

Прямая и обратная пропорциональн ость в алгебре 7 класса

Как одна величина зависит от другой:
по формуле, таблице и графику.



A photograph of a classroom. In the background, a green chalkboard is mounted on a wall. On the left, a window shows some greenery outside. In the foreground, there are wooden desks. On one desk, there is a clear plastic pitcher filled with water and two small glasses, one of which also contains water. The chalkboard has some faint, illegible writing on it.

Where do pohoydiraliies meet,

Где встречаются пропорциональность и

Эта тема помогает решать задачи
про покупки, движение, работу и масштаб,
а также связывает алгебру с таблицами,
уравнениями и графиками.

2

величины, связанные пропорционально,
изменяются согласованно и по одному правилу.

Постоянное соотношение между двумя величинами позволяет заранее находить неизвестные значения и сравнивать случаи по одной формуле.

Определение темы урока по алгебре 7 класса

Прямая пропорциональность: основные признаки

1

Одинаковое направление изменений

Если одна величина увеличивается, другая тоже увеличивается; при уменьшении одной уменьшается и другая. Их изменения происходят согласованно и предсказуемо.

2

Постоянное отношение

Для таких величин отношение y к x не меняется. Это значит, что каждое новое значение можно проверить делением и сравнить с предыдущими.

3

Формула зависимости

Прямую пропорциональность записывают формулой $y = kx$, где k — постоянное число. Оно показывает, сколько приходится на одну единицу первой величины.

4

График на плоскости

График этой зависимости — прямая линия, проходящая через начало координат. По её положению удобно видеть, как быстро растут значения.

Пример прямой пропорциональности: стоимость яблок

Каждый следующий килограмм добавляет одинаковую сумму, поэтому зависимость легко продолжить для любого количества покупки.

Стоимость растёт пропорционально массе: отношение цены к массе постоянно и равно 80.

Учебный пример по теме прямой пропорциональности

15

рублей стоит одна тетрадь в этом примере.

Зная одну пару значений, можно быстро найти цену любого количества тетрадей, не пересчитывая всё заново.

Учебный пример: 6 тетрадей стоят 90 рублей

Примеры прямой пропорциональности в повседневной жизни

Покупки в магазине

Чем больше одинаковых товаров покупают по одной цене, тем больше становится общая стоимость. Здесь удобно считать по одной единице и затем умножать.

Ткань и изделия

Если на каждое изделие уходит одинаковый кусок ткани, то большее число изделий требует большего количества материала. Зависимость сохраняется при одинаковых условиях.

Работа и оплата

Когда оплачивают одинаковое число часов по одной ставке, заработок растёт вместе с количеством часов. Это позволяет заранее оценить итоговую сумму.

Путь и время

При постоянной скорости чем дольше движется объект, тем больший путь он проходит. Такая ситуация часто встречается в задачах о транспорте и прогулках.



Таблица значений при прямой пропорциональности

x	1	2	3	4
y	5	10	15	20

В таблице видно, что каждому новому значению x соответствует увеличение y на одинаковую величину.

Отношение y/x постоянно и равно 5, значит, зависимость является прямой пропорциональностью.

Учебный пример по теме прямой пропорциональности

Обратная пропорциональность: основные признаки

1

Противоположные изменения

Если одна величина увеличивается, другая уменьшается. При удвоении одной из них вторая, наоборот, уменьшается вдвое.

2

Постоянное произведение

Для таких величин произведение x и y остаётся неизменным. Это главное правило, по которому проверяют обратную пропорциональность.

3

Формула зависимости

Обратную пропорциональность записывают формулой $y = k/x$. Она показывает, что значение y зависит от делителя и постоянного числа k .

4

Когда она возникает

Такая зависимость появляется, когда общий результат должен оставаться одинаковым: например, одно расстояние, одна работа или одна порция, распределённая между разным числом участников.

Пример обратной пропорциональности: работа нескольких учеников

Чем больше учеников выполняют одно и то же задание, тем меньше времени требуется каждому на общую работу.

Произведение числа учеников и времени постоянно, значит, это обратная пропорциональность.

