

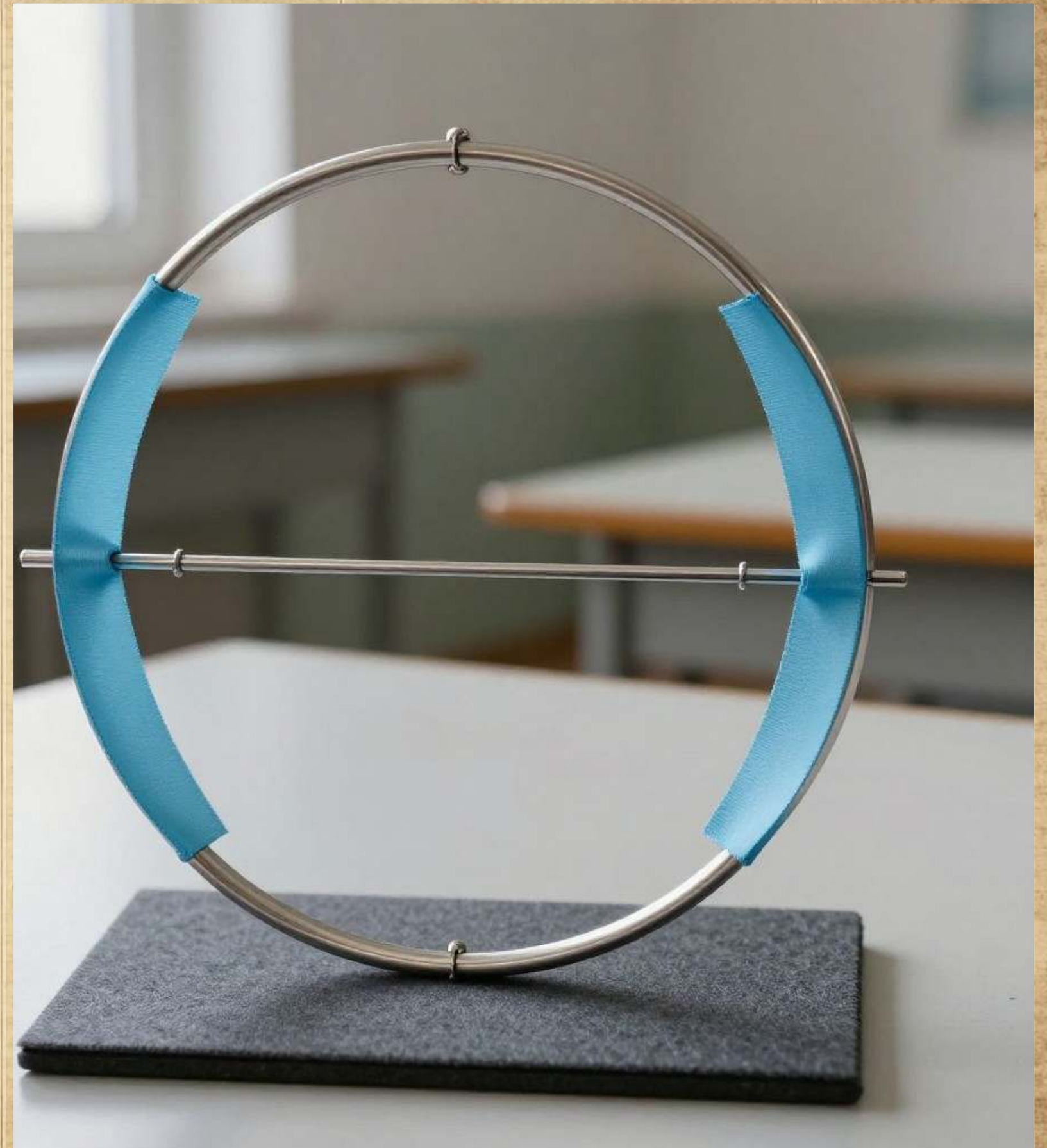
Равенство дуг одной окружности

Открываем свойства равных дуг, углов и хорд



Что нужно помнить об окружности

Окружность состоит из точек, равноудалённых от центра. Дуга — это её часть между двумя точками. Центральный угол опирается на дугу, а весь круг содержит 360° .



Определение равных дуг

Одинаковая мера

Две дуги одной окружности считаются равными, если их градусные меры совпадают. Место дуг на окружности не важно: решающим остаётся только числовое значение в градусах.

Связь с углами

Каждой дуге соответствует центральный угол. Если дуги равны, то равны и эти углы, потому что они опираются на одинаковую часть окружности и имеют одинаковую меру.

Связь с хордами

В одной окружности равные дуги стягиваются равными хордами. Это позволяет проверять равенство дуг не только по углам, но и по длинам соответствующих отрезков.

Главный ориентир

Чтобы сравнить дуги, нельзя полагаться лишь на рисунок. Нужно измерять или вычислять градусную меру, а затем использовать свойства центральных углов и хорд.

