

Сумма и разность кубов двух выражений

Формулы, которые быстро раскладывают сумму и разность кубов на множители.



Где встречаются кубы двух выражений

Кубы появляются в выражениях с числами, буквами и скобками: от простых примеров до задач на преобразование. Если распознать два куба и знак между ними, выражение можно заменить произведением и упростить вычисления.



Что считается кубом выражения

01

Третья степень

Куб выражения — это произведение этого выражения на само себя три раза. Например, $(a+b)^3$ означает $(a+b)(a+b)(a+b)$, а не только одно возведение в степень.

04

Скобки важны

Если выражение стоит в скобках, куб относится ко всей скобке целиком. Так, $(2x)^3$ — это $8x^3$, а не $2x^3$.

02

Кубы чисел

Кубы знакомых чисел легко запомнить: $2^3 = 8$, $3^3 = 27$. Эти значения часто помогают заметить сумму или разность кубов прямо в задании.

05

Признак темы

Когда в выражении видны два куба, например 8 и $27u^3$, стоит проверить, можно ли применить формулу суммы или разности кубов.

03

Знак у отрицательных

При нечетной степени знак сохраняется: $(-2)^3 = -8$, $(-x)^3 = -x^3$. Поэтому отрицательное число или выражение в кубе остается со своим знаком.

Две формулы рядом: что у них общего и чем они отличаются

Сравним обе формулы по главным признакам и увидим, что они очень похожи.

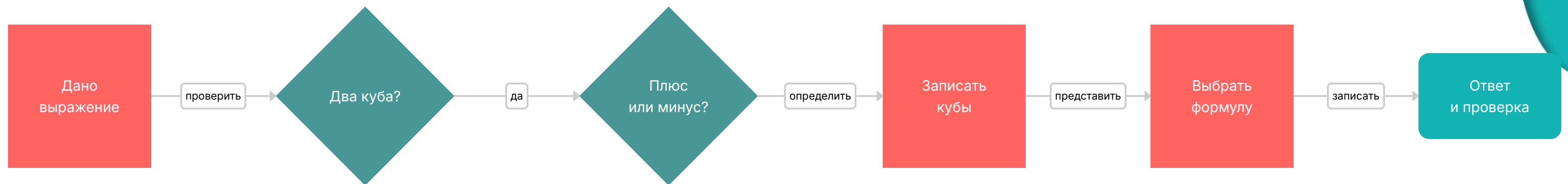
Главное отличие — знак между кубами и знак среднего члена во втором множителе.

Формулы сокращённого умножения, алгебра 7 класса

Признак	Сумма	Разность
Первый множитель	$(a+b)$	$(a-b)$
Второй множитель	a^2-ab+b^2	a^2+ab+b^2
Средний член	минус	плюс

Как распознать формулу в выражении

Пошаговый выбор формулы суммы или разности кубов по виду выражения.



Формула суммы кубов

01 Первая скобка

Если дано a^3+b^3 , первый множитель всегда записывают как $(a+b)$. Он повторяет знак между кубами и задаёт начало разложения.

02 Второй множитель

Дальше идет a^2-ab+b^2 . Здесь обязательно есть квадраты обеих частей и средний член со знаком минус между ними.

03 Почему минус

При раскрытии скобок появляются одинаковые смешанные члены, которые взаимно уничтожаются. Поэтому в готовой формуле знак в середине именно минус.

04 Общий образец

Удобно помнить запись: $(m+n)(m^2-mn+n^2)=m^3+n^3$. Она работает для чисел, букв и выражений в скобках.

Формула разности кубов

01

Первая скобка

Если выражение имеет вид $a^3 - b^3$, первый множитель всегда записывают как $(a - b)$. Он совпадает со знаком между кубами.

03

Почему плюс

При раскрытии скобок смешанные члены снова сокращаются, но теперь именно плюс в середине делает разложение верным и завершённым.

02

Второй множитель

Далее идет $a^2 + ab + b^2$. В отличие от суммы кубов, средний член здесь имеет знак плюс, а квадраты сохраняются в обоих местах.

