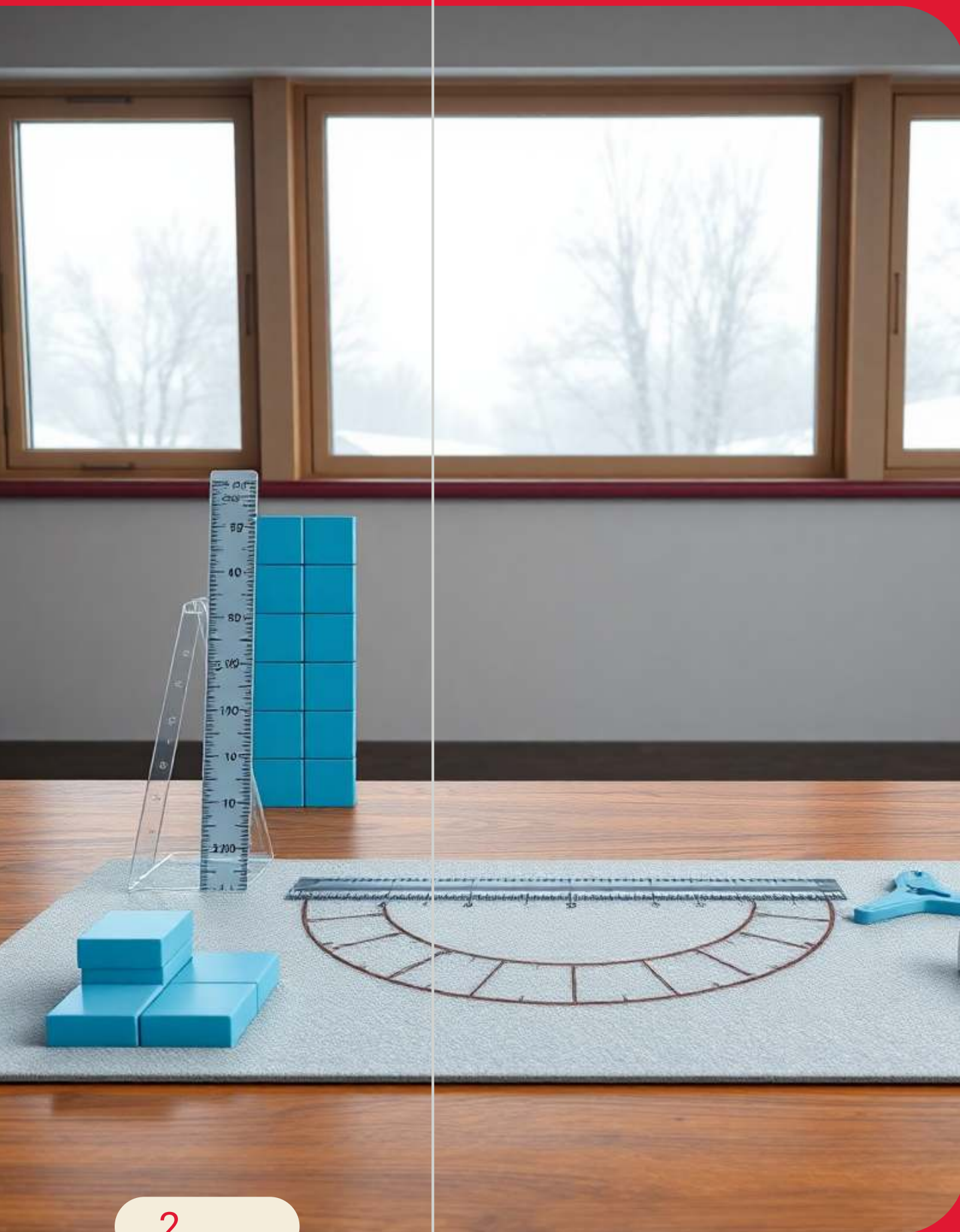




Приблизжённое извлечение арифметических квадратных корней

Учимся оценивать корни точно без калькулятора.