Учебный пример по теме обратной пропорциональности

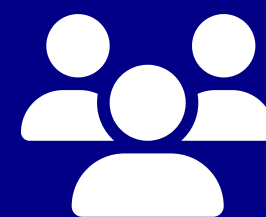
Где встречается обратная пропорциональность

Скорость и время



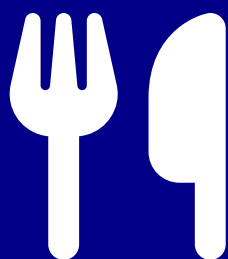
При одном и том же расстоянии чем быстрее движется человек или транспорт, тем меньше времени требуется на путь. Произведение скорости и времени остаётся постоянным для заданного маршрута.

Работа в группе



Если одинаковую работу выполняют больше работников, время уменьшается. Общий объём задания не меняется, поэтому увеличение числа участников компенсируется сокращением длительности выполнения.

Деление поровну



Когда одну порцию делят между большим числом людей, размер доли становится меньше. Сумма остаётся той же, а количество частей растёт, поэтому каждая часть уменьшается.

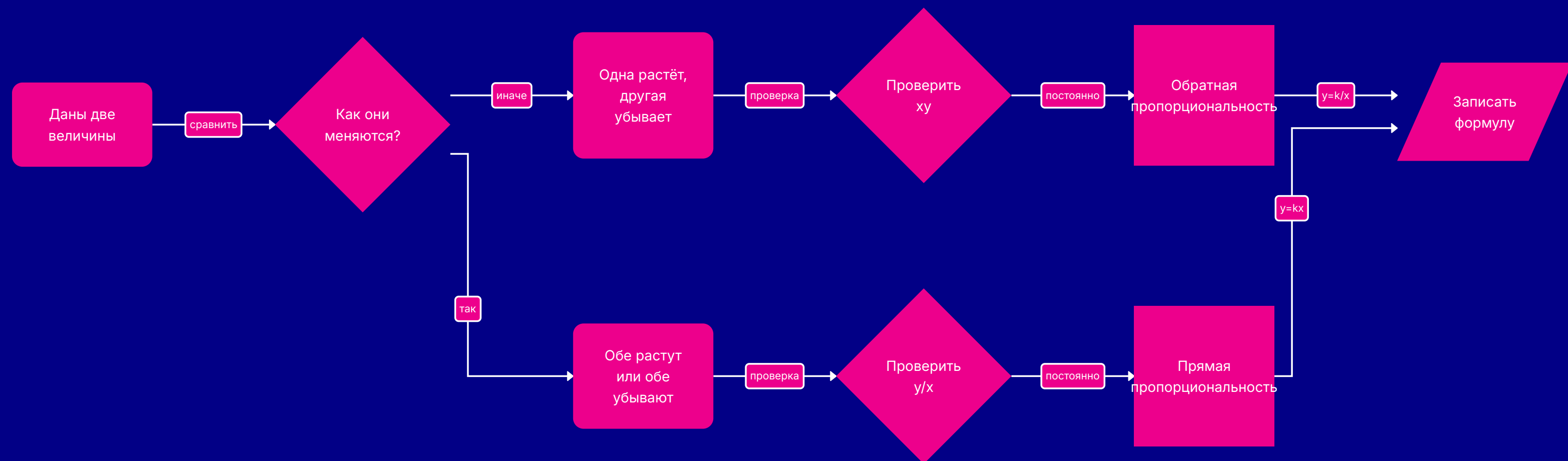
Общий результат



Обратная зависимость удобна там, где важно сохранить один и тот же итог. Такие задачи часто решают по таблице значений или по формуле $y = k/x$.

Как отличить прямую и обратную пропорциональность

Схема проверки по изменению величин, отношению и произведению.



Типичные ошибки при решении задач



Путают признак связи

Часто вместо постоянного отношения ищут произведение, или наоборот. Из-за этого выбирают неверный тип зависимости и получают формулу, которая не соответствует условию задачи.



Забывают про единицы

Числа без единиц легко вводят в заблуждение, особенно в задачах о цене, скорости и работе. Перед вычислением полезно подписать рубли, километры, часы и другие величины.



