

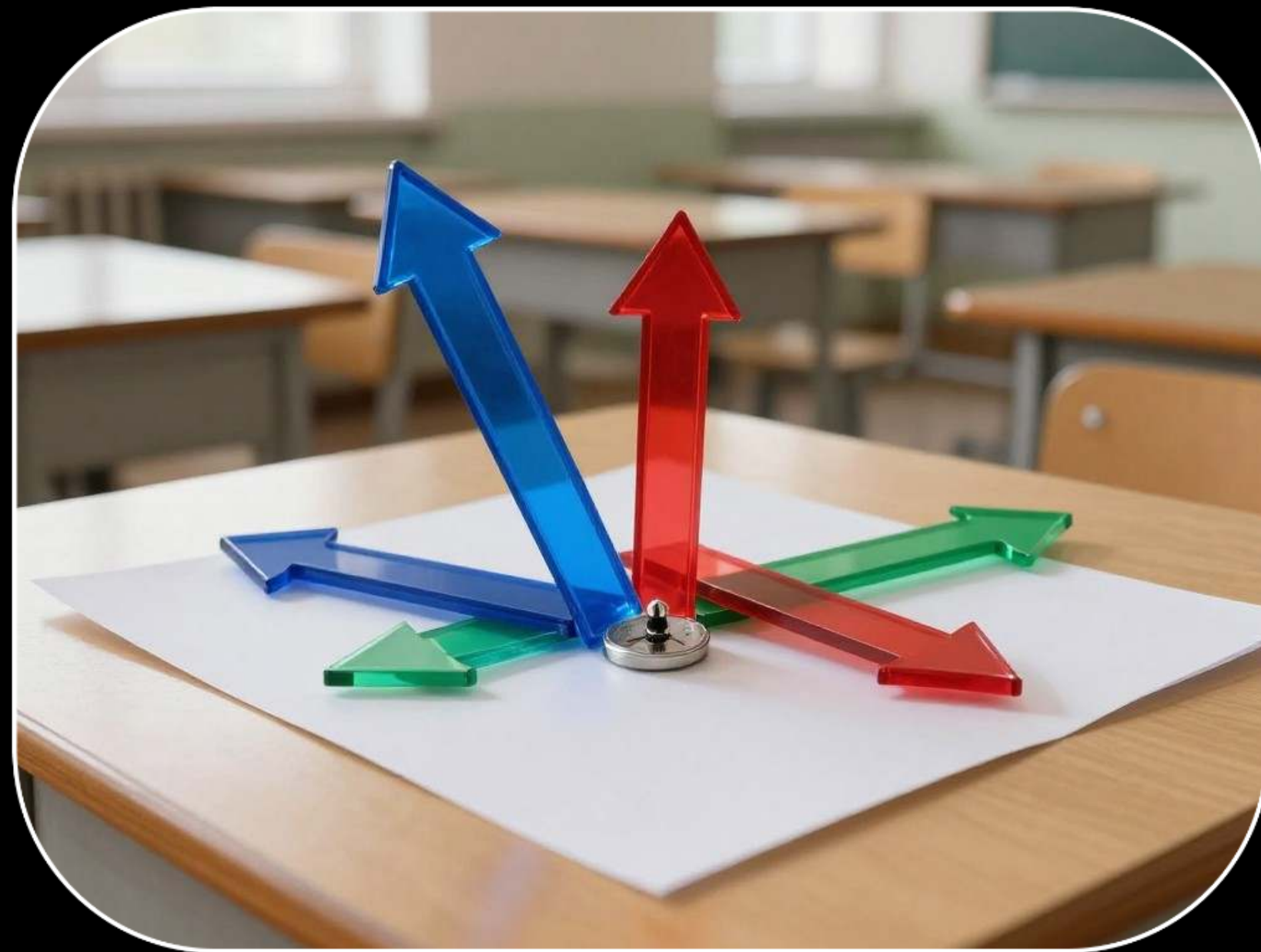
Понятие вектора в геометрии

Изучаем вектор: длину,
направление и действия с ним.

