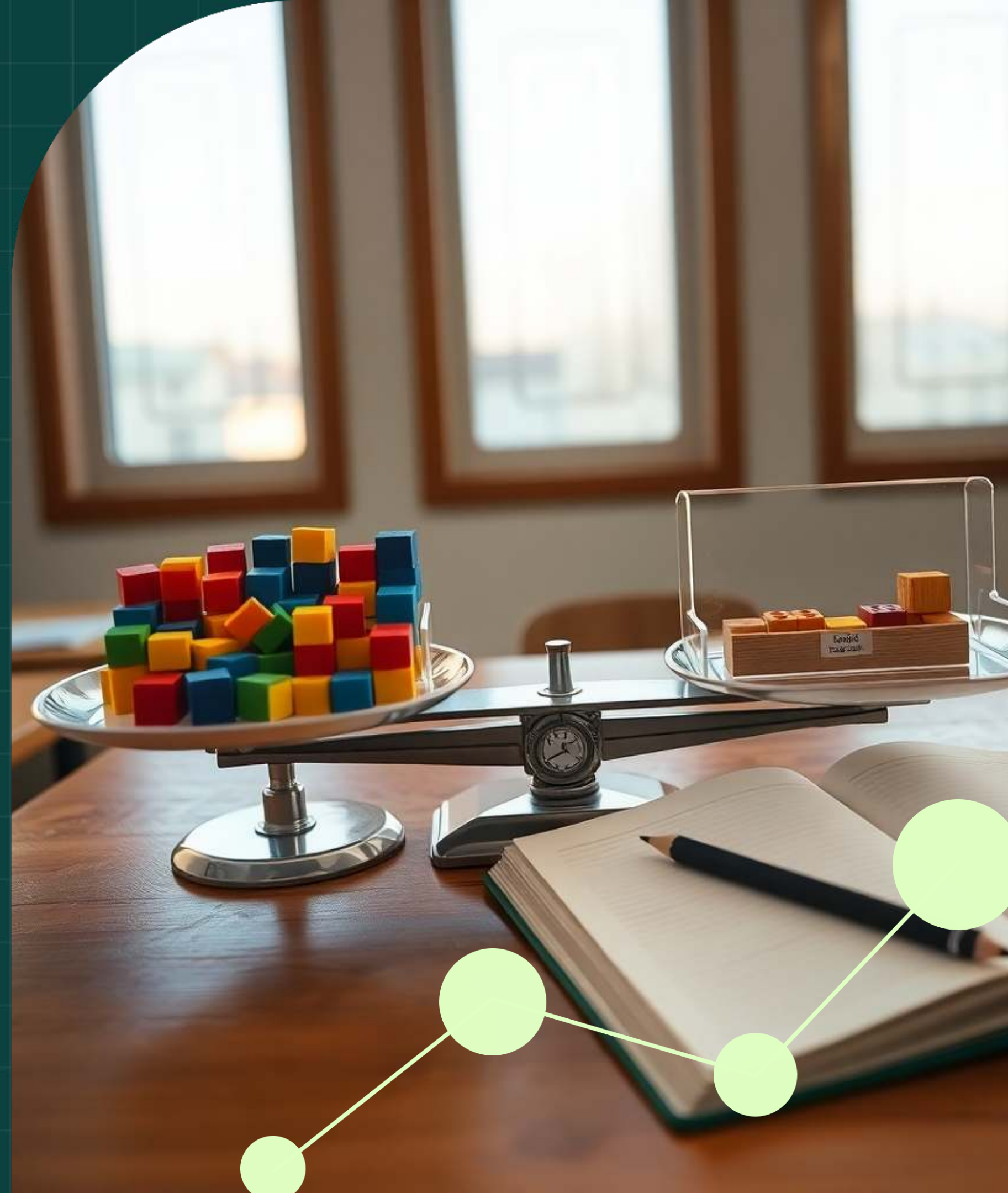




Линейное уравнение с одной переменной

Учимся находить неизвестное
и проверять ответ



Где скрыто неизвестное

Линейные уравнения помогают находить цену, возраст, время и количество предметов. Это один из первых шагов в алгебре: он учит переводить жизненную ситуацию в математическую запись и готовит к более сложным уравнениям и текстовым задачам.



Что называют линейным уравнением

3

1

Запись уравнения

Линейное уравнение с одной переменной обычно записывают как $ax + b = 0$ или $ax + b = c$. В нём есть неизвестное число, обозначенное буквой, и известные числа.