Берут не те значения

Если в таблице есть данные для разных условий, нельзя сравнивать случайные пары. Нужно использовать значения, относящиеся к одной и той же ситуации и одному набору условий.



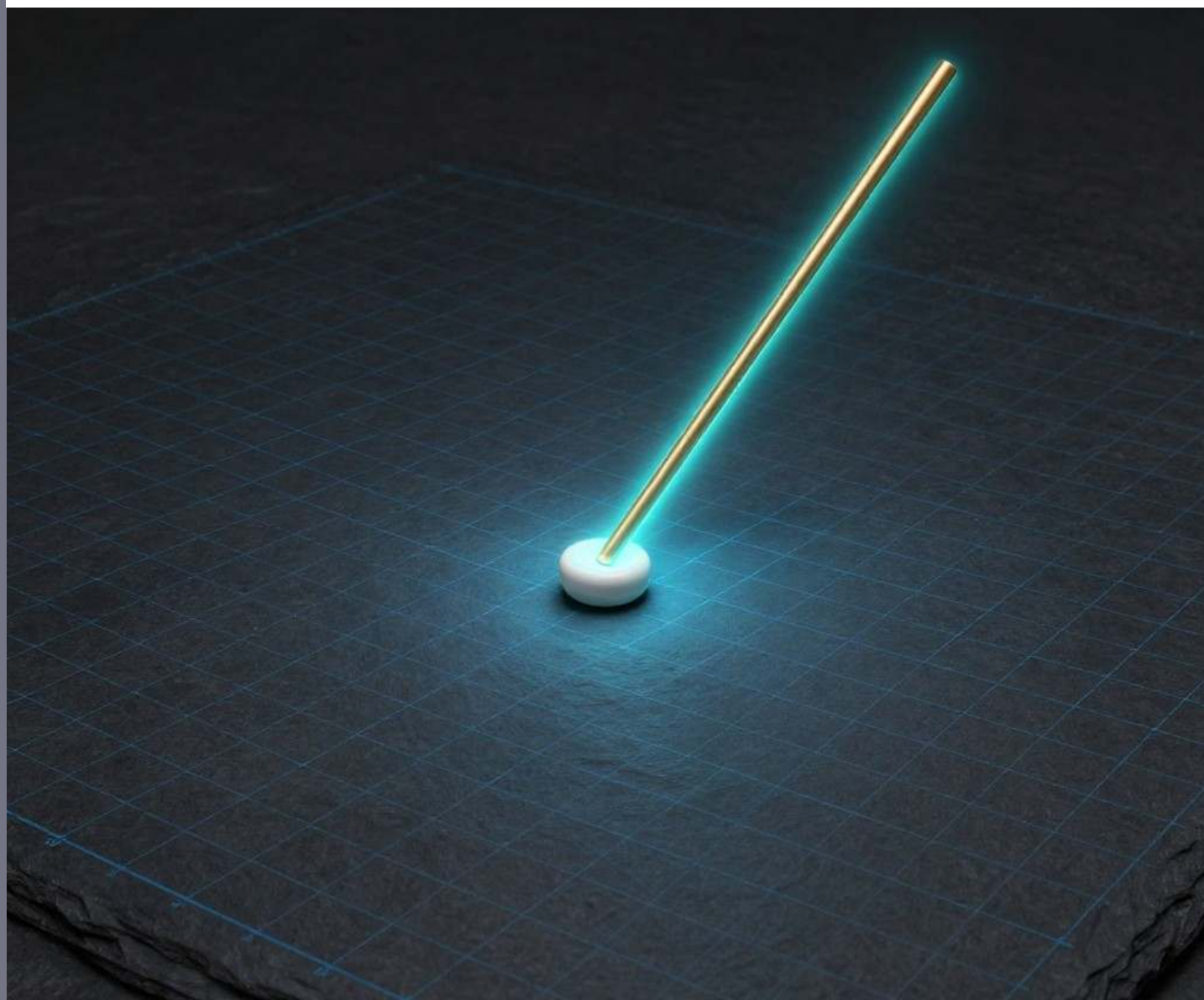
Не проверяют ответ

После вычислений важно оценить результат по смыслу: при прямой зависимости величины должны изменяться одинаково, а при обратной — в противоположных направлениях. Это помогает заметить ошибку вовремя.