Как выглядят равные дуги

Дуги в разных местах

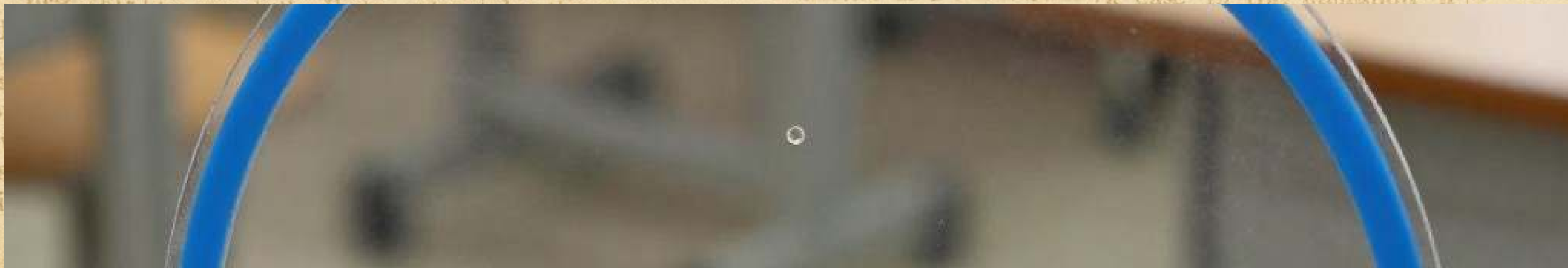
Равные дуги могут находиться далеко друг от друга на окружности. Их равенство не зависит от расположения, если градусные меры обеих дуг совпадают.

Общие признаки

На чертеже обычно отмечают одинаковые центральные углы и равные хорды. Эти подписи помогают увидеть, что дуги действительно равны, даже если их форма кажется разной.

Не только внешний вид

Две дуги могут казаться неравными из-за разного положения, но это не доказательство. Решающее значение имеет именно градусная мера каждой дуги.