Почему корни нужно оценивать приближённо

Полные квадраты дают целые корни, а неполные — бесконечные десятичные дроби. В задачах чаще важна не точность до последнего знака, а удобное и надёжное приближение до десятых или сотых.

49

даёт точный корень, равный семи

Для полных квадратов квадратный корень находится без погрешности, а для остальных чисел его приходится оценивать.

Школьный курс математики: свойства квадратного корня и полных квадратов

Полные квадраты как ориентиры для оценки

01

Таблица опоры

Квадраты чисел от 1 до 10 легко запомнить: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100. Они помогают быстро находить границы корня.

02

Нижняя и верхняя границы

Если число лежит между двумя полными квадратами, то его корень лежит между соседними целыми числами. Так сразу получается рабочий промежуток для оценки.

03

Примеры для практики

Числа 2, 3, 5, 7, 8, 10, 20 и 50 удобно сравнивать именно с соседними квадратами, чтобы быстро понять, где находится их корень.

04

Быстрая проверка

Чем ближе число к меньшему квадрату, тем ближе корень к меньшему целому числу. Это помогает делать первую оценку без вычислений.



Интервалы для квадратных корней

Сравниваем число с двумя соседними полными квадратами и сразу получаем интервал для его корня.

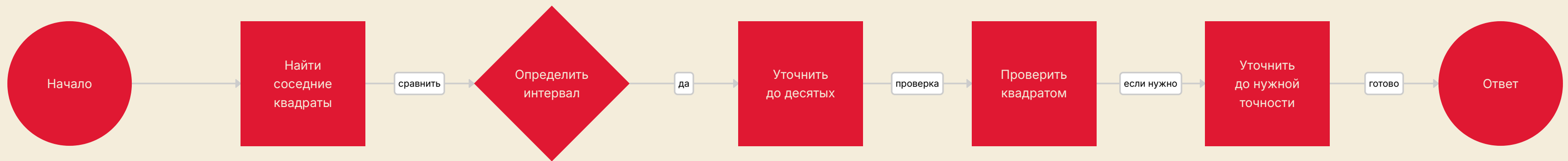
Любой корень неполного квадрата сначала удобно ограничить двумя соседними целыми числами.

Школьный курс математики, свойства квадратов натуральных чисел

Число	Меньший квадрат	Больший квадрат	Интервал
10	9	16	$3 < \sqrt{10} < 4$
20	16	25	$4 < \sqrt{20} < 5$
50	49	64	$7 < \sqrt{50} < 8$
90	81	100	$9 < \sqrt{90} < 10$

Алгоритм приближённого извлечения корня

Последовательность основана на сравнении числа с соседними полными квадратами и проверке результата.