Графики двух зависимостей на координатной плоскости

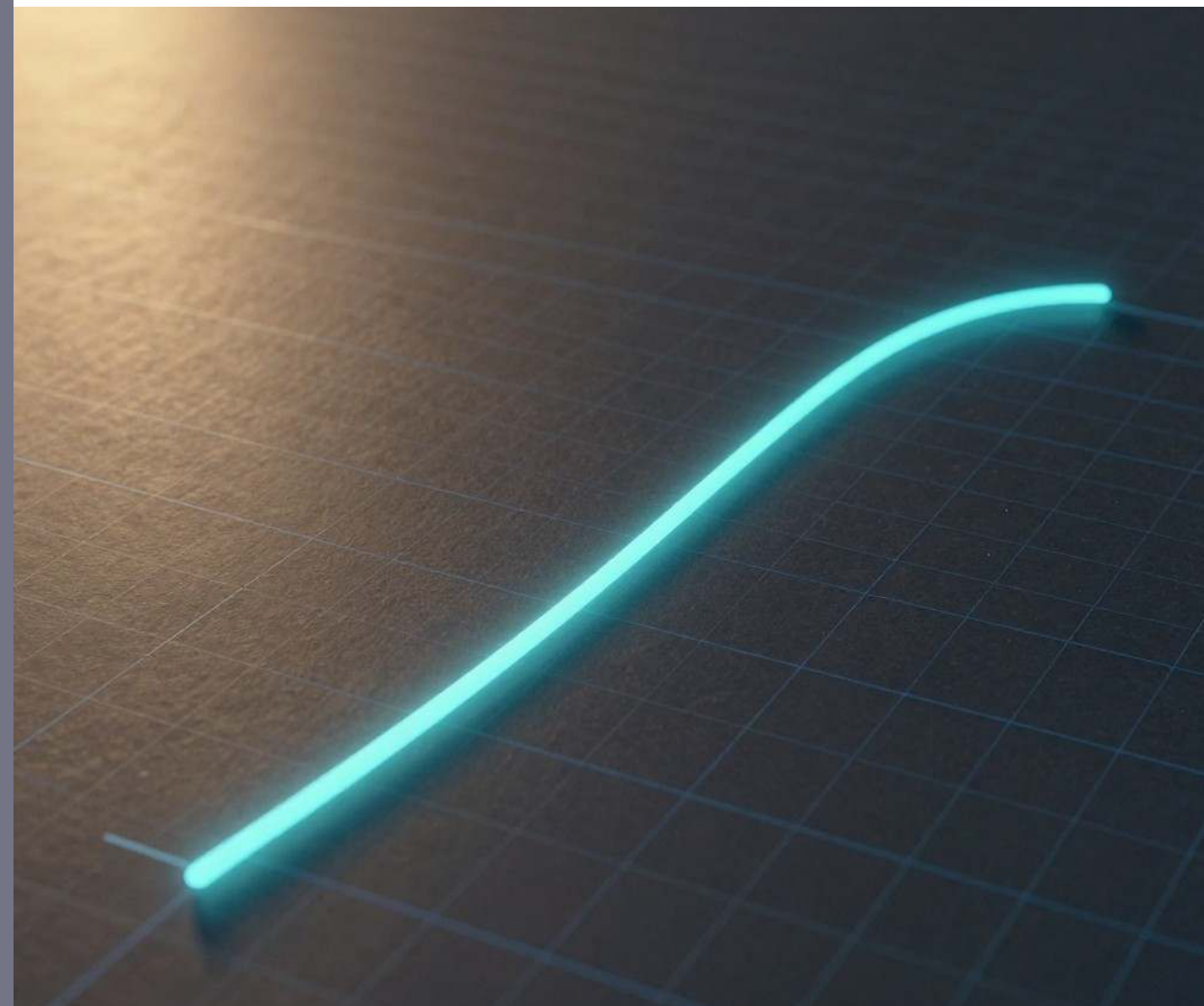
Прямая, которая идёт от начала

На координатной плоскости прямая пропорциональность выглядит как ровная линия, выходящая из точки $(0; 0)$. Чем дальше точка от начала координат, тем больше значения обеих величин. Такой график удобно строить по таблице значений и по нему легко видеть постоянный шаг изменения.



