

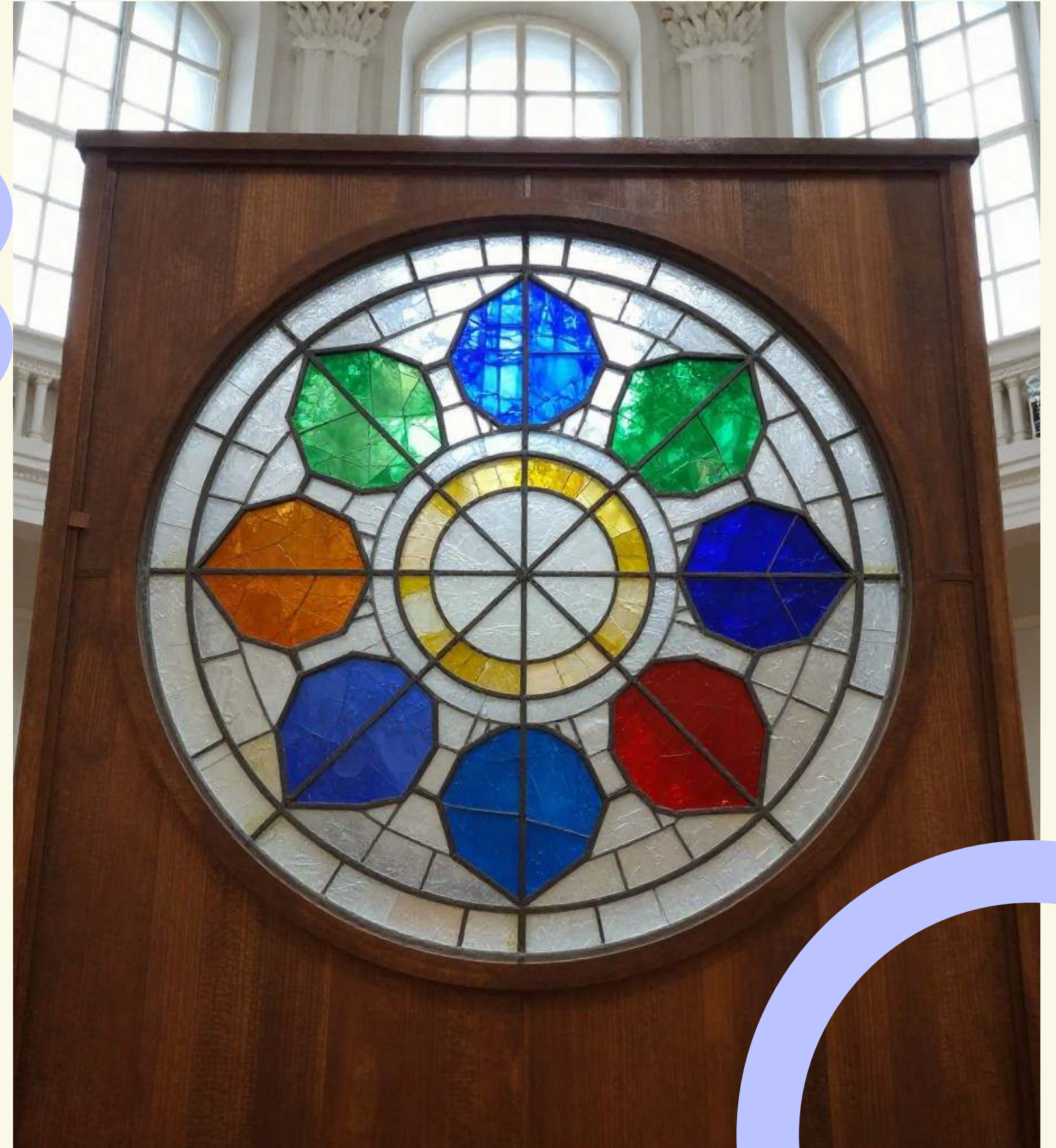
Многоугольники, вписанные в окружность

Окружность, углы и многоугольники в одной задаче.