2

Переменная и коэффициент

Переменная — это x , а коэффициент показывает, сколько раз её берут. Если перед x стоит число 5, значит переменную умножают на 5, а не складывают с ним.

3

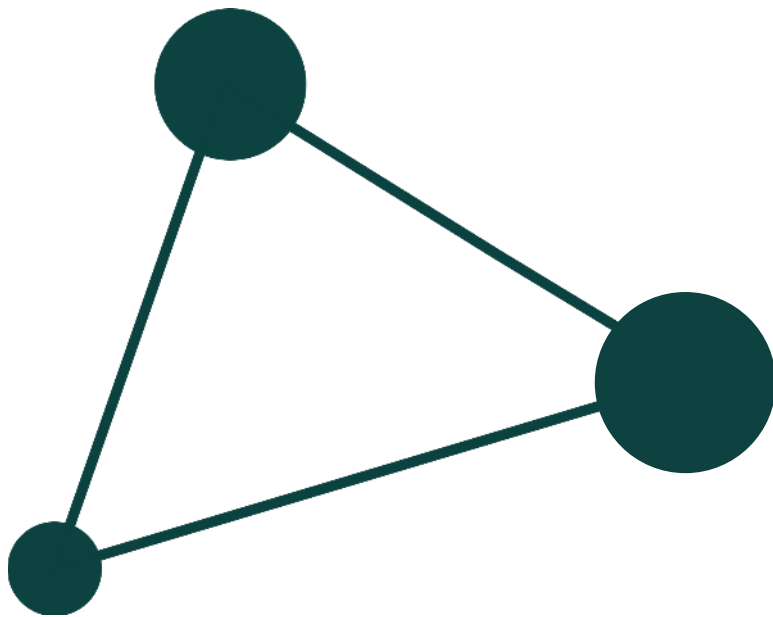
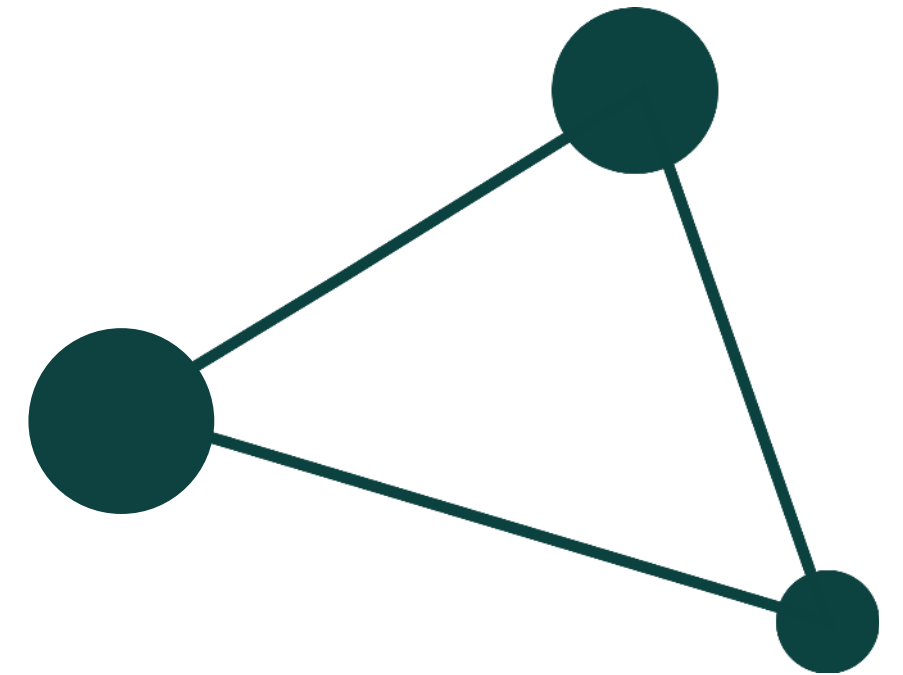
Только первая степень

В линейном уравнении переменная не возводится в квадрат и не стоит под корнем. Поэтому запись остаётся простой, а решение обычно сводится к последовательным равносильным преобразованиям.

4

Один ответ

После упрощения линейное уравнение можно привести к виду $x = \text{число}$. Это значит, что в большинстве случаев у него есть один корень, который можно проверить подстановкой.



Почему уравнение называется линейным

● Прямой результат

После преобразований уравнение обычно сводится к записи $x = \text{число}$. Такая форма показывает, что нужно найти одно конкретное значение переменной, а не целый набор ответов.