04

Общий образец

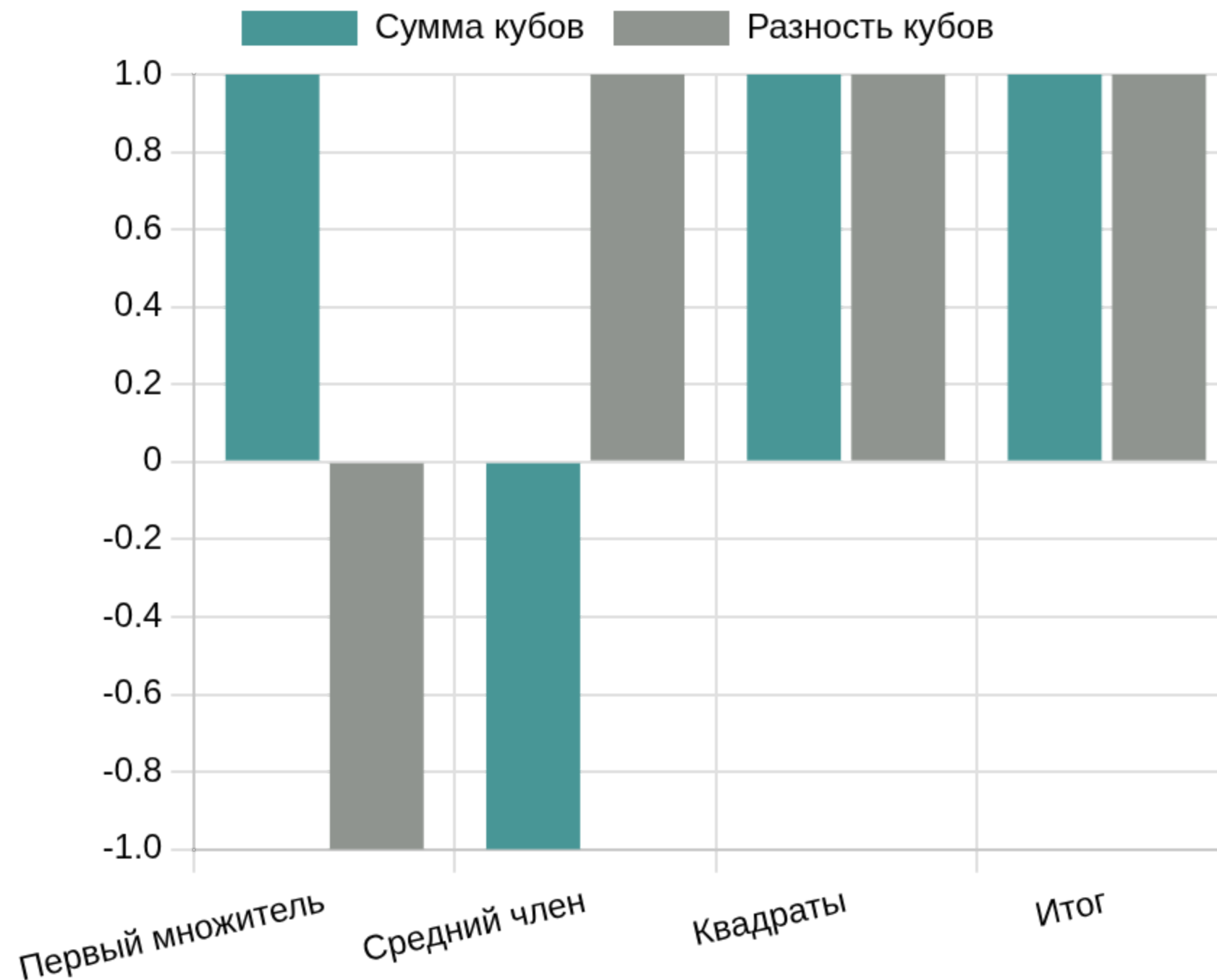
Полезная запись для запоминания: $(p - q)(p^2 + pq + q^2) = p^3 - q^3$. Она помогает быстро проверять и составлять разложения.

Сравнение формул суммы и разности кубов

Диаграмма показывает, что обе формулы устроены почти одинаково. Меняются только знак в первой скобке и знак среднего члена во втором множителе.

Если запомнить эти два отличия, формулу можно выбрать быстро и без путаницы.

