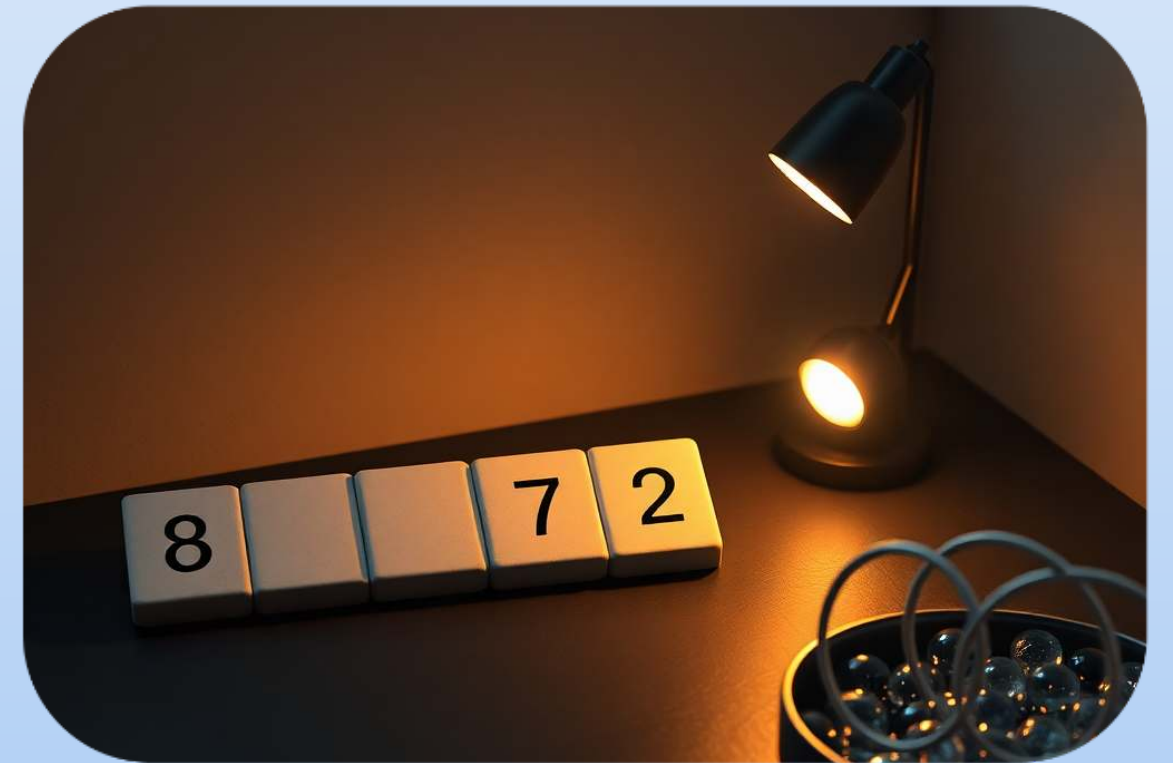
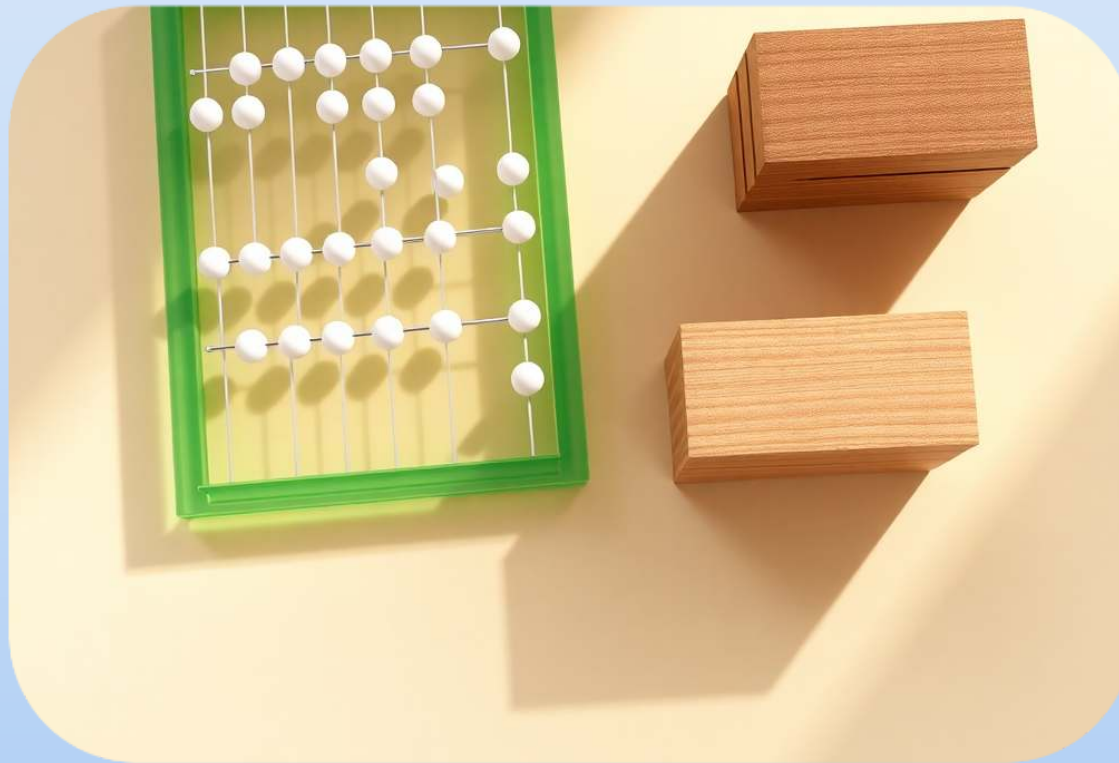
Если нужно найти $51^2 - 49^2$, не обязательно отдельно возводить числа в квадрат. Достаточно заметить разность квадратов и сразу перейти к произведению $2 \cdot 100$. Такой приём особенно полезен, когда числа отличаются всего на несколько единиц.