● Связь с графиком

Если рассматривать зависимость, связанную с линейным выражением, её график изображается прямой линией. Именно поэтому в названии есть слово «линейное».

● Нет сложных степеней

В таких уравнениях переменная не умножается сама на себя и не находится в знаменателе. Это отличает их от квадратных и дробных уравнений.

● Удобно решать

Линейная форма позволяет использовать простые и одинаковые по смыслу действия: складывать, вычитать, умножать и делить обе части, не меняя корень.

Части линейного уравнения

Элемент	Запись	Значение
Переменная	x	Неизвестное число
Коэффициент	5 в $5x$	Число перед x
Свободный член	$+7, -3$	Число без x
Знак равенства	$=$	Левая и правая части равны

Сравним основные элементы записи и их значение.

Каждая часть записи помогает понять, что нужно найти и какие преобразования можно выполнить без потери ответа.

Что такое корень уравнения

6

1

Смысл корня

Корень уравнения — это такое число, которое при подстановке вместо переменной делает равенство верным. Если число не подходит, равенство становится неверным.

2

Проверка на примере

В уравнении $3x + 5 = 20$ подставим $x = 5$. Получаем $3 \cdot 5 + 5 = 20$, то есть верное равенство. Значит, 5 — корень этого уравнения.

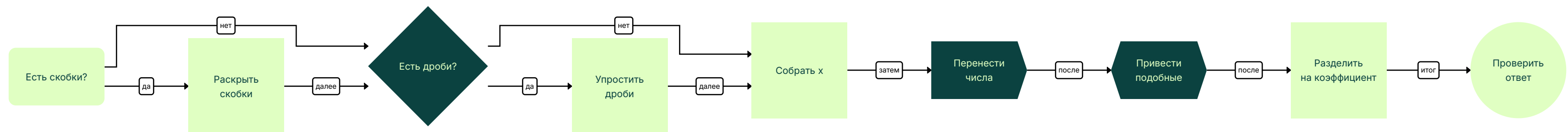
3

Почему проверка важна

Проверка подстановкой показывает, не допущена ли ошибка при вычислениях. Для линейного уравнения с одной переменной обычно ищут один точный ответ, а затем подтверждают его.

Алгоритм решения линейного уравнения

Последовательность шагов помогает решать уравнение без лишних ошибок.

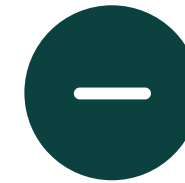


Свойства равенства



Прибавить одинаковое число

Если к обеим частям уравнения прибавить одно и то же число, равенство сохранится. Это удобно, когда нужно убрать вычитаемое или перенести свободный член.



Вычесть одинаковое число

Из обеих частей можно вычесть одно и то же число. Так уравнение упрощают, не меняя его корень, и аккуратно избавляются от лишних слагаемых.