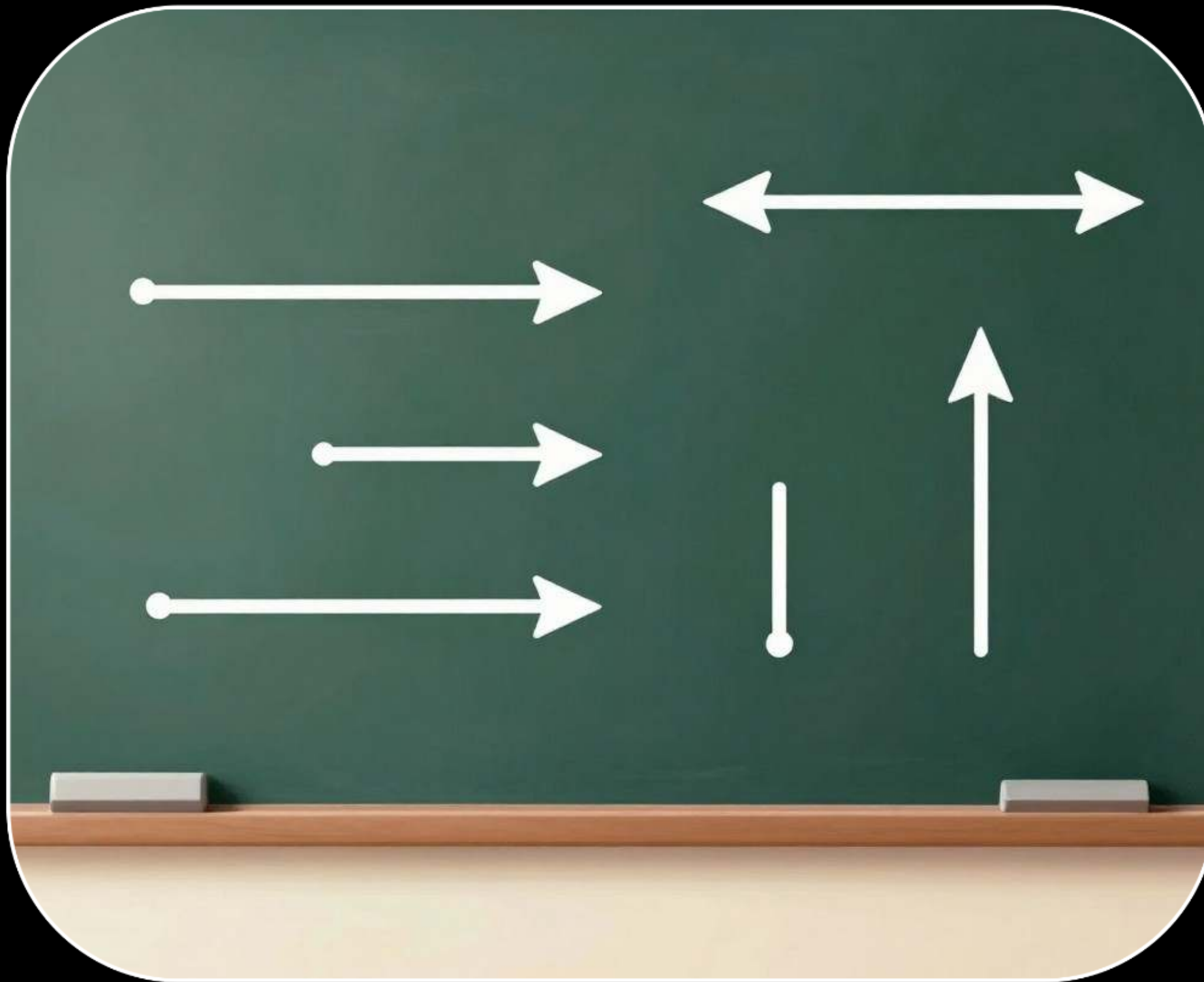


Зачем нужны векторы в 9 классе

Векторы помогают описывать движение на плоскости, работать с координатами и решать задачи, где важны не только величина, но и направление.