Кривая, которая не касается осей

График обратной пропорциональности имеет другую форму: он изгибается и постепенно приближается к осям координат, но не пересекает их. Когда одна величина становится больше, другая уменьшается, и это хорошо заметно на одном рисунке рядом с прямой линией.



Сравнение прямой и обратной пропорциональности

Признак	Прямая	Обратная
Формула	$y = kx$	$y = k/x$
Проверка	$y/x = k$	$xy = k$
График	прямая	кривая

В таблице собраны основные признаки двух видов зависимости, чтобы их было удобно сравнивать при решении задач.

Главное различие — в постоянной величине: отношение для прямой зависимости и произведение для обратной. По этому признаку легко выбрать правильную формулу и проверить ответ.

Сводная таблица по теме «Прямая и обратная пропорциональность»

Как меняется время пути при изменении скорости

На одном и том же расстоянии изменение скорости влияет на время пути предсказуемо и закономерно.

Чем больше скорость, тем меньше время. Произведение скорости и времени остаётся постоянным, значит, зависимость обратная.

Учебный пример: расстояние 12 км

Алгоритм решения задач на пропорциональность

1. Выделить данные

Сначала выписывают все известные и неизвестные величины, чтобы не потерять важные числа и сразу увидеть, что именно требуется найти.

2. Определить вид связи

Затем сравнивают, как меняются величины: вместе в одну сторону или в разные. Это помогает выбрать прямую или обратную пропорциональность.

3. Записать формулу

После определения вида зависимости записывают подходящую формулу: $y = kx$ или $y = k/x$. Она задаёт правило вычисления.

4. Найти коэффициент

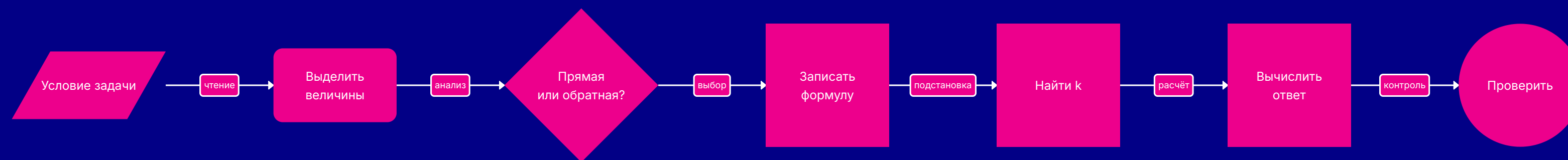
Коэффициент пропорциональности находят по известной паре значений. Затем подставляют его в формулу, чтобы вычислить нужную величину.

5. Проверить ответ

В конце проверяют вычисление по смыслу задачи и по единицам измерения. Если результат выглядит странно, решение нужно пересмотреть.

Порядок работы с текстовой задачей

Последовательность действий от чтения условия до проверки ответа.



Почему тема нужна дальше в курсе математики

1

Проценты и доли

Пропорциональные зависимости помогают понимать проценты и доли, когда нужно сравнивать части одного и того же целого. Это делает вычисления более понятными и аккуратными.

2

Масштаб и карты

При работе с масштабом учащиеся переводят расстояния из рисунка в реальные размеры. Здесь важно уметь видеть, как одна величина изменяется вслед за другой по строгому правилу.

3

Функции и уравнения

Позже те же идеи переходят в изучение функций и уравнений. Умение распознавать зависимость заранее облегчает запись формулы и поиск неизвестного значения.

4

Задачи из жизни

В реальных ситуациях — от покупок до физики и химии — приходится сравнивать изменения величин. Понимание пропорциональности помогает делать это быстро и без лишних ошибок.

Что важно запомнить

Прямая пропорциональность держится на постоянном отношении, а обратная — на постоянном произведении. Если знать формулы, таблицы и графики, любую задачу на зависимости решить гораздо проще.