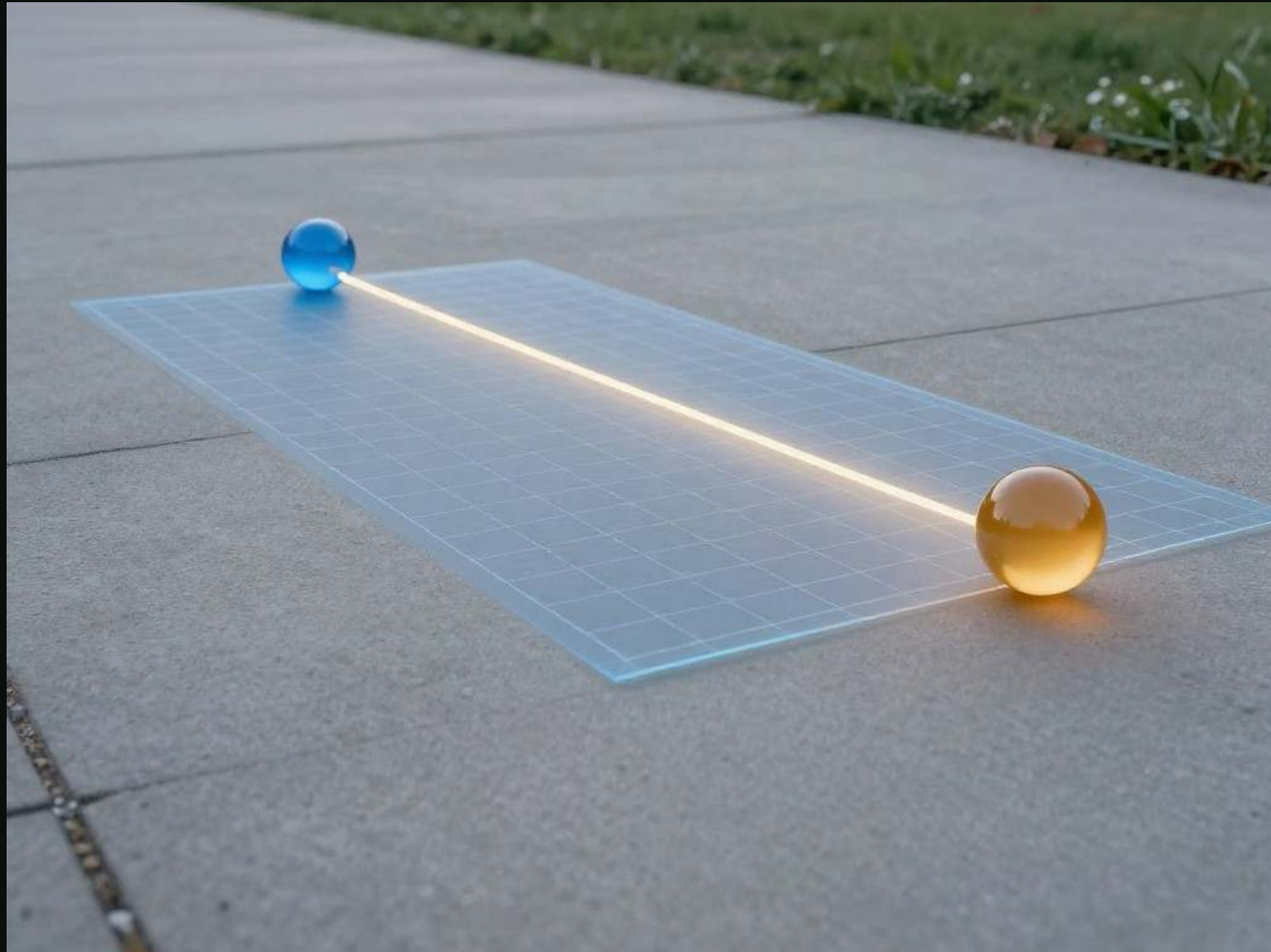


Расстояние между точками и деление отрезка в заданном отношении

Координаты помогают измерять и делить
отрезки на плоскости.