Что такое вектор



Направленный отрезок

Вектор изображают стрелкой: её начало показывает исходную точку, а конец — направление движения или действия. Такой рисунок делает смысл вектора наглядным.

Длина стрелки

Размер стрелки соответствует модулю вектора, то есть его длине. Чем длиннее стрелка, тем больше значение вектора при одинаковом направлении.

Разные направления

На чертеже можно показать векторы, направленные вправо, влево и вверх. Это помогает увидеть, что направление так же важно, как и длина.

Примеры на схеме

Обозначения AB и CD удобно использовать для демонстрации направленных отрезков. Они показывают, как один и тот же объект может быть расположен по-разному.

Главные признаки вектора

Длина

- 1 У каждого вектора есть длина. Она показывает, насколько велико перемещение, сила или скорость, если речь идёт о физическом смысле вектора.

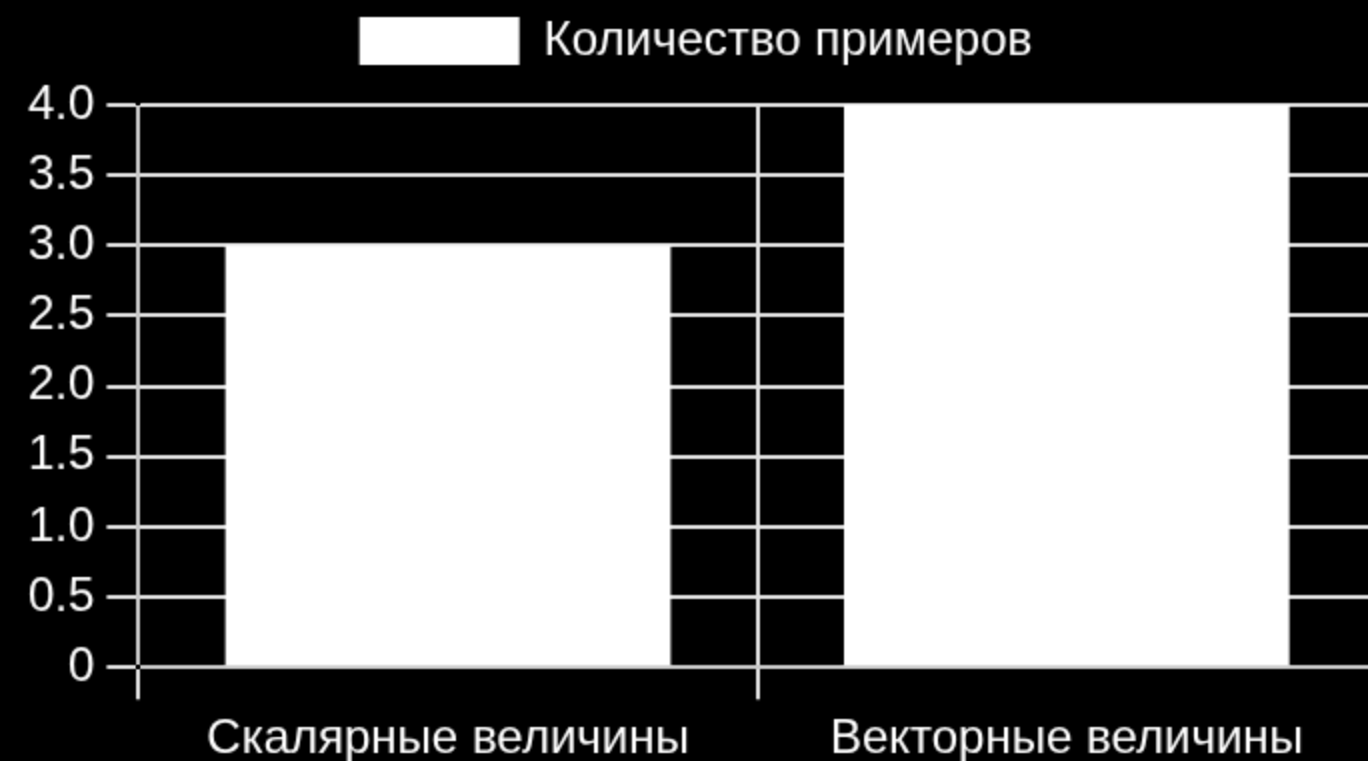
Направление

- 2 Вектор всегда указывает, куда направлено действие или движение. Без направления запись становится неполной и теряет важную часть смысла.