Где встречаются вписанные многоугольники

Эта тема связывает окружность и углы, помогает решать задачи на чертежах и проверять свойства фигур. Она встречается в орнаментах, мозаиках, часах и колесах, поэтому хорошо показывает геометрию вокруг нас.



Определение вписанного многоугольника

Все вершины на окружности

Многоугольник называют вписанным, если каждая его вершина лежит на одной окружности. Именно расположение вершин определяет принадлежность фигуры к этому виду.

Описанная окружность

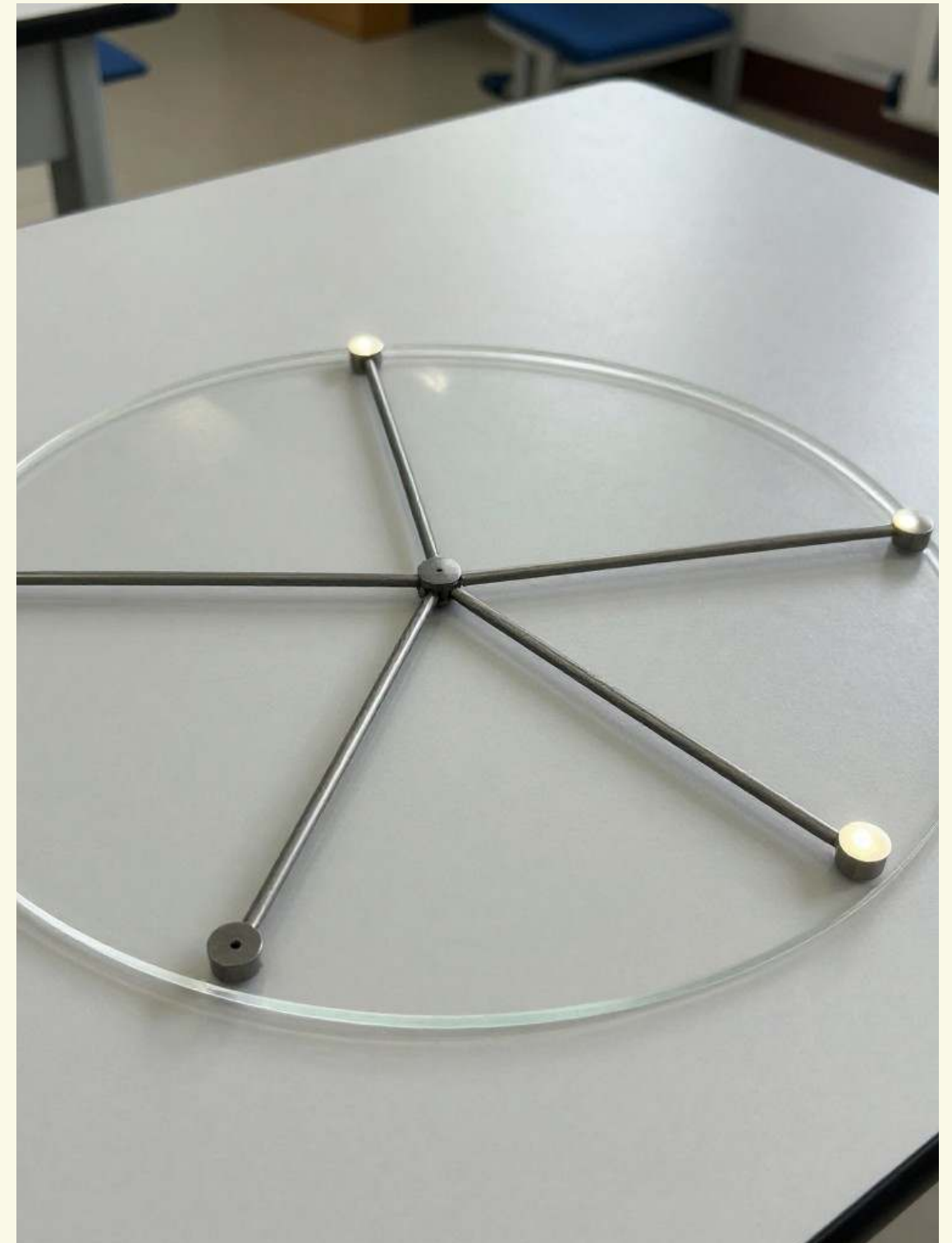
Окружность, проходящая через все вершины многоугольника, называется описанной около него. Она помогает изучать фигуру через её углы, хорды и дуги.