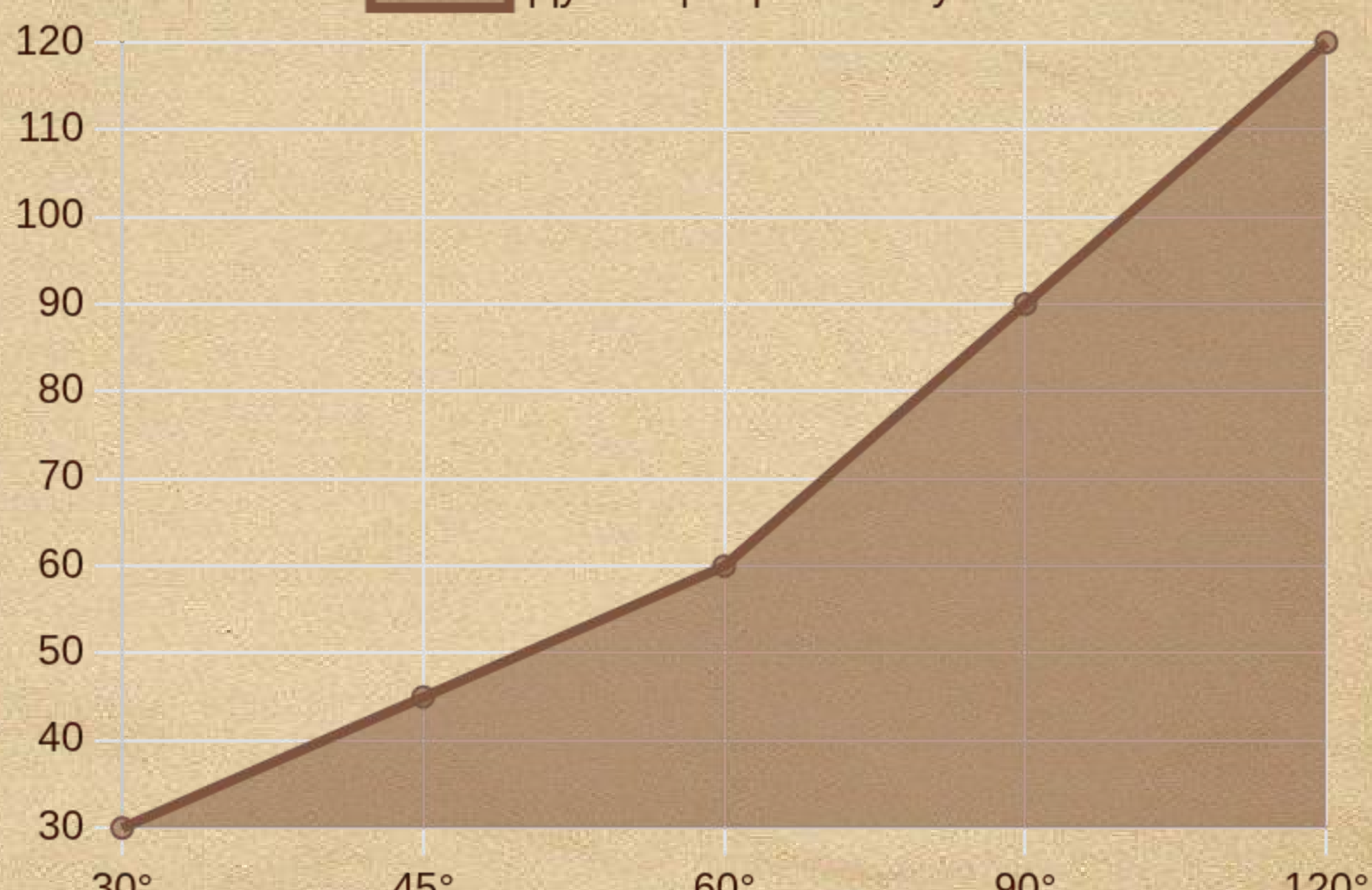
Дуга и центральный угол

Для одной окружности мера дуги совпадает с мерой центрального угла, который на неё опирается.

Во всех примерах значения совпадают, значит правило выполняется без исключений: дуга и центральный угол имеют одну меру.

Геометрия, 7 класс. Свойство центрального угла и дуги.

Дуга и центральный угол



Признаки равенства дуг

Признак	Что следует
Равные дуги	равные меры
Равные дуги	равные хорды
Равные углы	равные дуги
Равные хорды	равные дуги

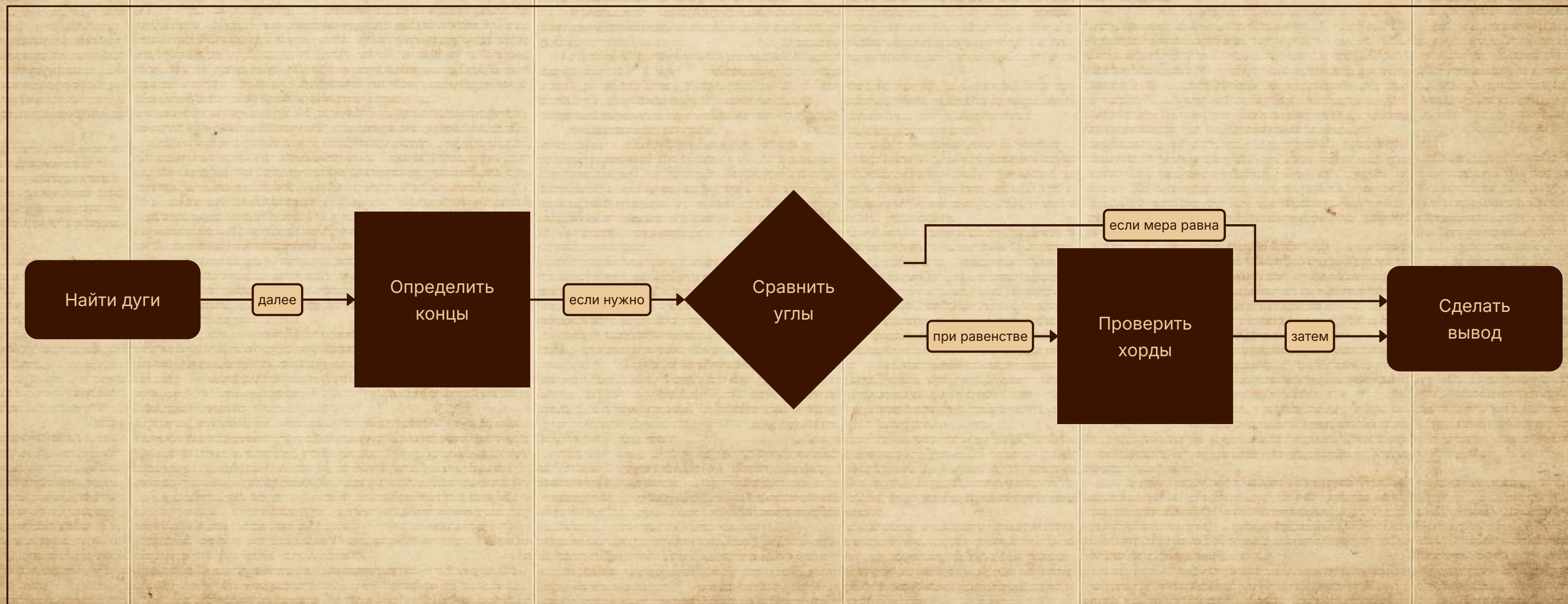
Свойства окружности из школьного курса геометрии

Сравним основные признаки, по которым можно установить равенство дуг одной окружности.

Признаки работают в обе стороны, поэтому равенство дуг удобно проверять либо через углы, либо через хорды.

Как проверить равенство дуг

Последовательность основана на свойстве центрального угла и связи дуг с хордами.