Обозначение

- 3 Вектор записывают особым способом: буквой со стрелкой или жирным шрифтом. Так его легко отличить от обычного отрезка или числа.

Скалярные и векторные величины



Скалярные величины задаются числом, а векторные дополняются направлением. Это различие особенно важно в задачах по физике и геометрии.

Векторные величины требуют учитывать и значение, и направление, поэтому они точнее описывают движение и взаимодействие.

На основе примеров из школьного курса геометрии и физики

Обозначение векторов на чертеже

1

Способы записи

Вектор обозначают буквой со стрелкой над ней или жирной буквой: $\overrightarrow{AB}$, $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$. Такая запись сразу показывает, что речь идёт именно о векторе.

2

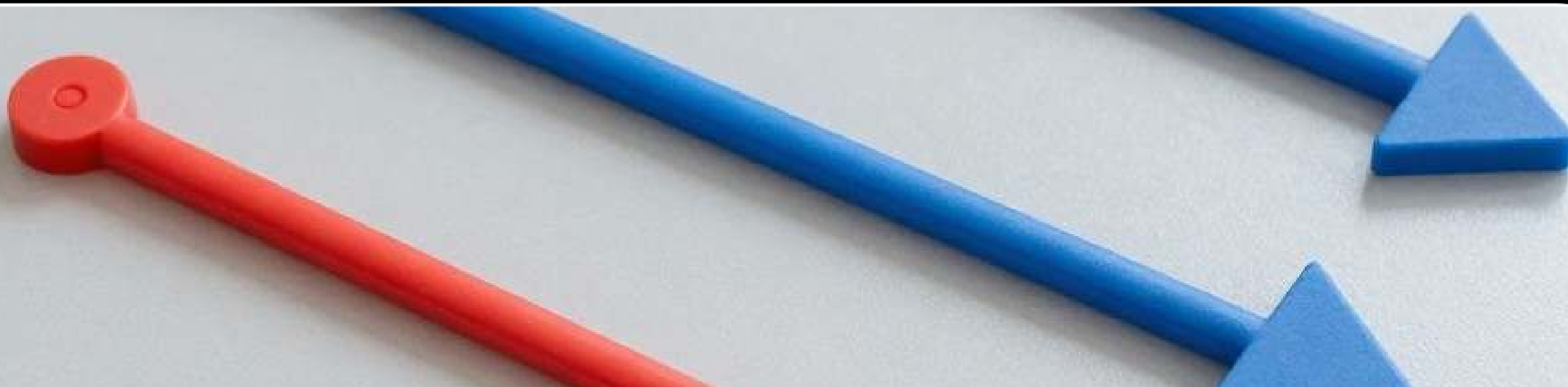
Начало и конец

Начальная и конечная точки определяют направление вектора. Если поменять их местами, получится другой вектор с противоположным направлением.

3

Сравнение на рисунке

Векторы одинаковой длины могут быть расположены в разных местах чертежа. Если направление совпадает, они считаются равными, даже без общего начала.



Координаты вектора в прямоугольной системе

Вектор	Координаты	Направление
a	(3; 0)	вправо
b	(0; 4)	вверх
c	(2; 2)	вверх-вправо
d	(-3; 1)	влево-вверх

Примеры показывают, как координаты описывают смещение по осям x и y и помогают определить направление без отдельного чертежа.

Координаты позволяют быстро сравнивать векторы и находить их направление, не строя каждый раз рисунок.

5

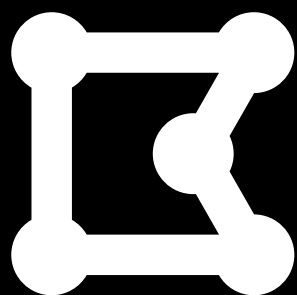
— модуль вектора (3; 4)

Длина вектора всегда неотрицательна. Для координат (3; 4) она находится по формуле $\sqrt{x^2 + y^2}$, поэтому получается 5.