Подбор по соседним квадратам

Корень из 20

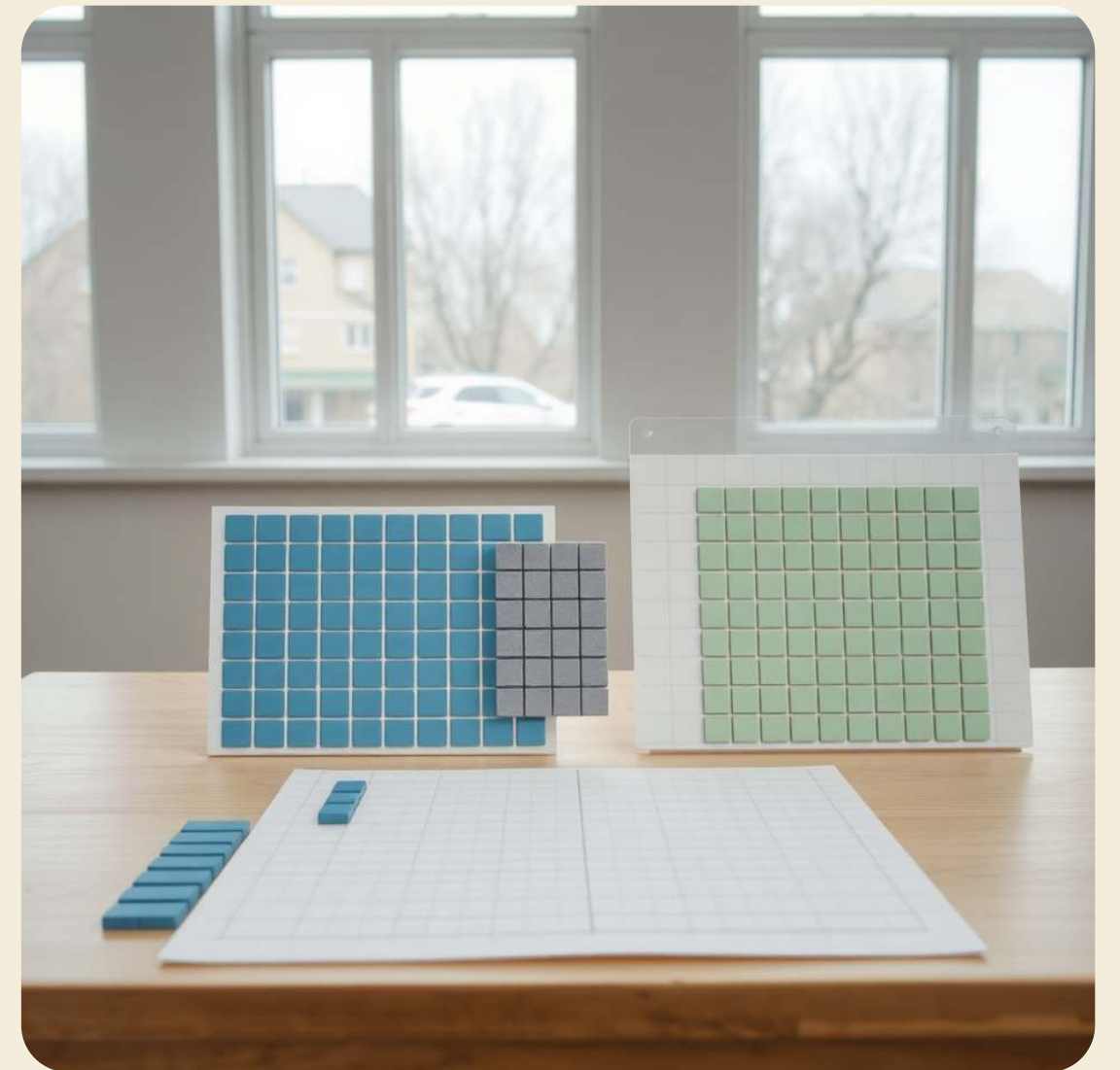
Поскольку $4^2 = 16$ и $5^2 = 25$, число 20 лежит между ними. Оно ближе к 16, поэтому корень ближе к 4, чем к 5.

Корень из 50

Так как $7^2 = 49$ и $8^2 = 64$, получаем $7 < \sqrt{50} < 8$. Число 50 почти совпадает с 49, значит корень лишь немного больше 7.

Первый ответ без калькулятора

Сравнение с соседними квадратами даёт быстрый и понятный ориентир. После этого остаётся только уточнить значение, если нужна более точная запись.



Точные и приближённые значения корней

Диаграмма показывает, как быстро растёт значение корня по мере увеличения числа и насколько близко приближение может быть к точному результату.

Чем ближе число к полному квадрату, тем проще получить корень, почти совпадающий с целым числом.

Школьные вычисления: $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{10} \approx 3,16$, $\sqrt{20} \approx 4,47$, $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{50} \approx 7,07$

Уточнение до десятых и сотых

01

Сужаем интервал

Сначала находим две соседние границы. Для $\sqrt{50}$ это 7 и 7,1: квадрат 7 равен 49, а 7,1 уже даёт значение больше 50.