Координаты как язык геометрии



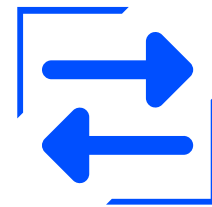
С помощью пары чисел можно точно задать точку, найти длину отрезка, его середину и точку деления в нужном отношении. Эти приёмы нужны в геометрии, графиках, черчении и схемах движения.

Координатная плоскость и запись точки



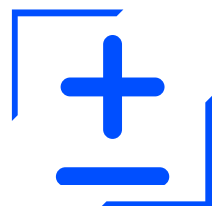
Пара чисел

Точка на плоскости записывается как $(x; y)$. Первая координата показывает положение по горизонтали, вторая — по вертикали. Вместе они однозначно задают место точки на плоскости.



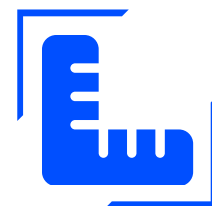
Смещение по осям

Абсцисса показывает, насколько точка смещена вправо или влево от оси y , а ордината — вверх или вниз от оси x . Так легко представить движение точки по сетке.



Знаки чисел

Положительные и отрицательные значения помогают определить, в какой части плоскости находится точка. Отрицательная абсцисса означает расположение слева от оси y , а отрицательная ордината — ниже оси x .



Точность записи

При работе с координатами важно аккуратно читать числа и записывать их в нужном порядке. Ошибка в одном знаке может изменить положение точки и привести к неверному решению задачи.

Основные формулы темы

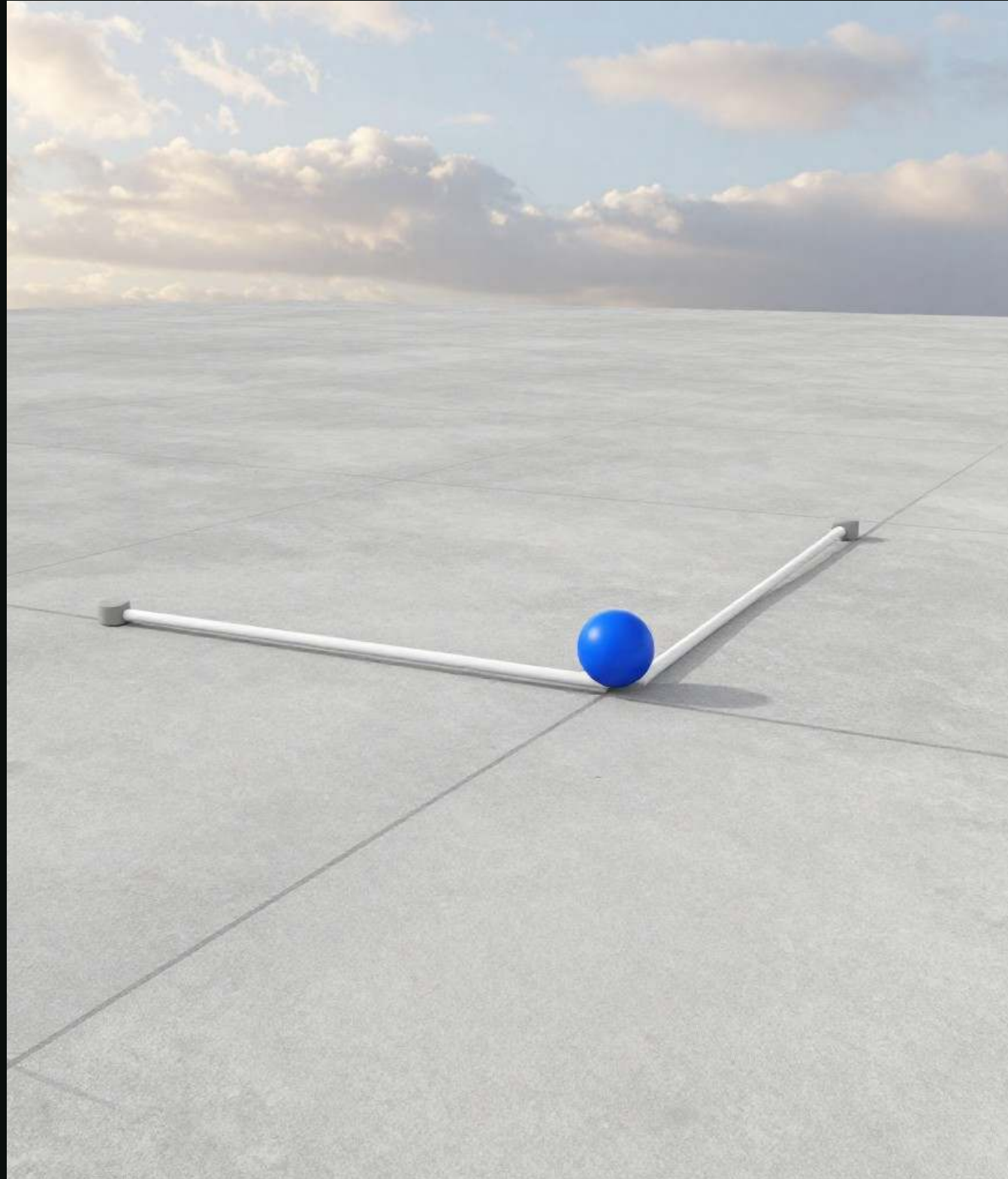
Что находим	Формула	Смысл
Расстояние	$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	Длина отрезка
Середина	$M((x_1 + x_2)/2; (y_1 + y_2)/2)$	Средние координаты
Деление $m:n$	x, y по взвешенному среднему	Точка внутри отрезка