Связь равных дуг и равных хорд

1

От дуги к хорде

Если в одной окружности дуги равны, то и хорды, соединяющие их концы, равны. Это удобно, когда в задаче легче измерить или сравнить отрезки, чем сами дуги.

2

От хорды к дуге

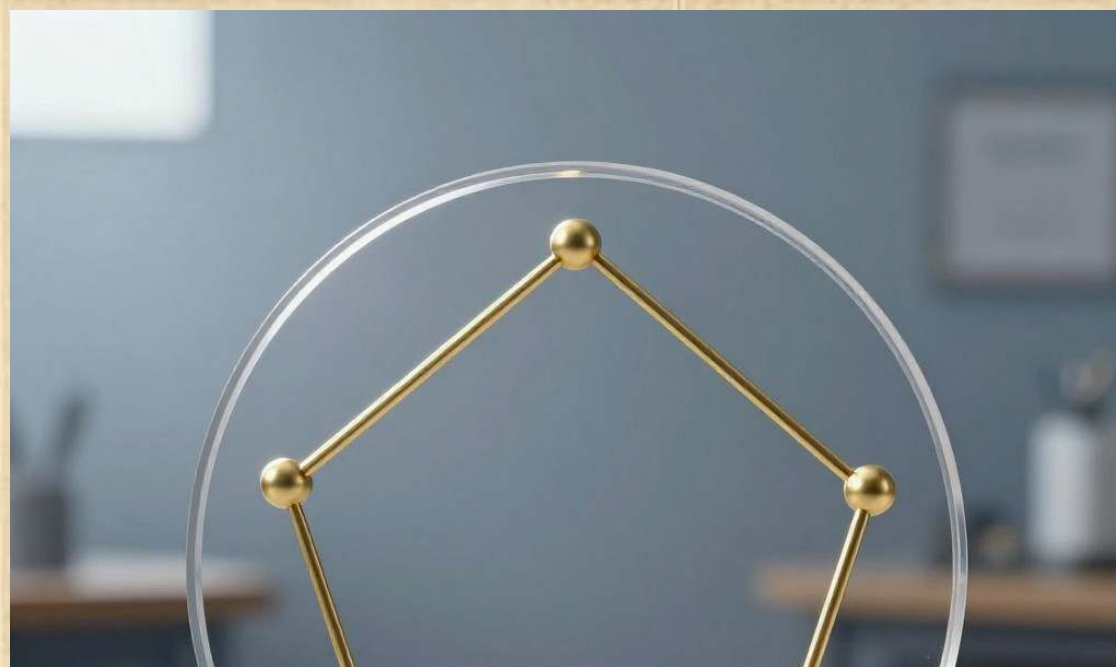
Обратное тоже верно: равные хорды в одной окружности стягивают равные дуги. Такое свойство помогает переходить от длины отрезка к выводу о дугах без лишних построений.

Где встречаются равные дуги



Одинаковые сектора круга

Когда окружность делят на равные части, появляются равные дуги. Это видно в круговых схемах, где каждый сектор имеет одинаковую градусную меру и совпадает с соседними по размеру и форме.



Правильные многоугольники

При построении правильных многоугольников вершины делят окружность на равные дуги. Поэтому все стороны и углы оказываются связанными с одинаковыми центральными углами, что особенно удобно для чертежей.