02

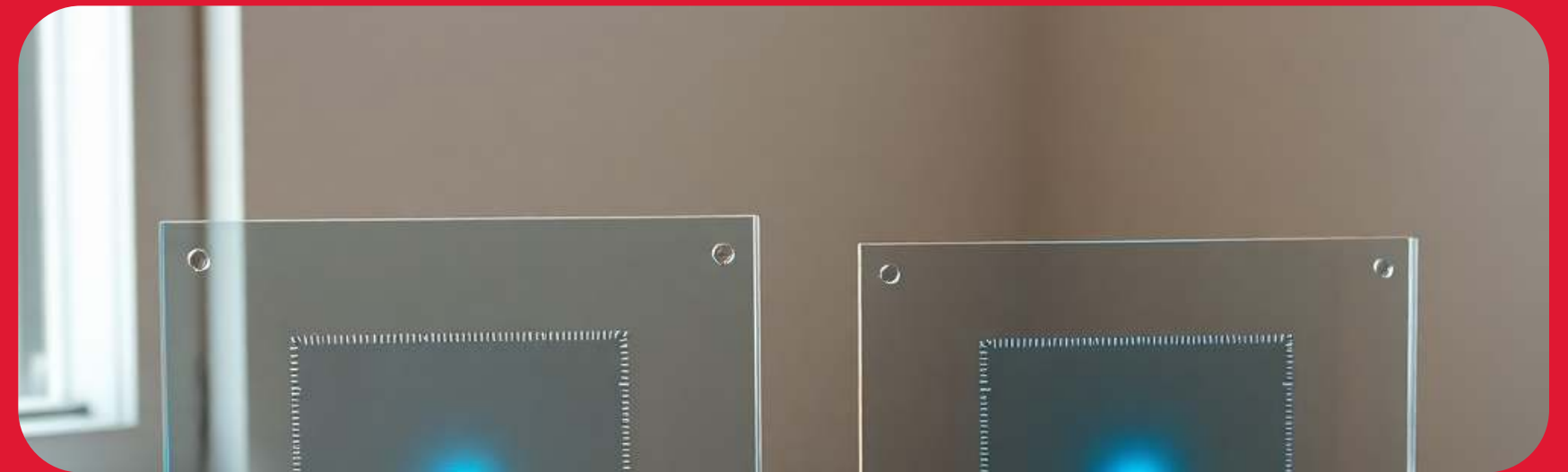
Переходим к сотым

Чтобы уточнить сильнее, проверяем 7,07. Его квадрат почти равен 50, значит это значение подходит гораздо лучше, чем грубое приближение.

03

Проверяем результат

Для $\sqrt{20}$ аналогично получаем промежуток между 4,4 и 4,5, а затем уточняем до 4,47. Чем больше знаков, тем меньше ошибка.



Геометрический смысл квадратного корня



Сторона по площади

Если площадь квадрата равна 49, то его сторона равна 7. Квадратный корень показывает, какое число нужно взять, чтобы получить заданную площадь.



Приближённые размеры

При площади 50 сторона уже не целая: она примерно равна 7,07. Это удобно, когда нужно работать с чертежами, планами и измерениями.



Связь с задачами

Для площади 20 сторона получается около 4,47. Такой смысл помогает понимать, почему приближённые корни часто встречаются в геометрии и прикладных заданиях.

Примеры приближённых значений

Таблица показывает, как корни неполных квадратов записывают с разной точностью: до десятых и до сотых.

Дополнительный знак после запятой заметно повышает точность и делает ответ удобнее для вычислений.

Школьный курс математики; приближённые значения квадратных корней.

Число	До десятых	До сотых
$\sqrt{2}$	1,4	1,41
$\sqrt{3}$	1,7	1,73
$\sqrt{5}$	2,2	2,24
$\sqrt{7}$	2,6	2,65
$\sqrt{8}$	2,8	2,83
$\sqrt{10}$	3,2	3,16

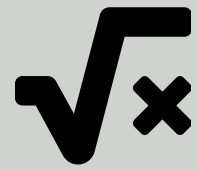
Как уменьшается ошибка при уточнении

Чем больше знаков после запятой, тем ближе запись к $\sqrt{2}$ и тем полезнее результат для вычислений.