Три формулы помогают работать с отрезками на координатной плоскости.

Все три формулы опираются на координаты концов отрезка и сводят задачу к обычным вычислениям.

Школьный курс геометрии, координатная плоскость

Почему формула расстояния связана с теоремой Пифагора



Катеты из разностей

Если провести от одной точки горизонтальный и вертикальный отрезки, получатся катеты прямоугольного треугольника. Их длины равны модулям разностей координат по осям x и y .

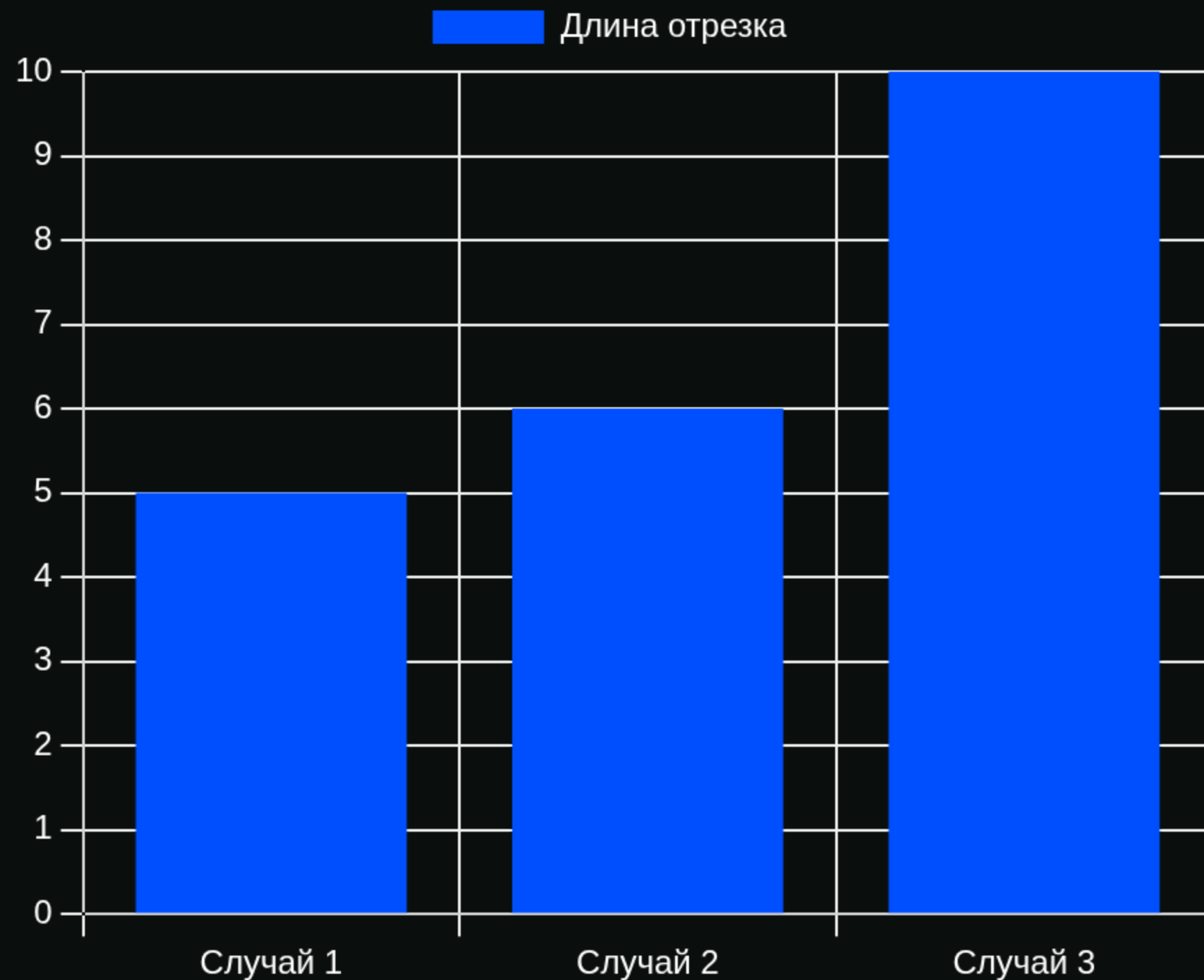
Гипотенуза как расстояние

Отрезок между точками становится гипотенузой этого треугольника. Поэтому длину находят по теореме Пифагора, а в формуле появляются квадраты разностей координат.

Почему важны модули

Знаки координат могут меняться, но длина всегда неотрицательна. Именно поэтому в рассуждении используют модули или квадраты: они убирают влияние направления и оставляют только расстояние.

Как изменение координат влияет на длину отрезка



Сравнение показывает, что одинаковые сдвиги по обеим осям дают большую длину, чем изменение только по одной оси при меньшем квадрате другой разности.

Длина растёт, когда увеличиваются оба слагаемых в квадрате; важна не сумма изменений, а их квадраты.

Учебный пример для объяснения формулы расстояния

Алгоритм нахождения расстояния между точками

Запиши точки

Сначала аккуратно выпиши координаты точек А и В. Это помогает избежать путаницы, особенно если в условии есть отрицательные числа или точки расположены в разных четвертях.

1

Найди разности

Вычисли разность абсцисс и разность ординат. Удобно сразу отметить, какая разность относится к горизонтальному смещению, а какая — к вертикальному, чтобы не перепутать их при следующем шаге.

2

Возведи в квадрат

Каждую разность нужно возвести в квадрат. Это делает результат независимым от знака и подготавливает выражение к применению теоремы Пифагора.

3

Сложи и извлеки корень

Сложи полученные квадраты и извлеки квадратный корень. Так ты получишь длину отрезка в тех же единицах, которые указаны в условии задачи.