Симметричные рисунки

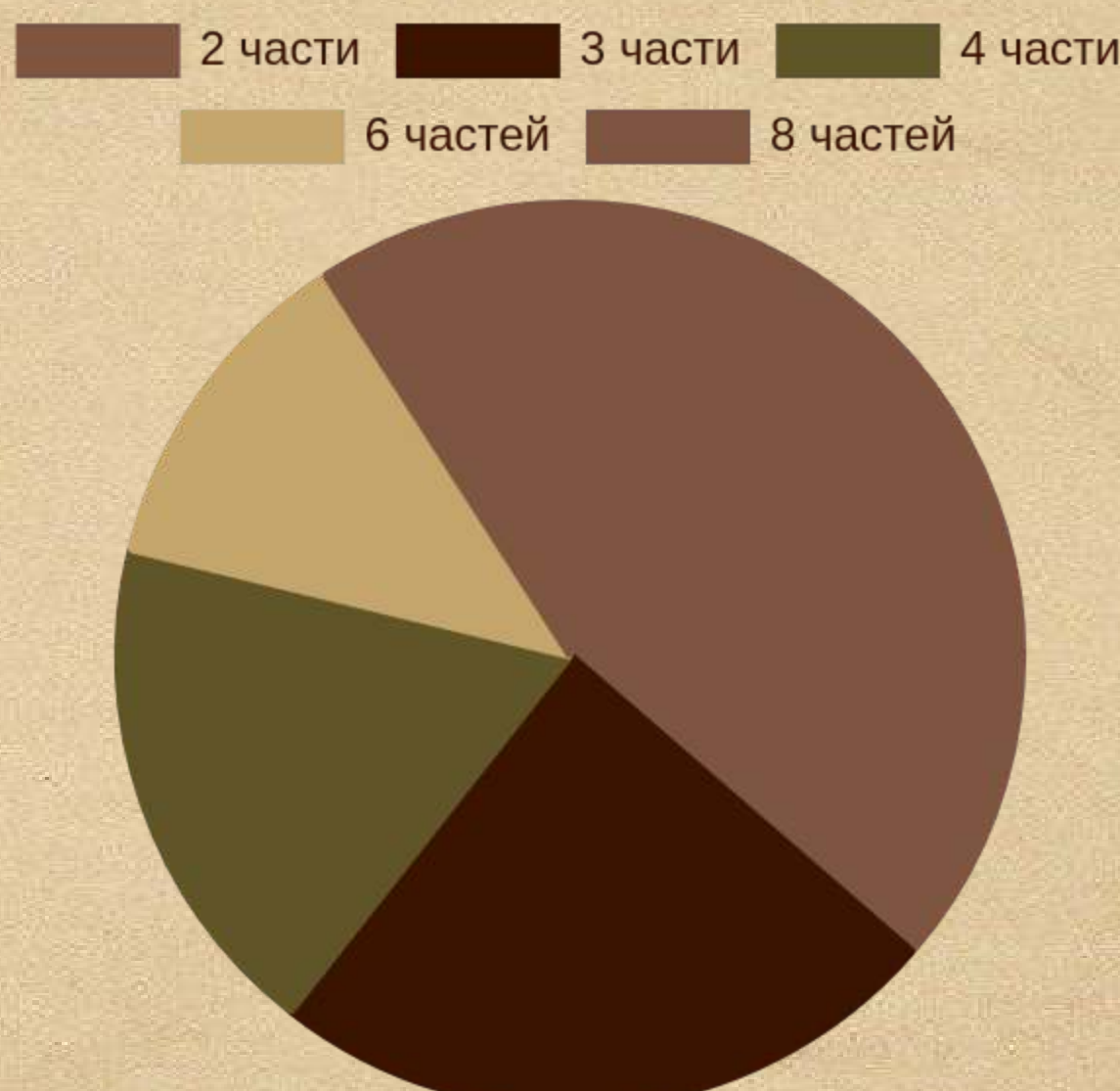
В симметричных фигурах точки окружности часто располагаются попарно одинаково относительно оси или центра. Тогда соответствующие дуги получаются равными, а на чертеже это помогает быстро увидеть закономерность.

Деление окружности на равные части

При делении круга на равные доли удобно сразу видеть, какая мера приходится на каждую дугу.

Чем больше равных частей, тем меньше мера каждой дуги; сумма всех частей всегда равна 360° .

Геометрия, 7 класс. Деление окружности на равные дуги.



Полуокружности и четверти окружности



Две полуокружности

Диаметр проходит через центр и делит окружность на две одинаковые полуокружности. Каждая из них имеет градусную меру 180° , поэтому они сразу распознаются как равные дуги.



Четыре равные дуги

Два взаимно перпендикулярных радиуса образуют четыре одинаковых центральных угла. Каждая дуга между соседними точками имеет 90° , поэтому все четыре дуги равны между собой.

Частые пары равных дуг

Части окружности	Дуга
Полуокружности	180° и 180°
Четверти	90° и 90°
Шестые части	60° и 60°

Примеры деления окружности на одинаковые части помогают быстро увидеть равные дуги и проверить их градусную меру.

Если окружность делится одинаково, соответствующие дуги равны. Чем больше частей, тем меньше градусная мера каждой дуги.

Свойство деления окружности на равные части и сумма полного оборота 360° .

Симметрия и равенство дуг

Осевая симметрия

Если точки окружности расположены симметрично относительно оси, то соответствующие дуги имеют одинаковую градусную меру. Симметрия помогает увидеть равенство сразу, без дополнительных вычислений.