Умножить на одно число

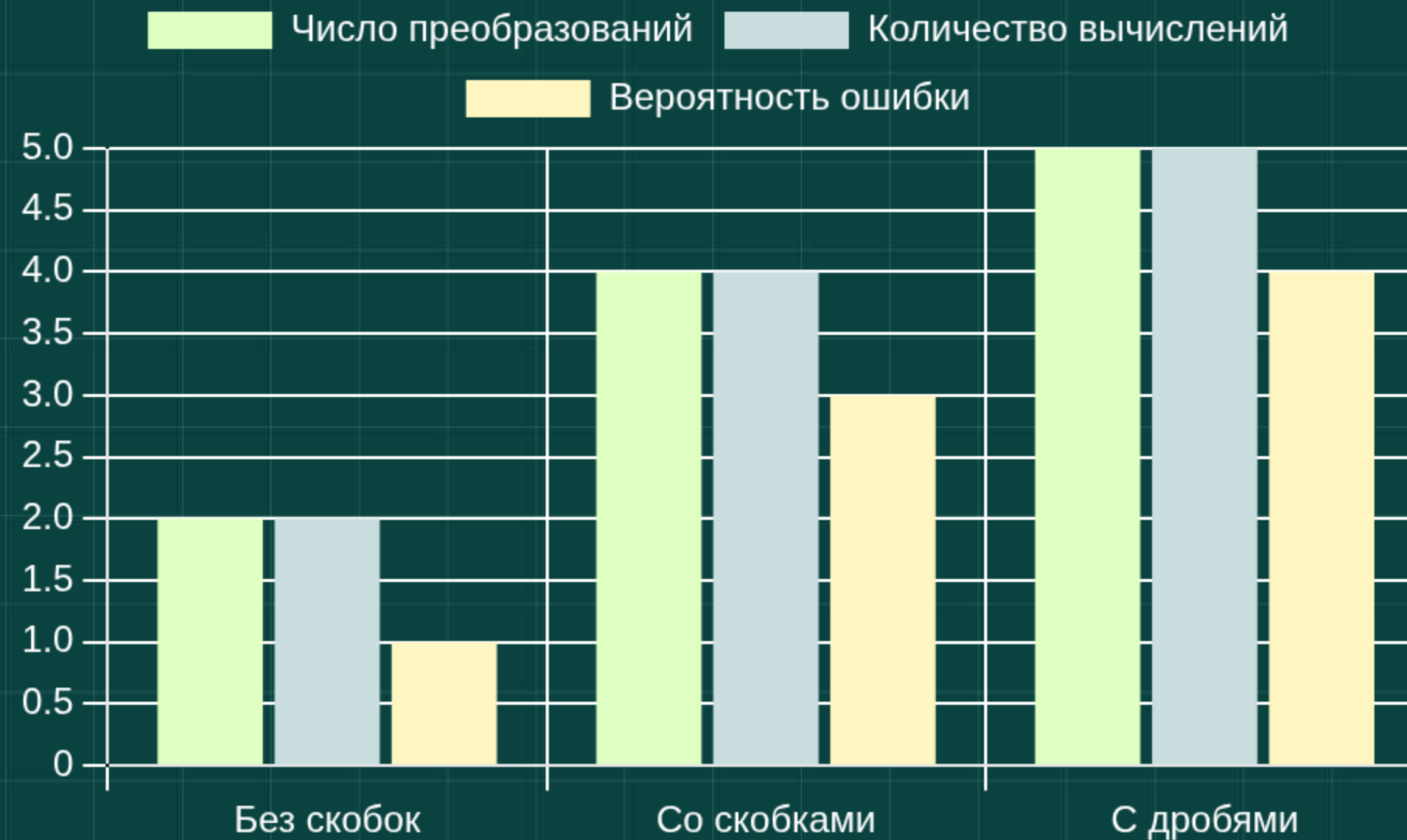
Обе части можно умножить на одно и то же ненулевое число. Это помогает убрать дроби и сделать запись более удобной для решения.



Разделить на одно число

Если разделить обе части на одно и то же ненулевое число, корень не изменится. Именно так находят x , когда перед ним стоит коэффициент.

Как меняется сложность уравнений



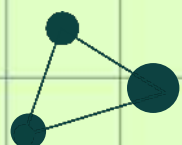
Чем больше в записи дополнительных действий, тем внимательнее нужно выполнять каждый шаг и проверять промежуточный результат.

Сложность растёт вместе с числом преобразований: уравнения с дробями требуют больше внимания, чем простые выражения без скобок.



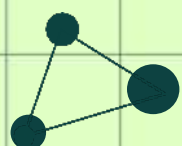
Сравнительная учебная схема по типам линейных уравнений

Пример решения уравнения с проверкой



Находим x

Решаем уравнение $3x + 5 = 20$ по шагам. Сначала вычитаем 5 из обеих частей и получаем $3x = 15$. Затем делим обе части на 3.



Смысл образа

На рисунке удобно показать весы или равные чаши: обе стороны уравнения должны оставаться в равновесии. Такой образ помогает лучше понять, зачем выполняют одинаковые действия.



Проверяем ответ

Получаем $x = 5$. Подставляем значение обратно: $3 \cdot 5 + 5 = 20$. Равенство верное, значит найденный корень подходит и решение выполнено правильно.



Уравнения со скобками

1

Сначала раскрывают

Если в уравнении есть скобки, сначала применяют распределительное свойство умножения. Каждый член внутри скобок умножают на число перед ними, чтобы получить более простую запись для дальнейшего решения.

2

Следят за знаками

Особенно важно не потерять знак перед скобками и правильно умножить отрицательные числа. Одна ошибка на этом этапе сразу меняет значение всего уравнения и приводит к неверному ответу.