Формулы сокращённого умножения, алгебра 7 класса

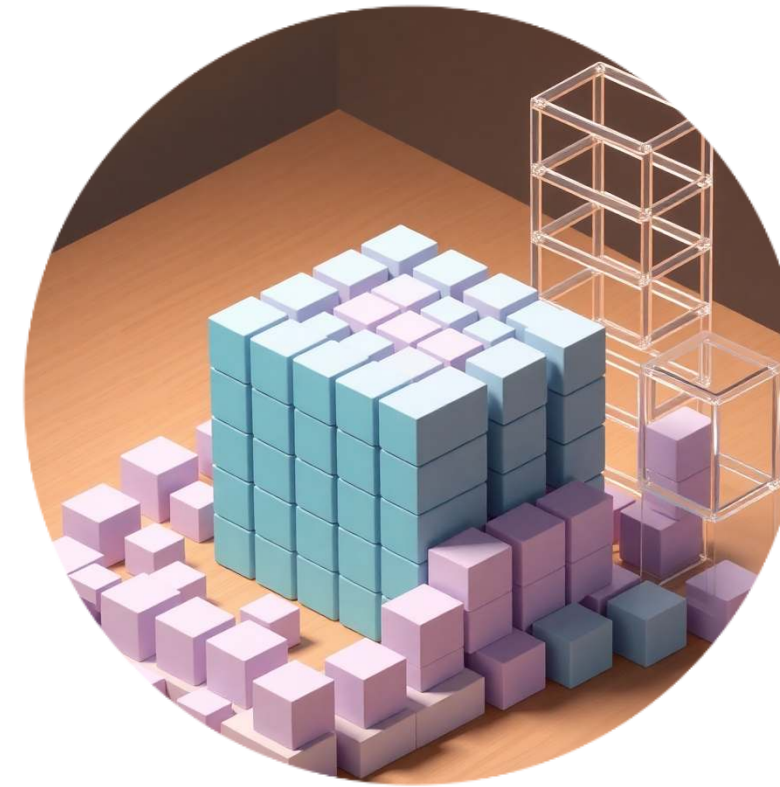


Геометрический смысл куба



Куб как объём

Третью степень удобно понимать через объём куба. Если ребро равно 2, то объём равен $2^3 = 8$. Если ребро равно 3, получаем $3^3 = 27$. Такой образ помогает увидеть, почему степень третья называется кубом и как связаны число и пространство.



Почему это помогает в алгебре

Когда куб связан с фигурой, формулы запоминаются легче. Ребро, объём и степень становятся одним наглядным образом, а не только набором символов. Поэтому выражения вроде 8, 27 или $(2x)^3$ воспринимаются быстрее и понятнее.

Примеры разложения числовых выражений

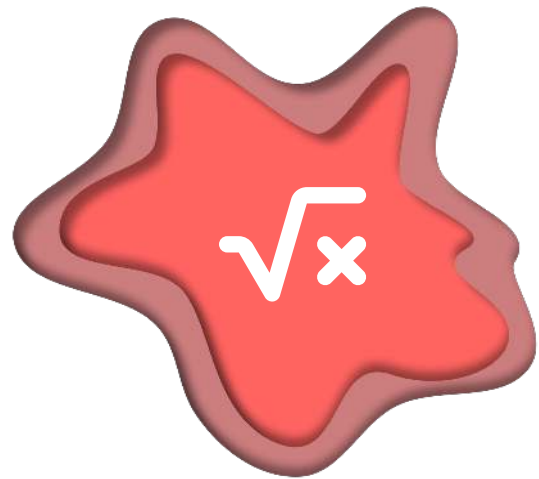
Выражение	Разложение
$8+27$	$(2+3) (4-6+9)$
$64-1$	$(4-1) (16+4+1)$
x^3+8	$(x+2) (x^2-2x+4)$
y^3-125	$(y-5) (y^2+5y+25)$
$27a^3+64b^3$	$(3a+4b) (9a^2-12ab+16b^2)$

Эти примеры показывают, как формулы работают и с числами, и с буквенными выражениями.

Числа и выражения сначала представляют как кубы, а затем сразу раскладывают по нужной формуле.