Центральная симметрия

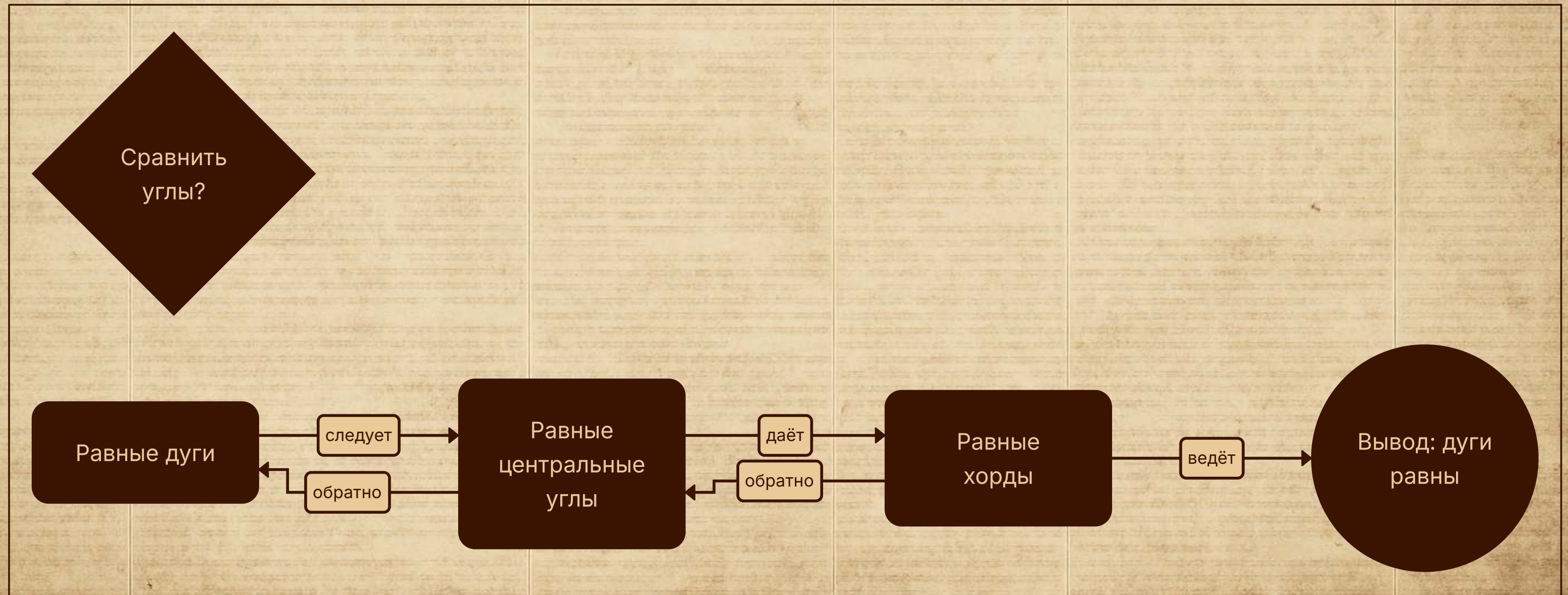
При повороте на 180° относительно центра окружности симметричные точки переходят друг в друга. Поэтому связанные с ними дуги остаются равными и сравниваются одинаково.

Удобство на чертеже

Симметричные участки окружности часто встречаются в рисунках задач. Они позволяют быстрее находить равные дуги и использовать уже известные свойства окружности при доказательствах.

Связь дуг, углов и хорд

Логическая цепочка показывает, как равенство переходит от дуг к углам и хордам, а затем возвращается обратно.



Сравнение дуг по градусной мере

Одинаковые столбцы на диаграмме соответствуют равным дугам, даже если они расположены в разных местах окружности.

Совпадение градусной меры — точный признак равенства дуг; визуальная похожесть рисунка сама по себе ничего не доказывает.

Учебный пример для сравнения дуг по градусной мере.



Типичные ошибки при работе с дугами

Путают дугу и хорду
Дуга — это часть окружности, а хорда — отрезок, соединяющий её концы. Эти объекты связаны, но не равны, поэтому их нельзя смешивать при решении задач.

Судят по рисунку
На чертеже дуги могут выглядеть одинаково или по-разному из-за масштаба. Настоящее равенство проверяют по градусной мере или по равным хордам, а не по внешнему виду.

Не сравнивают углы
Если известны центральные углы, их нужно обязательно сравнить. Равные углы сразу означают равные дуги, и этот шаг часто ускоряет решение задачи.

Забывают об одной окружности
Свойства равных дуг формулируются для одной и той же окружности. Нельзя переносить выводы на разные окружности без дополнительного обоснования.

Пример задачи на равные дуги

Найдите углы

На рисунке отмечены два центральных угла по 50° . Сначала важно убедиться, что оба угла опираются на дуги одной и той же окружности.

1

Сделайте вывод о дугах

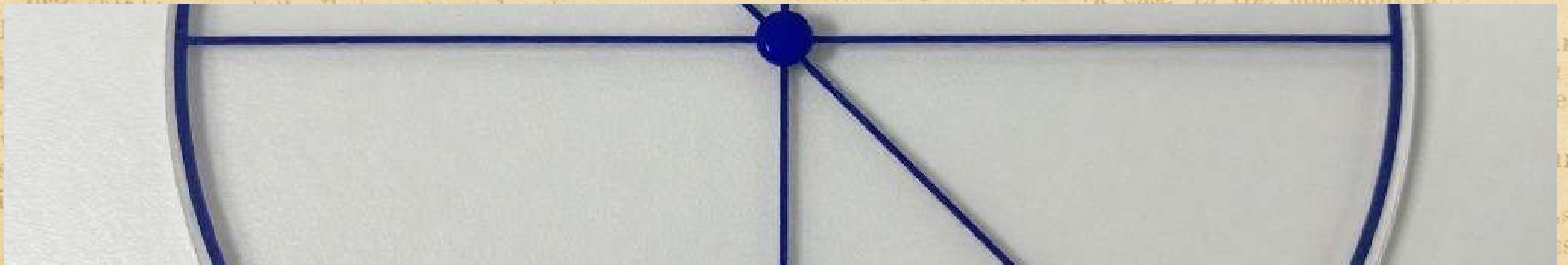
Поскольку центральные углы равны, равны и соответствующие им дуги. Их градусные меры совпадают, даже если дуги расположены в разных частях окружности.