3

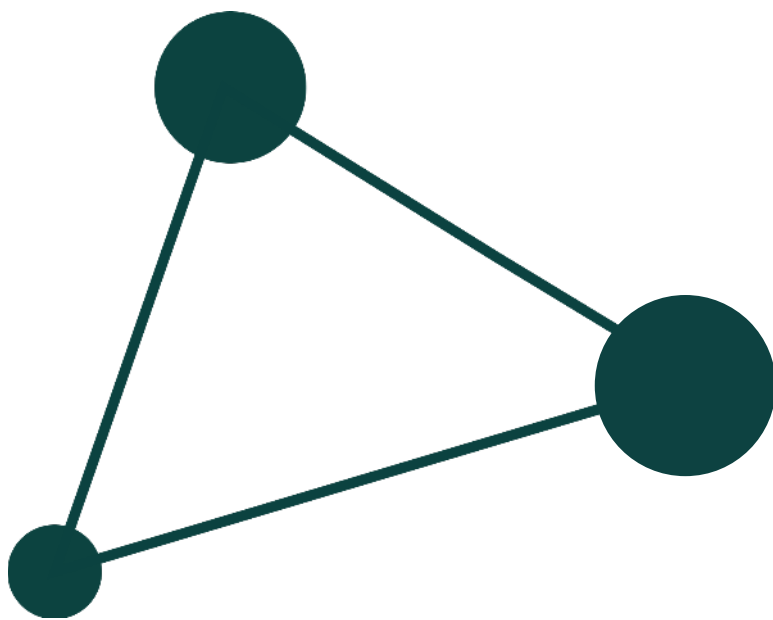
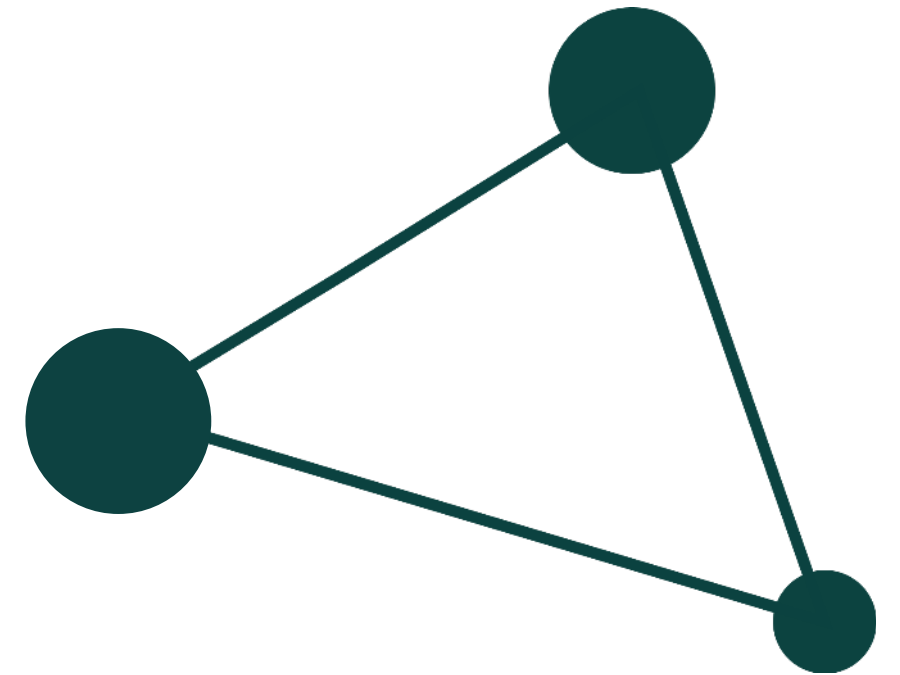
После этого решают

Когда скобки раскрыты, уравнение приводят к обычному виду: собирают переменные, переносят числа и находят x . Дальше решение ничем не отличается от простого линейного уравнения.

4

Проверка обязательна

После нахождения ответа полезно подставить его в исходное уравнение. Проверка показывает, верно ли раскрыты скобки и не допущена ли ошибка в вычислениях или переносе слагаемых.



Уравнения с дробями

Шаг 1: убираем знаменатели

Если в уравнении есть дроби, удобно умножить обе части на общий знаменатель. Так запись становится проще, а дробные вычисления уменьшаются.

Шаг 2: решаем как обычное уравнение

После избавления от знаменателей уравнение приводят к привычному виду: переносят слагаемые, упрощают выражения и находят значение переменной без лишних дробей.

Шаг 3: проверяем ответ

Найденное значение подставляют обратно в исходное уравнение. Это помогает убедиться, что при умножении на знаменатель не была допущена ошибка.