Устный счёт без лишних шагов

Выражение $10^2 - 9^2$ превращается в $(10 - 9)(10 + 9)$. В уме получается $1 \cdot 19$, то есть 19. Формула помогает сократить вычисления и увидеть ответ почти сразу, без длинных записей и промежуточных действий.

Похожий приём в задачах

Для $8^2 - 7^2$ работает тот же ход: разность квадратов становится произведением соседних чисел. В таких примерах алгебра соединяется с быстрым счётом, а сама запись выглядит короче и понятнее для проверки ответа.



Сравнение трёх формул сокращённого умножения

- Школьная алгебра, формулы сокращённого умножения

Формула	Вид	Результат
$(a+b)^2$	квадрат суммы	одна скобка
$(a-b)^2$	квадрат разности	одна скобка
a^2-b^2	разность квадратов	две скобки

Таблица показывает, чем отличаются похожие по записи формулы и какой результат даёт каждая из них.

Квадрат суммы и квадрат разности дают одно выражение в квадрате, а разность квадратов раскладывается на произведение двух скобок.

Сокращение дробей с помощью разности квадратов

Раскладываем числитель

Числитель вида $x^2 - 9$ сразу записывается как $(x - 3)(x + 3)$. Это делает дробь понятнее и показывает, какие множители можно сократить с знаменателем.

Сокращаем общий множитель

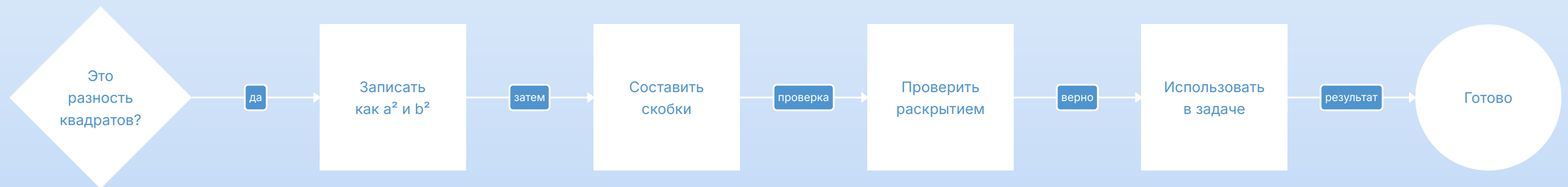
Если в знаменателе стоит $x - 3$, он сокращается с таким же множителем в числителе. После сокращения остаётся более простое выражение $x + 3$.

Проверяем ограничение

Сокращение допустимо только при $x \neq 3$, иначе знаменатель обращается в ноль. Это важное правило помогает избежать ошибки в ответе и сохранить смысл дроби.

Алгоритм разложения на множители

Последовательность действий при использовании формулы разности квадратов



Решение уравнений через разность квадратов

Приведите к формуле

1

Если уравнение содержит разность квадратов, сначала разложите её на множители. Например, $x^2 - 49$ превращается в $(x - 7)(x + 7)$, что сразу упрощает дальнейшие действия.

Используйте нулевое произведение

2

Когда произведение равно нулю, хотя бы один множитель должен быть нулём. Поэтому из $(x - 7)(x + 7) = 0$ получаем два отдельных уравнения, которые решаются очень быстро.