Стороны как хорды

Каждая сторона вписанного многоугольника соединяет две точки окружности, значит, является хордой. Поэтому вся фигура строится на связи между отрезками и окружностью.

Внутренняя область

Внутри многоугольника находится часть плоскости, ограниченная его сторонами. Именно эта область используется при измерении углов, сравнении фигур и выполнении построений.



Что видно на чертеже



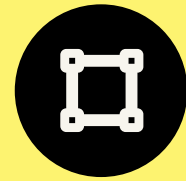
Окружность

Она задаёт общую линию, на которой лежат вершины многоугольника, и служит основой для всех дальнейших построений.



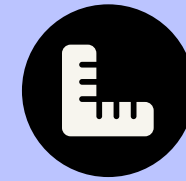
Вершины

Это точки, в которых стороны многоугольника соединяются. Если все вершины лежат на окружности, фигура считается вписанной.



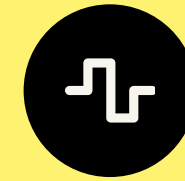
Стороны и диагонали

Стороны соединяют соседние вершины, а диагонали связывают несоседние. На чертеже они помогают различать форму многоугольника.



Хорды

Стороны вписанного многоугольника являются хордами окружности. Это важная связь, которая позволяет использовать свойства окружности в задачах.



Дуги и углы

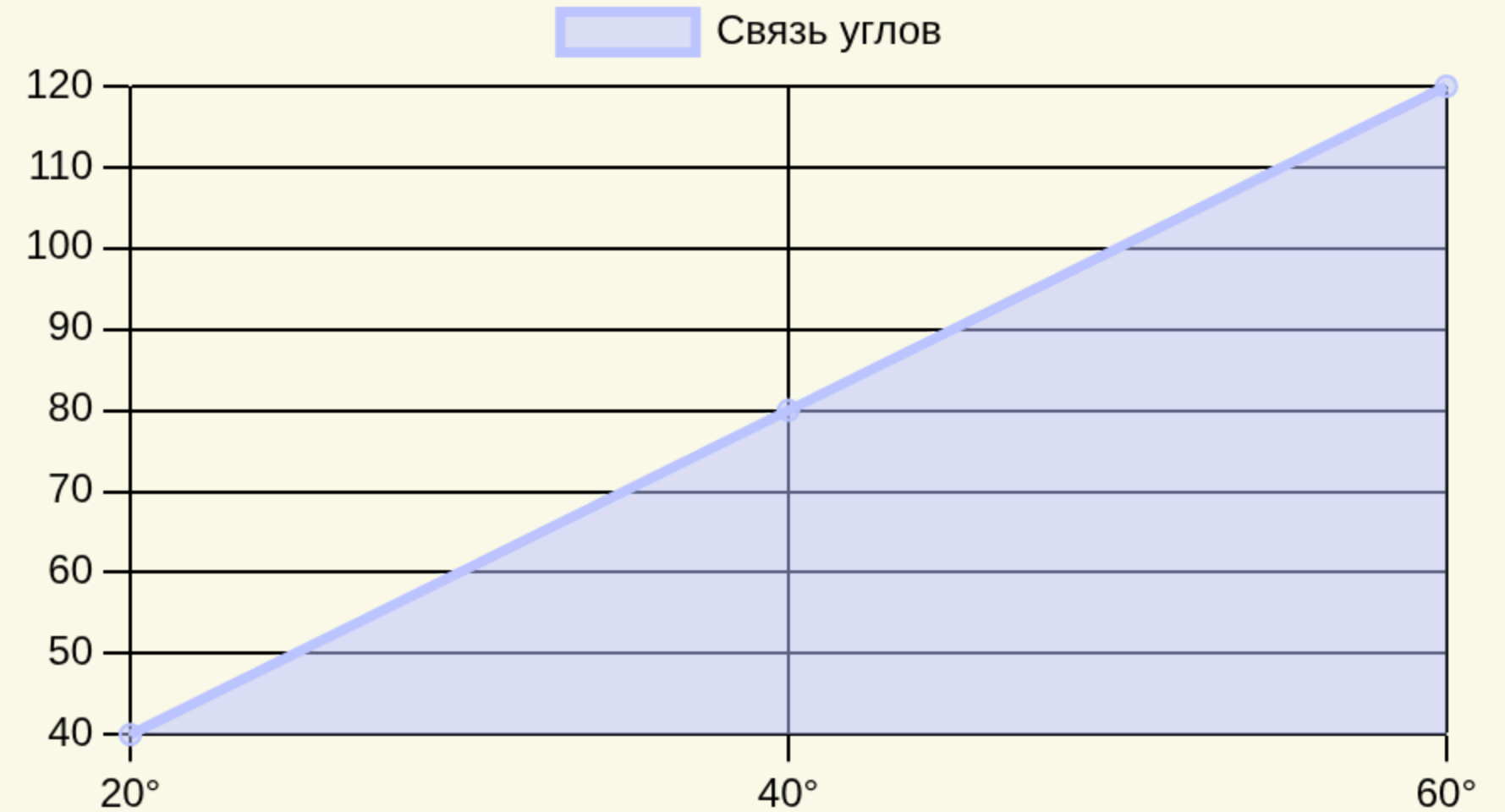
Дуга между вершинами показывает часть окружности, на которую опирается угол. По дугам удобно сравнивать углы и находить неизвестные значения.