Типичные ошибки при решении

13

● Неверный знак

При переносе слагаемого ученики часто забывают сменить знак. Из-за этого левая и правая части уравнения меняются неправильно, а итоговый ответ становится неверным.

● Ошибки в скобках

При раскрытии скобок легко умножить не каждый член или пропустить минус перед ними. Особенно внимательно нужно работать с выражениями, где есть отрицательные числа.

● Неправильное деление

После преобразований важно делить обе части уравнения на коэффициент при x . Если выполнить действие только с одной частью или выбрать неверное число, ответ будет ошибочным.

● Нет проверки

Даже верно найденное значение нужно подставить обратно в уравнение. Без проверки можно не заметить арифметическую ошибку и сдать неправильный ответ как правильный.

Какие ошибки встречаются чаще всего

Знаки при переносе Арифметические вычисления
Раскрытие скобок Нет проверки



Диаграмма помогает увидеть, на каких этапах ученики чаще всего теряют баллы и где особенно нужна аккуратность при решении.

Чаще всего ошибки связаны со знаками и вычислениями, значит, именно эти действия стоит отрабатывать особенно внимательно.



Учебная аналитическая схема для урока алгебры, без привязки к статистическому исследованию

Проверка корня на примерах

Уравнение	Корень	Проверка
$2x + 3 = 11$	$x = 4$	$2 \cdot 4 + 3 = 11$
$5x - 10 = 0$	$x = 2$	$5 \cdot 2 - 10 = 0$
$3(x - 1) = 6$	$x = 3$	$3(3 - 1) = 6$

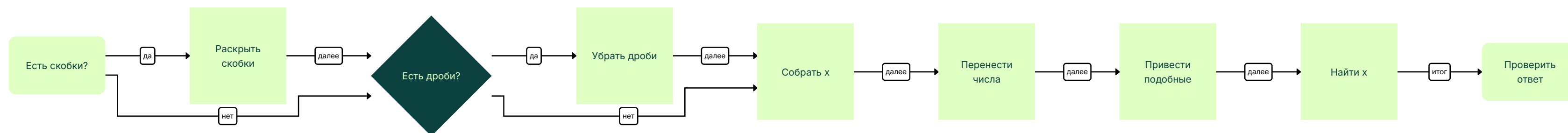
В таблице показано, как подстановка найденного значения подтверждает правильность решения уравнения.

Во всех примерах подстановка превращает уравнение в верное равенство, значит, корень найден правильно.



Как решать более сложное уравнение

Последовательность действий для уравнений со скобками и дробями



Линейное уравнение в текстовой задаче



Покупка в магазине

В магазине купили четыре тетради и обложку за 12 рублей, а всего заплатили 52 рубля. Если цена одной тетради неизвестна, ситуацию можно записать как уравнение и найти нужное число по условию.



Цена одного предмета

Такие задачи удобны тем, что одно неизвестное выражает реальную величину: стоимость тетради, ручки или упаковки. Алгебра помогает перевести разговор о покупке на точную математическую запись и решить её без догадок.



Связь с жизнью

Подобные примеры часто встречаются в повседневных расчётах: при делении суммы поровну, подсчёте времени или определении возраста. Поэтому уравнение становится понятным инструментом для описания обычной ситуации.

Корень уравнения на координатной прямой



Каждая точка на оси показывает одно конкретное значение переменной и помогает увидеть ответ как число, а не как абстрактную запись.

Корень линейного уравнения обычно один и может быть положительным, отрицательным или равным нулю.



Что важно запомнить

19

1

Переменная в первой степени

Линейное уравнение отличается тем, что переменная входит только в первой степени. В нём нет квадратов, кубов, корней и других более сложных выражений.

2

Равносильные преобразования

Решение строят так, чтобы не изменить корень уравнения. Для этого используют одинаковые действия с обеими частями и постепенно упрощают запись до удобного вида.

3

Цель решения

Главный результат — получить запись вида $x = \text{число}$. Тогда сразу видно, какое значение является ответом, и легко проверить, подходит ли оно по условию.

4

Зачем это нужно

Умение решать такие уравнения понадобится дальше при изучении более сложных тем, систем уравнений и текстовых задач, где неизвестное нужно находить по условию.



Линейное уравнение — шаг к алгебре

Сегодня вы познакомились с основой алгебры: научились находить неизвестное, выполнять преобразования равенства и проверять ответ. Эти навыки пригодятся и на следующих уроках, и в обычных расчётах.