Как складывают два вектора

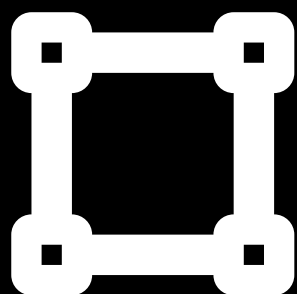
Правило треугольника помогает получить сумму векторов по их последовательному откладыванию.

Правило параллелограмма



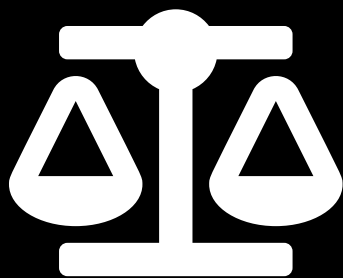
Общая точка

Если два вектора выходят из одной точки, их удобно рассматривать вместе. Так проще увидеть, как они действуют одновременно и как складываются их направления.



Диагональ как сумма

На построенном параллелограмме диагональ показывает сумму двух векторов. Она соединяет исходную точку с противоположной вершиной и отражает общий результат.



Практическая польза

Это правило используют в задачах о силах и перемещениях, когда нужно найти итоговое действие нескольких векторов сразу, а не по отдельности.

Вычитание векторов

Заменяем вычитание

1

Вычитание вектора удобно понимать как прибавление противоположного вектора. Если к вектору a добавить вектор, направленный в обратную сторону, получится разность $a - b$.

Строим на чертеже

2

На рисунке противоположный вектор откладывают от конца исходного. Затем соединяют начало первого вектора с концом добавленного, чтобы получить результат вычитания.

Где это полезно

3

Такой способ помогает сравнивать перемещения, находить разность координат и определять, насколько один вектор больше или меньше другого по направлению и длине.



Где векторы встречаются чаще всего

■ Геометрия ■ Физика ■ Навигация
■ Компьютерная графика



Диаграмма показывает четыре равные области применения векторов: школьный курс, физические задачи, навигацию и работу с изображениями на экране.

Векторы нужны сразу в нескольких предметах и технологиях, потому что одновременно описывают положение, движение и направление.

Иллюстративная схема по теме урока; статистические данные не использовались.

Вектор скорости



Одинаковая скорость — разное направление

Два человека могут двигаться с одной и той же скоростью, но их векторы скорости будут разными, если один идёт на север, а другой на восток. Именно направление делает запись точной и полезной для задач о движении.



Стрелка показывает путь

На рисунке вектор скорости удобно изображать стрелкой одинаковой длины, но повернутой в разные стороны. Так сразу видно, что числовое значение скорости может совпадать, а результат движения будет отличаться из-за направления.

Равные и противоположные векторы

Одинаковая длина

Равные векторы всегда имеют одинаковый модуль. Это значит, что их длины совпадают, даже если они начерчены в разных местах тетради или на разных участках координатной плоскости.

Одно направление

Чтобы векторы были равными, одной длины недостаточно. Они должны быть направлены одинаково, иначе их уже нельзя считать одним и тем же вектором.

Противоположный вариант

Противоположные векторы равны по длине, но смотрят в разные стороны. Такой случай часто используют при вычитании и при сравнении движений в обратных направлениях.

Без привязки к точке

Эти понятия удобны тем, что не зависят от места на чертеже. Можно сравнивать силы и перемещения по длине и направлению, не обращая внимания на начало вектора.



Свойства действий с векторами

Таблица показывает основные правила сложения векторов и их смысл в вычислениях.

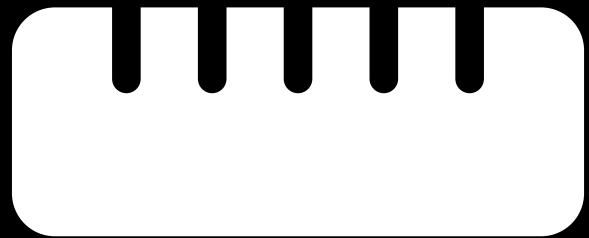
Действия с векторами подчиняются простым правилам, поэтому их можно упорядочивать и группировать без изменения результата.