Центральный и вписанный углы

Один и тот же центральный угол соответствует той же дуге, что и вписанный угол.



Центральный угол всегда вдвое больше вписанного: зависимость постоянна и позволяет быстро находить неизвестный угол.



Правило геометрии о связи центрального и вписанного углов; примеры подобраны по условию задания.

Свойство вписанного угла

1

Одна дуга — один результат

Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны. Поэтому их можно сравнивать, даже если они расположены в разных точках окружности.

2

Одна хорда — одинаковые углы

Если два вписанных угла опираются на одну хорду, они имеют одинаковую величину. Это удобно при решении задач на распознавание равных элементов.

3

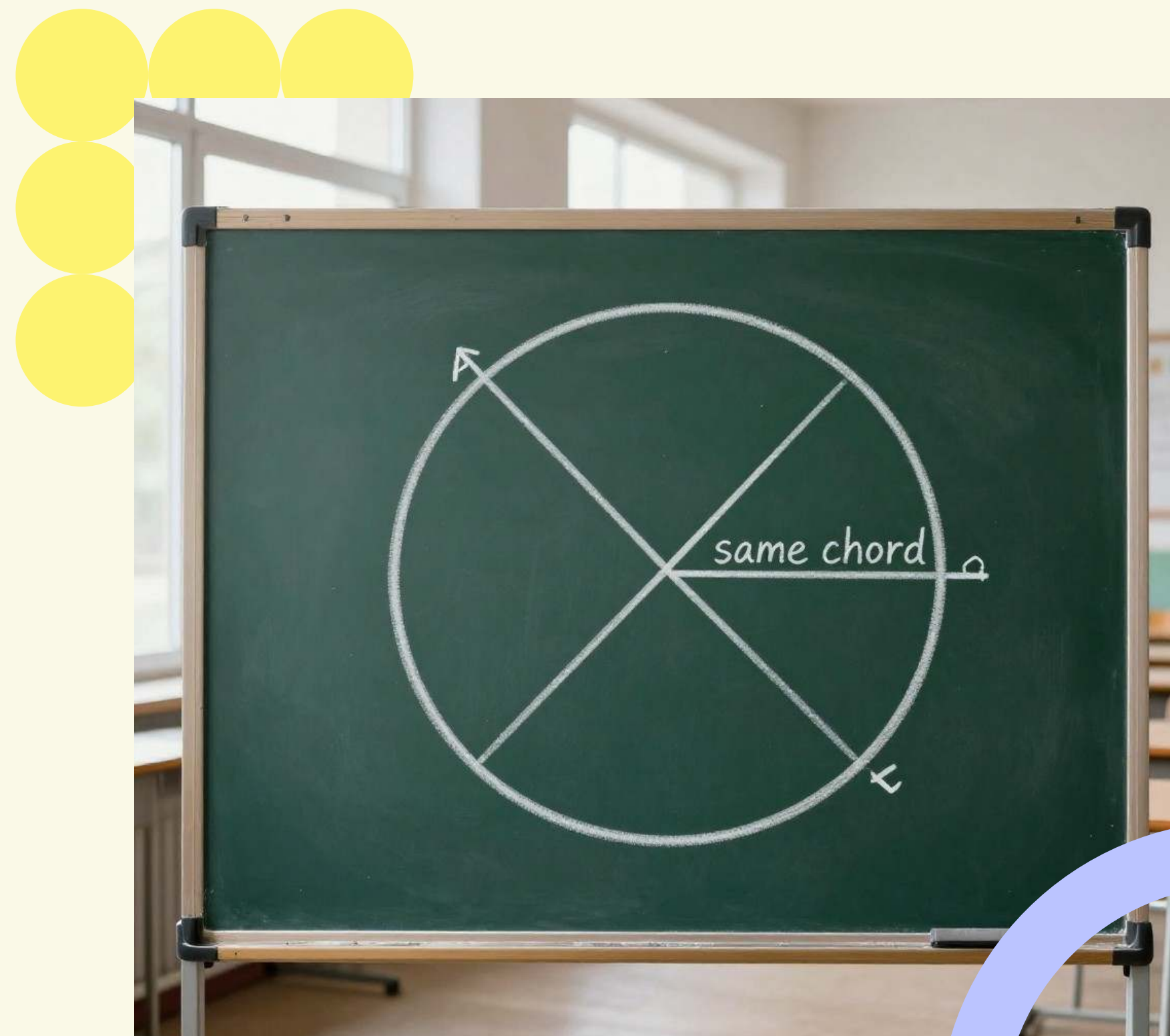
Половина центрального угла

Вписанный угол всегда равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу. Благодаря этому неизвестный угол находится без полного измерения чертежа.

4

Быстрый способ проверки

Зная одну величину, можно сразу найти другую умножением или делением на 2. Такое правило особенно полезно в коротких задачах и построениях.



Треугольник, вписанный в окружность

Описанная окружность есть всегда

У любого треугольника можно провести окружность, проходящую через все три вершины. Она называется описанной около треугольника и связана с ним однозначно.

Где находится центр

Центр описанной окружности лежит в точке пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника. Эта точка одинаково удалена от всех вершин.

Зачем это нужно

Если известны вершины треугольника, можно построить окружность и проверить расстояния до центра. Это помогает решать задачи на построение и распознавание фигур.



Правильные вписанные многоугольники

Фигура	Сумма углов	Центральный	Внутренний
3 стороны	180°	120°	60°
4 стороны	360°	90°	90°
5 сторон	540°	72°	108°
6 сторон	720°	60°	120°

Формулы суммы внутренних углов и центрального угла правильного многоугольника.



Сравнение правильных фигур показывает, как меняются углы и общая форма при увеличении числа сторон.

Чем больше сторон, тем меньше центральный угол и тем ближе фигура по виду к окружности.

Вписанный четырёхугольник

1

Определение фигуры

Четырёхугольник является вписанным, если все его вершины лежат на одной окружности. Такое расположение делает возможным применение свойств окружности к углам фигуры.

2

Главный признак

Для вписанного четырёхугольника сумма противоположных углов равна 180° . Это удобный способ проверить фигуру и вычислить неизвестный угол по известному.