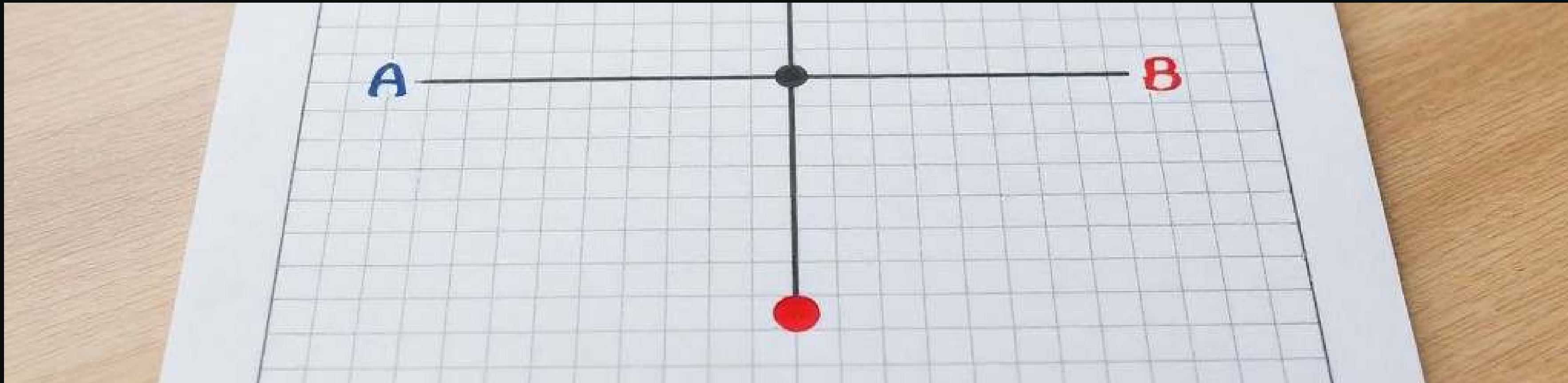
4

Проверь ответ

Убедись, что длина не отрицательна и выглядит разумно для данных координат. Проверка помогает заметить арифметическую ошибку или пропущенный квадрат.

5

Пример вычисления расстояния



1

Координаты точек

Возьмём точки $A(1; 2)$ и $B(4; 6)$. Они расположены так, что по горизонтали между ними три клетки, а по вертикали — четыре клетки.

2

Разности координат

Горизонтальная разность равна $4 - 1 = 3$, а вертикальная — $6 - 2 = 4$. Эти значения становятся катетами прямоугольного треугольника между точками.

3

Подстановка в формулу

Подставляем числа: $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25}$. Здесь хорошо видно, как координатная задача превращается в знакомый случай из геометрии.

4

Ответ

Получаем $AB = 5$. Это пример треугольника 3—4—5, поэтому результат легко проверить и запомнить как удобный ориентир для вычислений по координатам.

Частые ошибки при вычислении расстояния

Эта таблица помогает увидеть типичные неточности и сразу проверить, не допущена ли одна из них.

Большинство ошибок связано не с формулой, а с невнимательностью при записи чисел и действий.

Ошибка	К чему приводит
Порядок вычитания	Путается запись
Нет квадрата	Неверная длина
Нет корня	Лишний ответ
Сбивка знаков	Ошибка в координатах

2

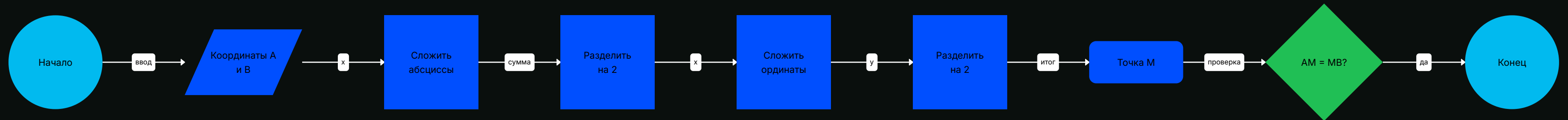
координаты середины получаются
как среднее арифметическое концов

Школьный курс геометрии

Для каждой координаты берут
среднее арифметическое значений
двух концов отрезка. Это позволяет
быстро найти точку,
равноудалённую от обоих концов,
без измерений на чертеже.

Как находят середину отрезка

Последовательность действий: координаты точек A и B, затем вычисление средних значений по каждой оси и проверка равенства отрезков AM и MB.



Пример нахождения середины отрезка

Координаты концов

Возьмём точки $A(-2; 5)$ и $B(6; 1)$. Они лежат по разные стороны от середины, поэтому удобно проверить, как координаты каждой оси усредняются отдельно.