Свойство	Запись	Смысл
Переместительное	$a+b=b+a$	Порядок не важен
Сочетательное	$(a+b)+c=a+(b+c)$	Скобки можно менять
Нулевой вектор	$a+0=a$	Результат не меняется
Противоположный	$a+(-a)=0$	Взаимная компенсация

Как работать с вектором по координатам

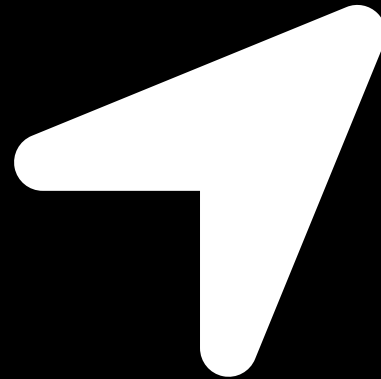
Последовательность действий при переходе от рисунка к координатной записи и вычислениям.

Почему вектор удобнее отрезка



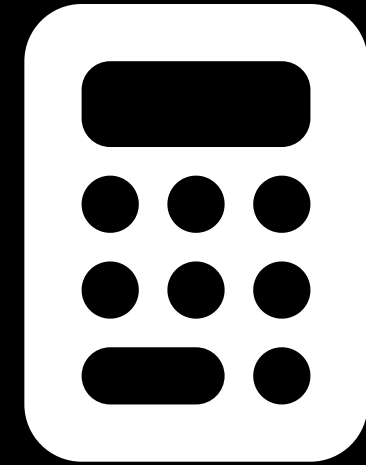
Показывает не только расстояние

Отрезок сообщает лишь, как далеко находятся две точки друг от друга. Вектор добавляет ещё и направление, поэтому точнее описывает движение, смещение и действие силы.



Подходит для маршрутов

Когда нужно объяснить, куда и насколько переместился объект, векторная запись оказывается удобнее. Она помогает не терять направление и легко сравнивать разные пути.



Упрощает вычисления

Вектор можно задать координатами и выполнять с ним действия по правилам. Это делает задачи на сумму, разность и результат нескольких перемещений более наглядными и понятными.

Как меняется результат при сложении векторов

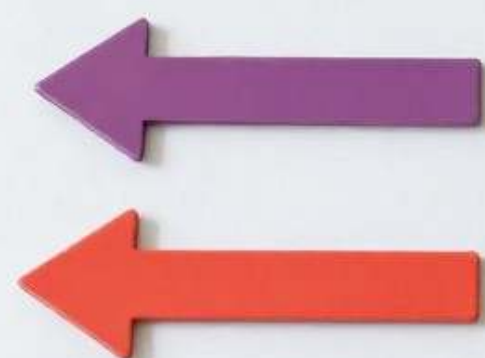


График показывает не точные измерения, а учебное сравнение трёх типичных случаев сложения векторов.

Итог зависит не только от длины, но и от угла между векторами: чем согласованнее направления, тем больше результат.

Иллюстративная схема по теме урока; значения условные.

Типичные ошибки при работе с векторами



mistake
zones



Путают длину и направление

Иногда смотрят только на размер стрелки и забывают о её повороте. Но для вектора одинаковая длина ещё не означает равенство, если направление различается.

Игнорируют знаки координат

Знаки в координатах показывают, куда направлен вектор по осям. Ошибка в знаке меняет смысл записи и может привести к неверному ответу.

Складывают как отрезки

Некоторые пытаются просто прибавить длины, не учитывая расположение векторов. На деле нужно соблюдать правило сложения, иначе результат будет неверным.

Путают противоположные векторы

Если векторы одинаковы по длине, но направлены в разные стороны, это не равные, а противоположные векторы. Такое различие особенно важно при вычитании и работе с координатами.

Вектор помогает видеть движение точно

Вектор соединяет геометрию с реальными задачами: он показывает и размер, и направление. С ним проще понимать перемещение, скорость и силу, а также уверенно работать с координатами.