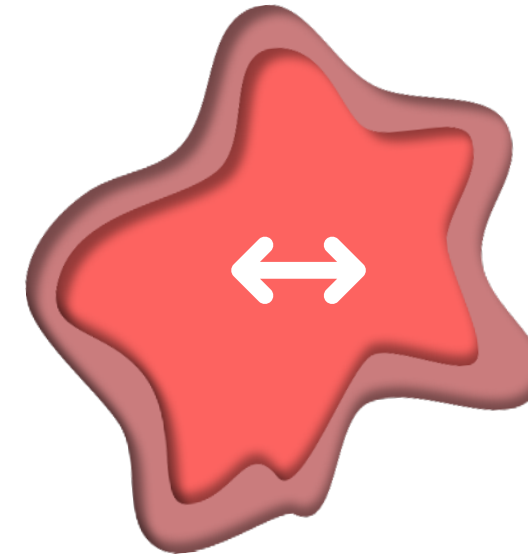
Формулы суммы и разности кубов

Проверка разложения раскрытием скобок



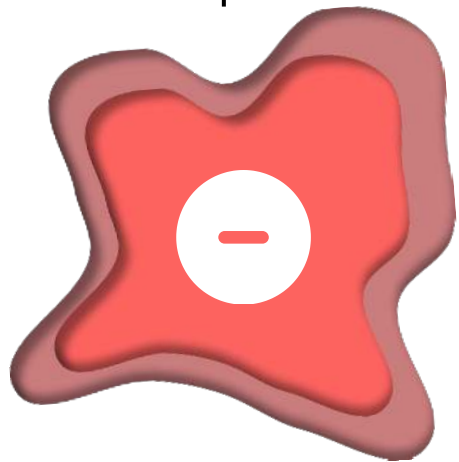
Проверяем формулу

Сначала раскрывают скобки в полученном произведении и внимательно сравнивают каждый член с исходным выражением. Если разложение верно, после упрощения должно получиться именно сумма или разность кубов.



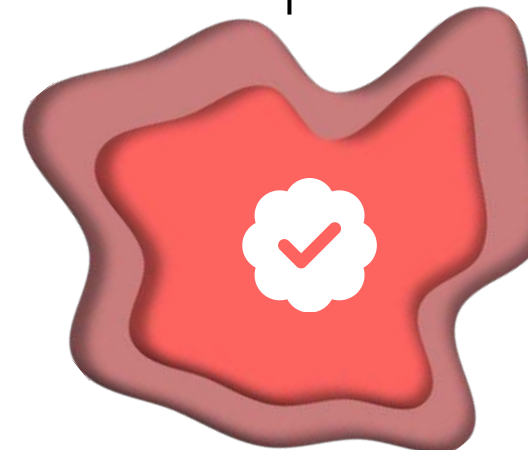
Смешанные члены сокращаются

В формуле суммы кубов появляются члены с противоположными знаками: $-a^2b$ и $+ab^2$. При сложении они взаимно уничтожаются, поэтому остаются только кубы исходных выражений.



Для разности — свой набор

В формуле разности кубов тоже возникают смешанные члены, но уже $+a^2b$ и $-ab^2$. Они сокращаются так же, как и в предыдущем случае, возвращая исходную разность.

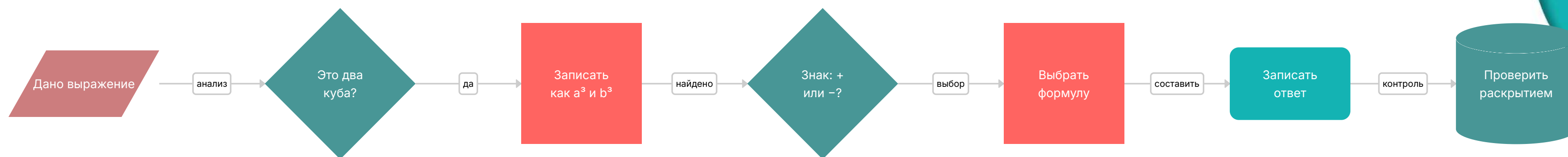


Итог без лишних членов

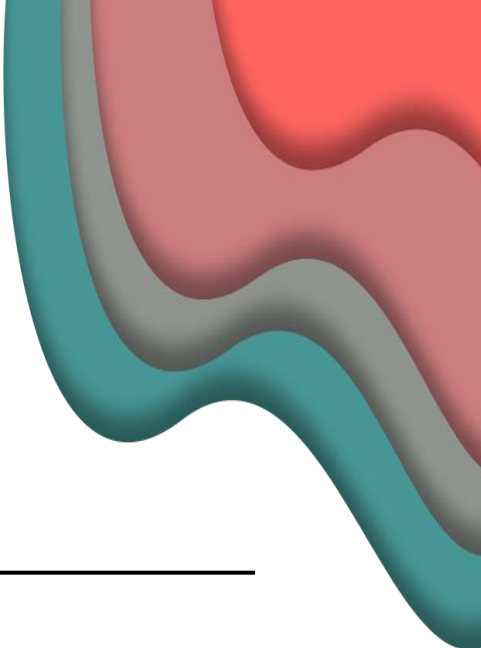
Если после раскрытия скобок не осталось дополнительных слагаемых, разложение выполнено правильно. Такой способ проверки помогает быстро заметить ошибку в знаке или в выборе формулы.