3

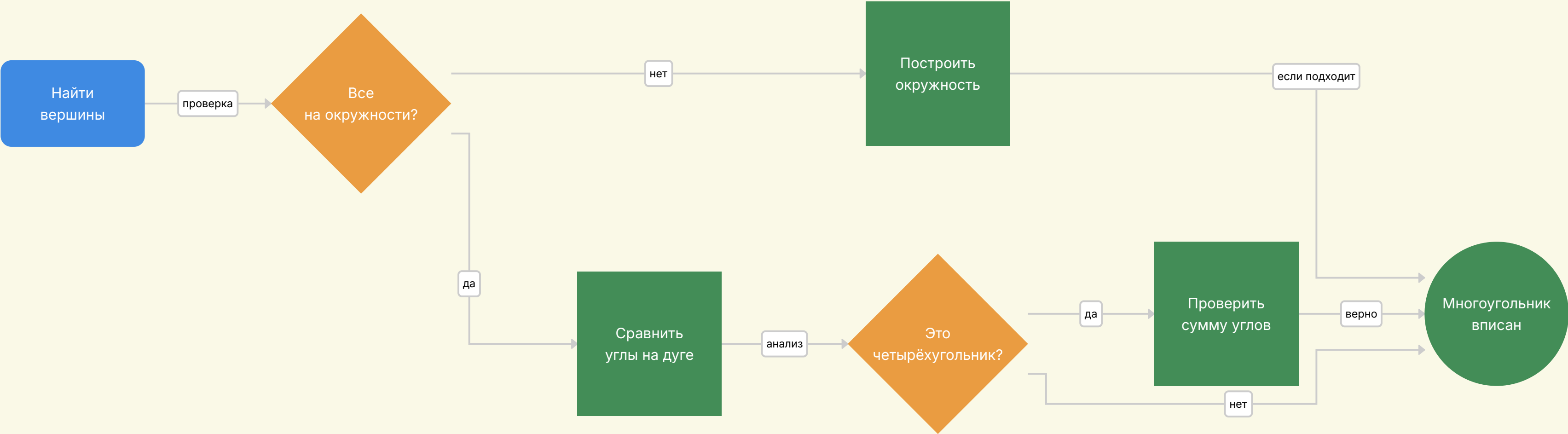
Примеры проверки

Если один угол равен 110° , то противоположный ему равен 70° . А углы 95° и 85° дают сумму 180° , значит, такой четырёхугольник может быть вписанным.



Как проверить, что многоугольник вписан в окружность

Проверка строится по вершинам, дугам, углам и признаку для четырёхугольника.

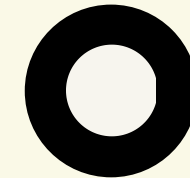


Правильный многоугольник и окружность



Равные стороны и углы

У правильного многоугольника все стороны одинаковы, и все внутренние углы равны. Именно поэтому его вершины можно расположить на одной окружности без искажений формы.



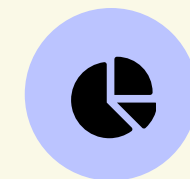
Описанная окружность

Если все вершины многоугольника лежат на одной окружности, то она называется описанной около него. Она задаёт точную границу, на которой находятся все вершины фигуры.



Общий центр

Центр правильного многоугольника совпадает с центром описанной окружности. От него до каждой вершины расстояние одинаково, поэтому фигура выглядит уравновешенной и симметричной.