2

Проверьте хорды

Равные дуги стягиваются равными хордами. Значит, если на чертеже проведены отрезки между концами дуг, их длины также будут одинаковыми.

3

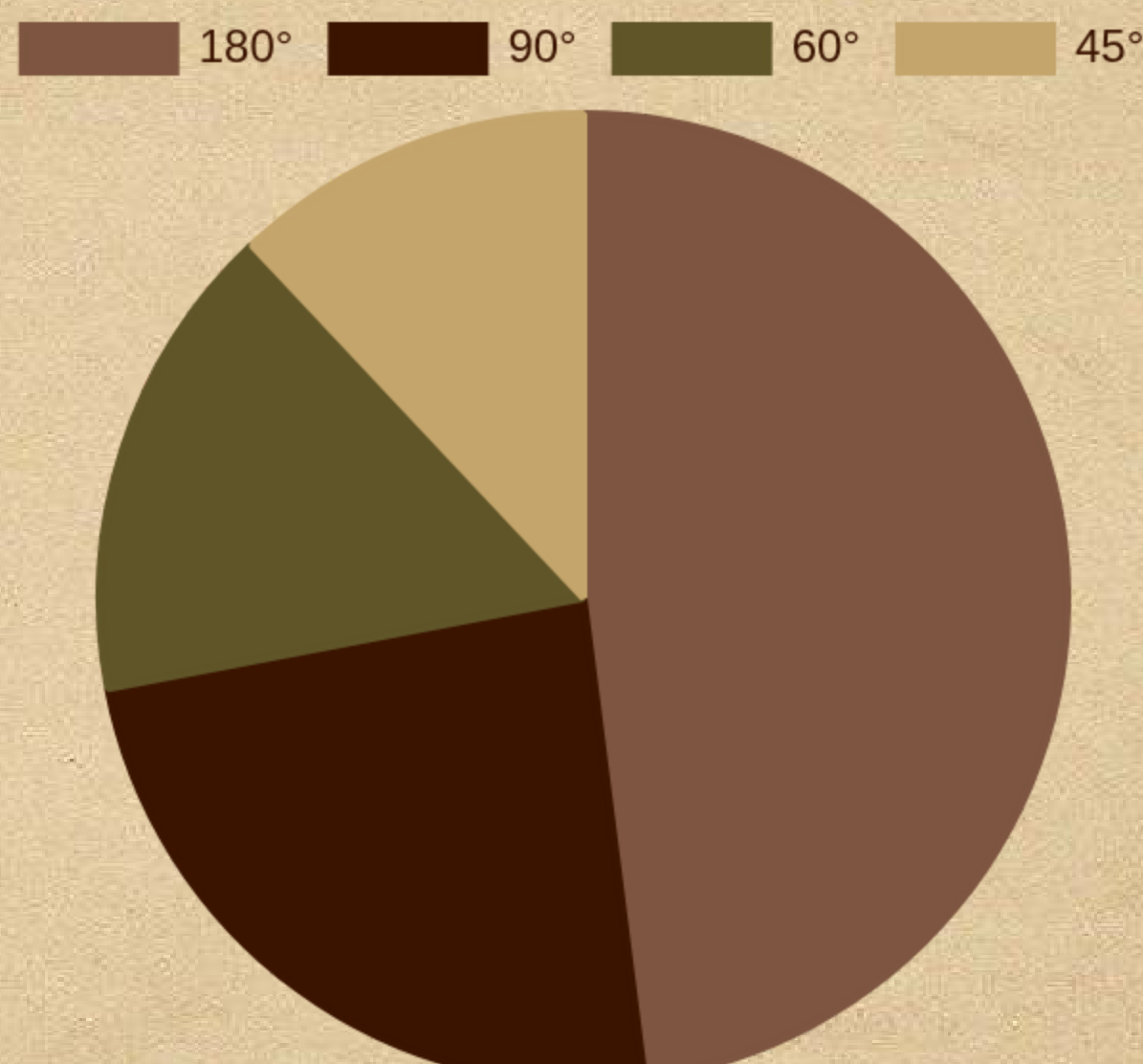


360° — вся окружность

Любая дуга является частью одного целого круга, поэтому сравнение удобно вести через доли от 360°.