Алгоритм разложения суммы и разности кубов

Пошаговая схема помогает распознать кубы, выбрать нужную формулу и записать ответ без ошибок.



Частые ошибки при разложении кубов



Путают формулы

Иногда сумму кубов принимают за разность и наоборот. Чтобы не ошибиться, сначала определяют знак между кубами, а уже потом выбирают нужную запись множителей.

Забывают квадраты

Во втором множителе обязательно должны быть квадраты обеих частей: a^2 и b^2 . Если записать только линейные выражения, формула перестанет давать исходное выражение.

Неверный знак в середине

Во втором множителе знак среднего члена легко перепутать. Для суммы кубов он отрицательный, а для разности — положительный, поэтому важно запомнить именно этот контраст.

Неправильно выделяют куб

Нужно верно представить число или выражение в виде куба. Например, $27x^3$ — это $(3x)^3$, а не $3x^3$, потому что куб берётся от всего множителя.

Кубы чисел, которые удобно помнить в 7 классе

Таблица помогает быстро узнавать числа, которые являются кубами, и использовать их при разложении выражений на множители.

Запоминание этих значений ускоряет распознавание кубов и помогает сразу видеть, какую формулу применять.

Стандартные значения степеней натуральных и отрицательных чисел.

n	n^3	Значение
1	1^3	1
2	2^3	8
3	3^3	27
-1	$(-1)^3$	-1
-2	$(-2)^3$	-8
-3	$(-3)^3$	-27

Разложение кубов в дробях и сокращение выражений



Когда числитель распадается на множители

В дроби вроде $(x^3-27)/(x-3)$ числитель можно разложить как разность кубов: $x^3-27 = (x-3)(x^2+3x+9)$. После этого одинаковый множитель в числителе и знаменателе сокращается, и дробь становится гораздо проще.



Когда удобнее раскрыть знаменатель

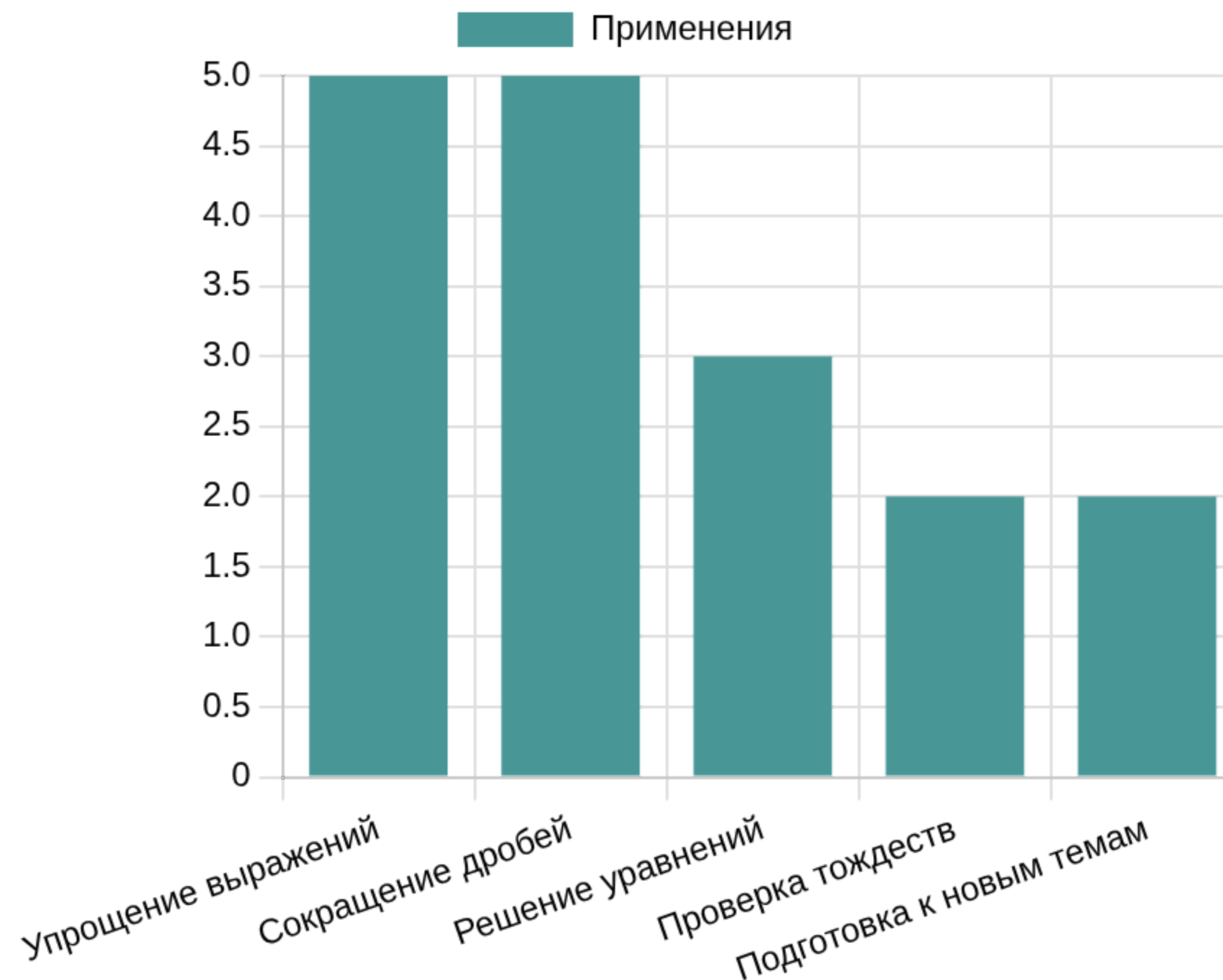
Если в дроби стоит $(a^3+8)/(a+2)$, то выражение 8 удобно представить как 2^3 . Тогда числитель раскладывается по формуле суммы кубов, и появляется общий множитель $(a+2)$, который можно сократить.