1

Находим середину

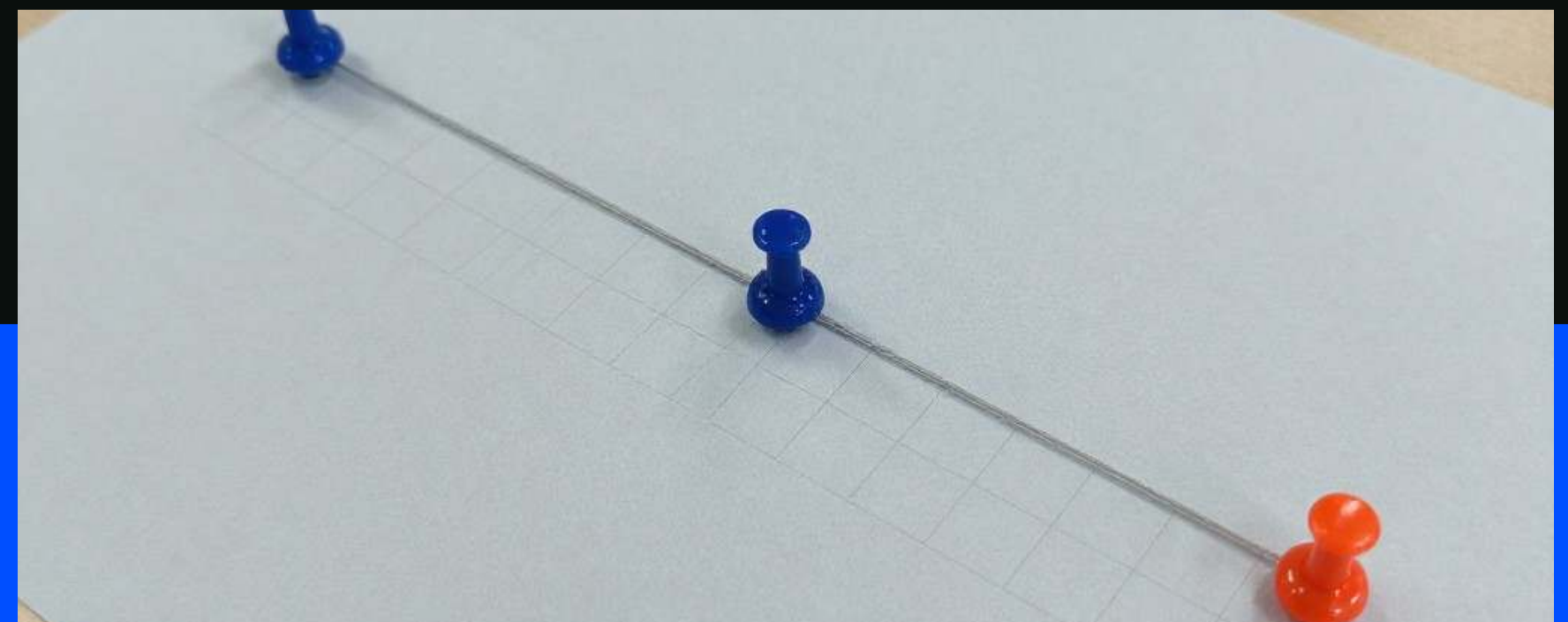
Абсцисса середины равна $(-2 + 6)/2 = 2$, а ордината равна $(5 + 1)/2 = 3$. Получаем точку $M(2; 3)$, расположенную между концами отрезка.

2

Что показывает пример

Задача наглядно демонстрирует симметрию: отрезок как будто «уравновешивается» по обеим осям. Здесь одновременно используются отрицательное и положительное числа, но результат остаётся простым и точным.

3



Деление отрезка в данном отношении

1

Смысл отношения

Если точка делит отрезок в отношении $m:n$, то расстояния от неё до концов относятся как m к n . Это означает, что отрезок разбивается не пополам, а по заданному правилу.

2

Как влияет число

Чем больше одно из чисел, тем ближе точка оказывается к противоположному концу. Поэтому отношение $1:3$ сдвигает точку заметно сильнее, чем отношение $1:2$.

3

Особый случай

Когда отношение равно $1:1$, части отрезка равны. В этом случае точка деления совпадает с серединой отрезка, и отдельная формула середины подходит без изменений.