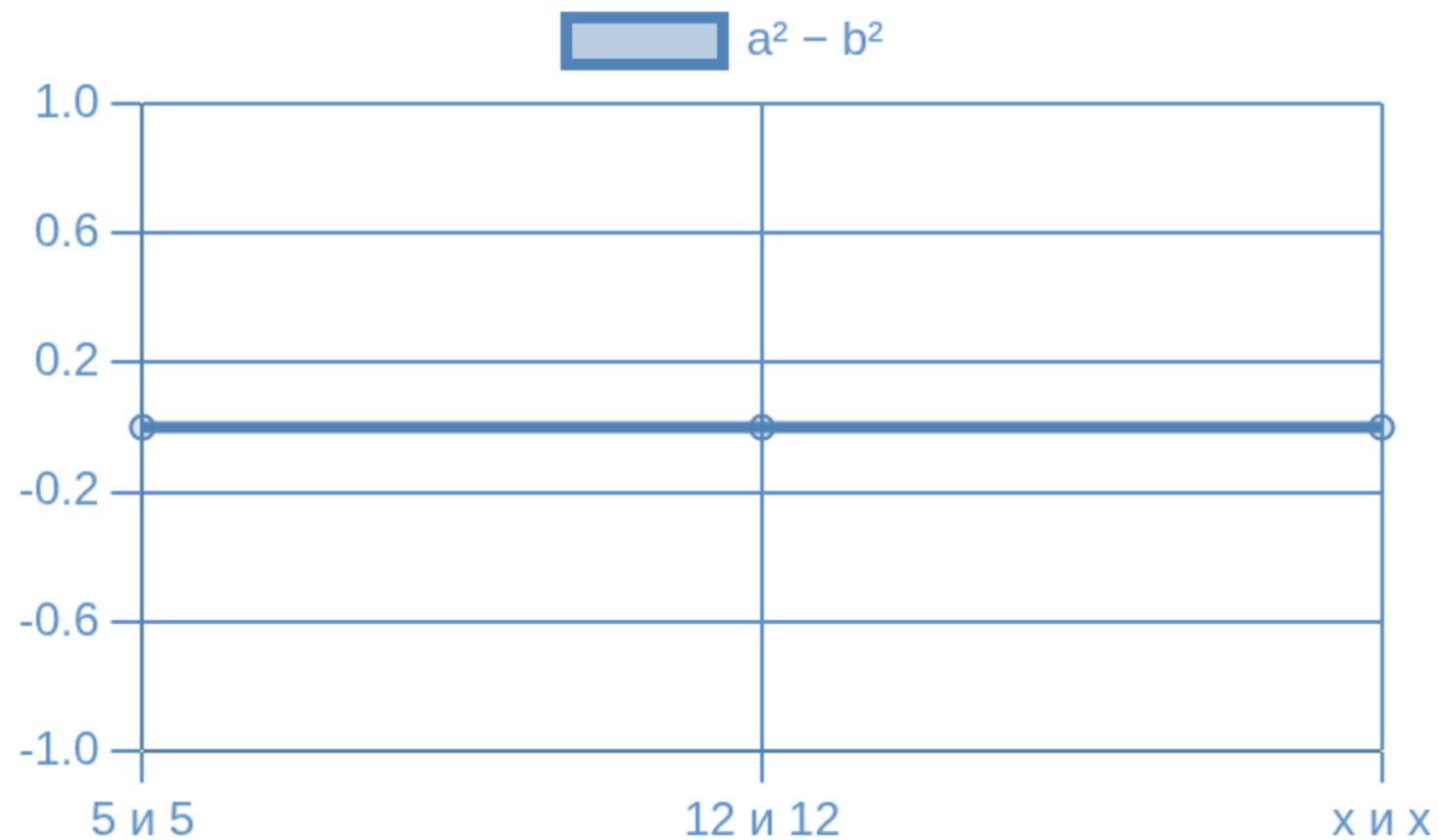
Запишите оба ответа

3

После решения множителей получаются $x = 7$ и $x = -7$. Такой способ удобен тем, что он показывает структуру уравнения и помогает не пропустить ни одного корня.



Когда разность квадратов равна нулю



Если оба квадрата одинаковы, их разность исчезает независимо от того, числа это или буквы.

График показывает: при равных значениях a и b выражение $a^2 - b^2$ всегда равно нулю.

Учебные примеры для наглядной проверки тождества

Место формулы в алгебре



Классическое тождество

Формула разности квадратов входит в число основных алгебраических тождеств. Её изучают одной из первых, потому что она учит видеть в выражении готовую структуру и быстро упрощать запись.



Связь с многочленами

Разложение на множители помогает работать с многочленами, сокращать дроби и преобразовывать выражения без лишних вычислений. Этот навык нужен во многих последующих темах школьной алгебры.



Основа для решений

Когда выражение превращается в произведение двух скобок, его легче использовать в уравнениях и задачах. Поэтому формула разности квадратов становится полезным инструментом, а не просто правилом для запоминания.

Мини-практикум: проверка понимания :::

Выражение	Вид квадратов	Разложение
$81 - x^2$	$9^2 - x^2$	$(9-x)(9+x)$
$16p^2 - 1$	$(4p)^2 - 1^2$	$(4p-1)(4p+1)$
$64a^2 - y^2$	$(8a)^2 - y^2$	$(8a-y)(8a+y)$

- + Проверьте, как быстро вы распознаёте разность квадратов и превращаете её в произведение двух скобок.
- + После нескольких повторений выражения такого вида распознаются быстро, а разложение выполняется без лишних шагов.
- Учебные тренировочные примеры

Разность квадратов — формула, которая экономит шаги

Формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ помогает быстрее раскладывать выражения, сокращать дроби и решать уравнения. Она проста, проверяема и очень полезна в 7 классе.