Полный оборот равен 360°, значит каждая дуга — это часть целого. Равные части круга обязательно имеют одинаковую градусную меру.

Геометрический факт: полный оборот окружности составляет 360°.



Где применяется свойство равных дуг



Правильные многоугольники
При построении правильных многоугольников окружность делят на равные дуги, чтобы получить одинаковые стороны и углы. Это помогает точно построить фигуру без лишних вычислений.



Решение задач
В задачах на окружность равные дуги позволяют переходить от дуг к углам и хордам. Такой способ часто делает доказательство короче и понятнее для школьника.



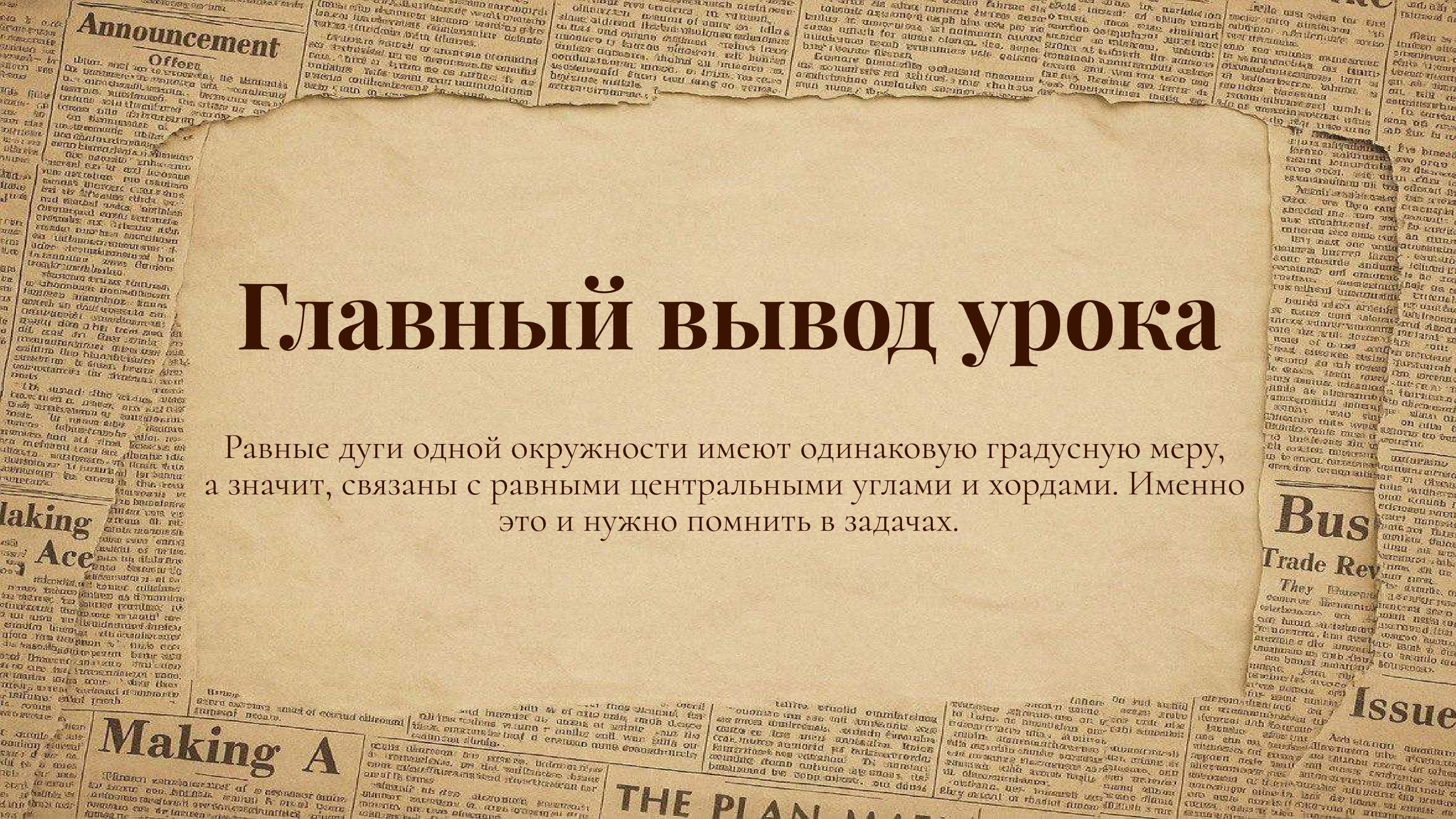
Связь элементов
Свойство равных дуг объединяет окружность, хорды и центральные углы в одну цепочку. Благодаря этому один найденный признак помогает сделать сразу несколько выводов.

Главный вывод урока

Равные дуги одной окружности имеют одинаковую градусную меру, а значит, связаны с равными центральными углами и хордами. Именно это и нужно помнить в задачах.

Announcement

Office



laking
Ace

Making A

THE PLAN

Bus
Trade Rev

They

Issue