Формула внутреннего деления отрезка

Формула показывает координаты точки Р, которая делит отрезок АВ внутри в отношении m: n. Каждая координата вычисляется отдельно по координатам концов.

Координаты точки являются взвешенным средним. Чем больше коэффициент, тем сильнее точка смещается к противоположному концу отрезка.

Величина	Формула	Смысл
x_P	$(n \cdot x_1 + m \cdot x_2) / (m + n)$	по оси x
y_P	$(n \cdot y_1 + m \cdot y_2) / (m + n)$	по оси y
m: n	заданное отношение	положение точки

Формула внутреннего деления отрезка по координатам концов

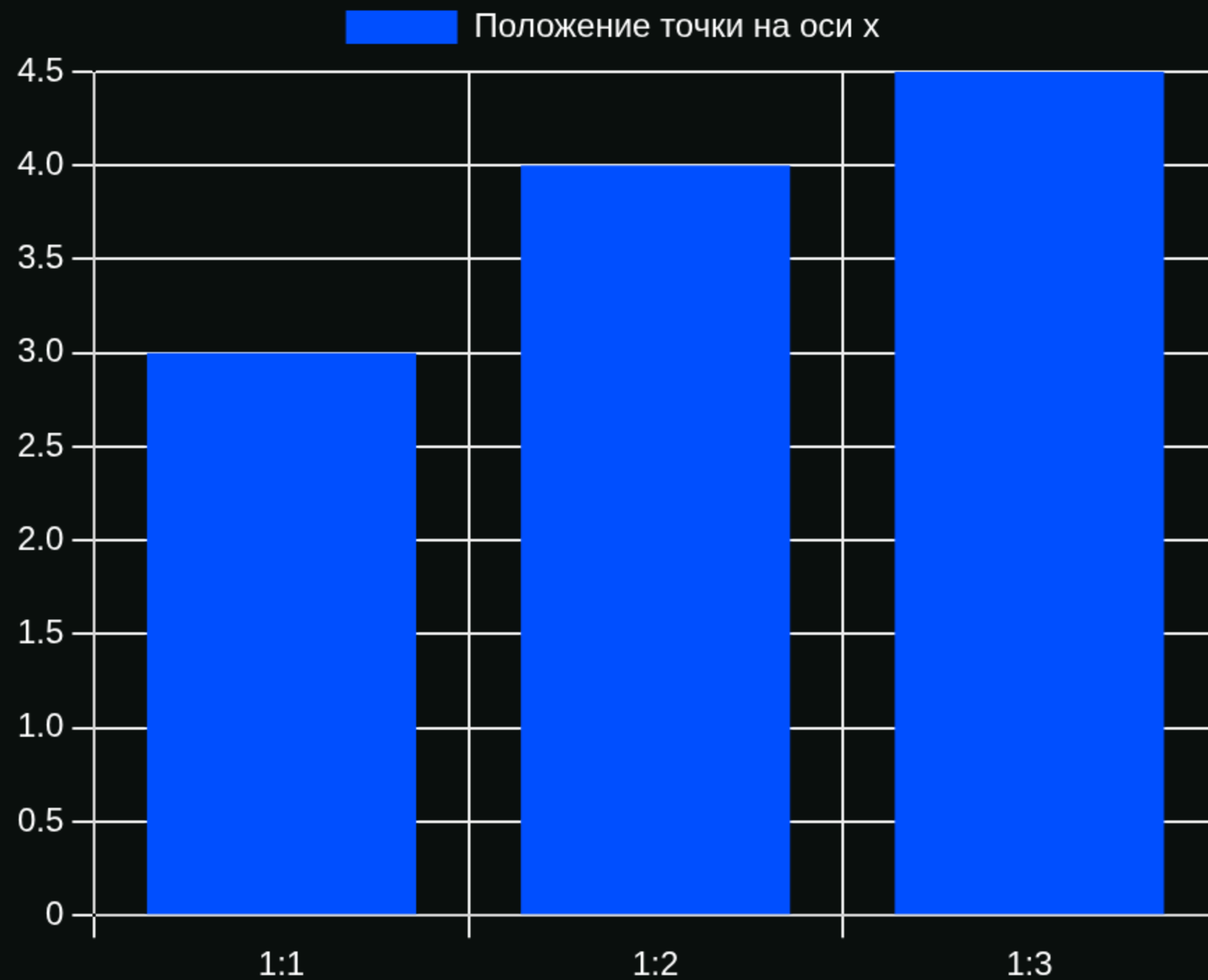
4

— именно такая координата точки получается на отрезке между концами 0 и 6 при отношении 1:2.