Где применяется разложение суммы и разности кубов

Чаще всего формулы нужны там, где выражение нужно сделать короче и понятнее, а не просто вычислить значение.

Наиболее важны упрощение выражений и сокращение дробей; остальные применения поддерживают решение более сложных задач.

Учебные применения формул сокращённого умножения в курсе алгебры 7 класса.



Связь с темой разложения многочленов на множители

Сначала — квадрат суммы и разности

Ученики уже знакомятся с формулами для квадратов, где раскрытие скобок помогает увидеть закономерность в алгебраических преобразованиях.

Затем — кубы двух выражений

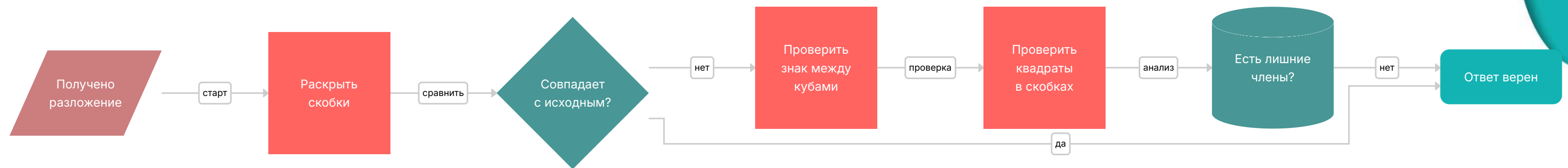
Новые формулы продолжают ту же идею: сложное выражение заменяется произведением, которое удобнее раскрывать, сокращать и сравнивать.

Дальше — уравнения и дроби

Освоение разложения кубов становится полезным инструментом для преобразования выражений, упрощения дробей и подготовки к более сложным темам алгебры.

Как проверить правильность ответа

Схема проверки показывает, как убедиться, что разложение действительно совпадает с исходным выражением.



Итоговые формулы и образцы для запоминания

- **Две основные записи**

Запомнить нужно две формулы: $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ и $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$. Они отличаются знаком в первом множителе и знаком среднего члена.

- **Работают с любыми выражениями**

Формулы подходят не только для букв, но и для чисел, а также для выражений в скобках. Поэтому можно разлагать как $8+27$, так и $(2x)^3+(3y)^3$.

- **Главный ориентир**

Чтобы выбрать правильную формулу, сначала смотрят на знак между кубами. Если между ними плюс, нужна формула суммы; если минус — формула разности.

Что помогает знать суммы и разности кубов

Эти формулы делают алгебру быстрее и понятнее: выражения раскладываются на множители, дроби сокращаются, а проверка ответов становится проще. Это важный навык для 7 класса.