Уточнение с 1,4 до 1,414 резко снижает ошибку и повышает надёжность ответа.

Точное значение $\sqrt{2} \approx 1,41421356$; учебное сравнение приближений.

Способы проверить приближение



Возвести в квадрат

Проверьте, даёт ли квадрат найденного числа исходное значение. Если результат близок, приближение выбрано верно и его можно использовать в задаче.



Сравнить с числом

Если квадрат приближения больше исходного числа, значение нужно немного уменьшить. Если меньше — немного увеличить, чтобы попасть ближе к нужному корню.



Сделать контроль

Для $\sqrt{5}$ число 2,24 подходит, потому что $2,24^2 = 5,0176$. Такой контроль помогает избежать грубых ошибок и выбрать точность, достаточную для ответа.

Пошаговое уточнение корня из 20

Последовательное сужение интервала на основе соседних квадратов и проверки приближений.



Как выбирают точность ответа в задачах

Быстрая оценка

В черновых вычислениях и простых заданиях часто достаточно ответа до десятых. Он показывает нужный порядок числа и не перегружает запись.

Точное оформление

В чертежах, измерениях и прикладных задачах удобнее использовать сотые. Такая запись помогает получить более надёжный результат без лишней длины ответа.

Итоговый выбор

Округление зависит от условия задачи: иногда хватает 7,1, а иногда нужен 7,07. Главное — сохранить точность, которая действительно нужна.

Где приближённый корень помогает на практике



Диагональ квадрата на плане

Если сторона квадрата равна 5, его диагональ выражается через $\sqrt{50}$. По теореме Пифагора получаем 7,07, и этого достаточно для чертежа, клетчатой бумаги или разметки комнаты. Такое приближение удобно там, где важна не только формула, но и наглядный размер.



Измерения в реальных задачах

При расчёте рамок, плитки или деталей часто встречаются величины, которые нельзя выразить целым числом. Тогда корень нужно оценить, чтобы быстро получить практически полезный ответ и не терять время на лишнюю точность, которая в задаче не требуется.

Почему одни корни легче оценить, чем другие

Числа, расположенные рядом с полным квадратом, дают корни, которые отличаются от целого числа совсем немного.

После известного корня удобно оценивать соседние числа: чем ближе число к квадрату, тем проще точное приближение.

Школьный курс математики; приближённые значения корней 49–66.

Типичные ошибки при приближённом извлечении

Неверный интервал

Нельзя записывать корень вне промежутка между соседними полными квадратами. Если 20 лежит между 16 и 25, то $\sqrt{20}$ не может быть меньше 4 или больше 5.

Слишком грубый ответ

Остановиться на 4,5 для $\sqrt{20}$ можно только как на очень грубой оценке. Без проверки квадратом легко пропустить, насколько ответ далёк от нужного значения.

Нет проверки

Возведение приближения в квадрат помогает заметить ошибку. Если результат слишком большой или слишком маленький, нужно немного изменить число и снова проверить.

Памятка по способам приближения корней

Краткая таблица помогает выбрать подходящий способ в зависимости от задачи и требуемой точности.

Способы дополняют друг друга: сначала находят интервал, затем уточняют и проверяют ответ.

Школьный курс математики; свойства квадратов натуральных чисел.

Способ	Когда нужен	Даёт
Соседние квадраты	Быстро	Интервал
Десятичные знаки	Точнее	Приближение
Проверка квадратом	Контроль	Верность
Округление	Запись	Удобство

Что важно запомнить

Приближённые квадратные корни находят через полные квадраты, границы интервала и проверку возведением в квадрат. Такой способ даёт точный для школьных задач ответ без длинной записи.