Пример вычисления по формуле внутреннего деления отрезка

Этот результат показывает, что точка деления находится ближе к правому концу отрезка: от неё до левого конца 4 единицы, а до правого — 2.

Как меняется положение точки при разных отношениях



На одном и том же отрезке измеряется только координата точки деления. Это помогает увидеть, как число в отношении влияет на смещение без лишних вычислений.

При увеличении второго числа точка уходит к концу А, а при увеличении первого — к концу В. Самая середина соответствует равным частям.

Расчёт для отрезка $A(0; 0) — B(6; 0)$, отношения 1:1, 1:2, 1:3

Связь двух тем в одной задаче



Сначала длина

Нередко задача начинается с вычисления расстояния между точками, чтобы понять размер отрезка, проверить построение или подготовить данные для следующего шага.



Потом деление

После этого находят середину или точку в заданном отношении. Те же координаты концов отрезка используются снова, поэтому решение остаётся единым и последовательным.

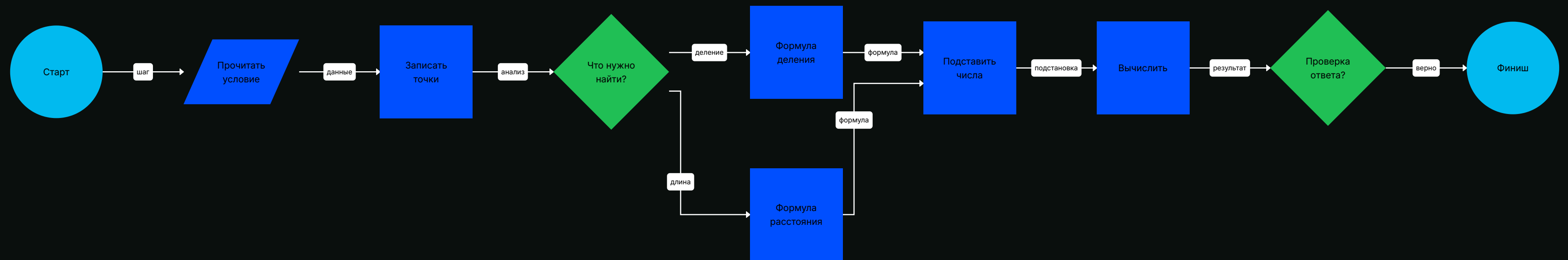


Одна система формул

Обе идеи относятся к координатной геометрии: они помогают работать с отрезками, не измеряя их линейкой, а опираясь только на числа и вычисления.

Общий порядок решения задач по теме

Алгоритм: прочитать условие, записать координаты, выбрать нужную формулу, выполнить вычисления и обязательно проверить ответ.



Где используются координатные формулы

Геометрия

Формулы помогают находить длины отрезков, середины и точки деления в задачах по геометрии. Это удобно, когда рисунок уже есть, но нужно получить точный числовой ответ.

Карты и схемы

На картах и схемах координатные вычисления помогают оценивать расстояния и выбирать положение объектов. Так можно работать с маршрутами, чертежами и планами без прямого измерения.

Компьютерная графика

В графических программах такие формулы используются при построении фигур и управлении их положением. Координаты позволяют точно задавать центр, конец и направление элементов.

Проверка решений

В школе координатные формулы полезны для самопроверки: можно быстро сравнить результаты построения и вычислений, а также убедиться, что ответ выглядит разумно.

Итоги урока: координаты помогают считать точно

Сегодня мы увидели, что расстояние между точками связано с теоремой Пифагора, середина находится через средние координаты, а деление отрезка — через взвешенное среднее. Аккуратность со знаками и проверка ответа особенно важны.