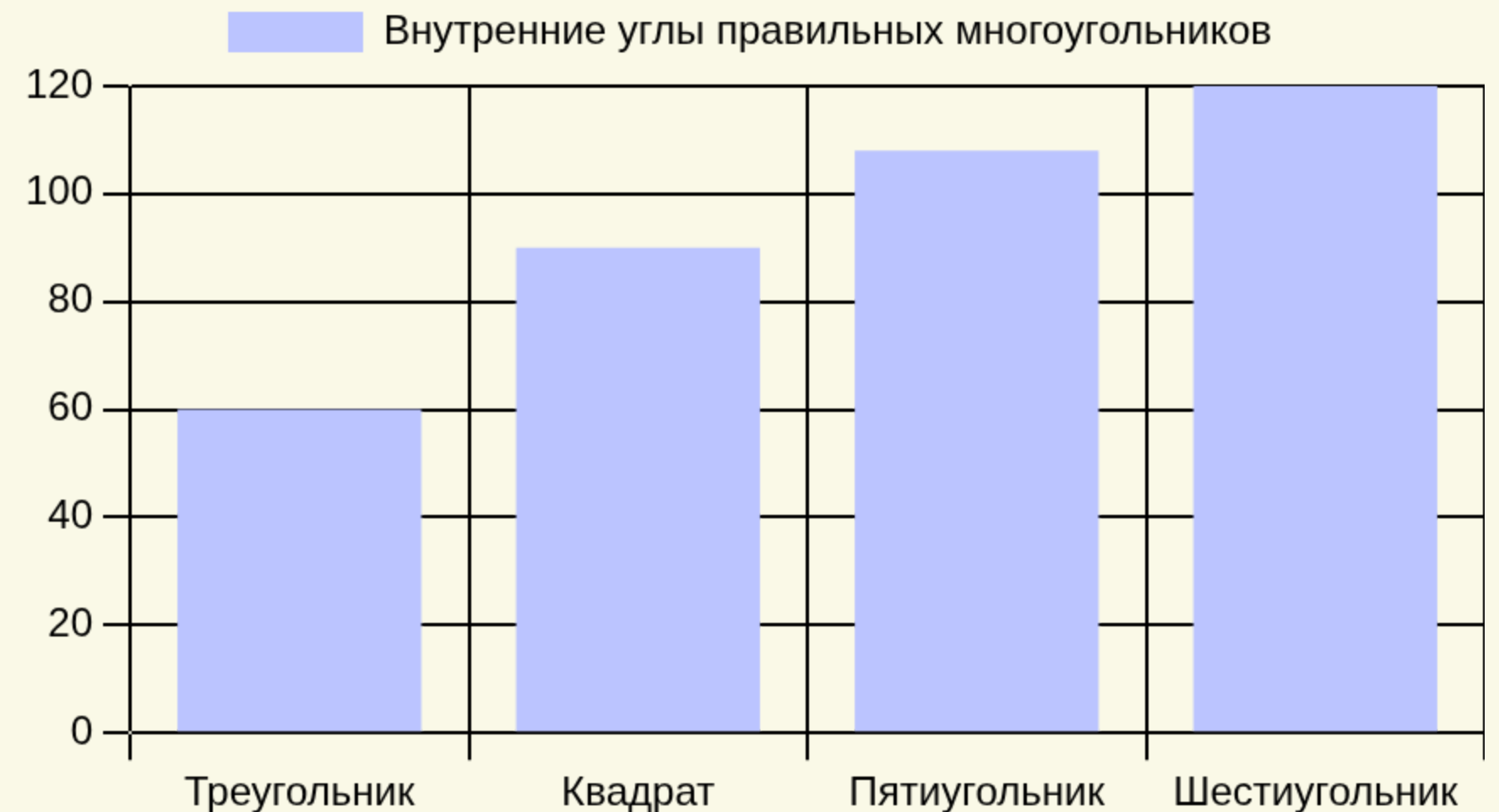
Равные дуги

Соседние вершины делят окружность на равные дуги. Это помогает понять, почему правильный многоугольник сохраняет одинаковый шаг между вершинами по всей окружности.

Углы правильных многоугольников

Для правильных фигур одинаковое число сторон всегда даёт одинаковый внутренний угол, поэтому их удобно сравнивать по одной таблице значений.

С ростом числа сторон внутренний угол увеличивается, а форма становится ближе к окружности.



Школьный курс геометрии: формулы для правильных многоугольников

Построение окружности вокруг многоугольника

1

Выберите три вершины

Начните с трёх вершин многоугольника, которые не лежат на одной прямой. Через них можно провести единственную окружность, если фигура действительно вписывается в неё.

2

Постройте серединные перпендикуляры

Проведите серединные перпендикуляры к двум сторонам выбранного треугольника. Их пересечение даст центр будущей окружности и покажет, где находится равноудалённая точка.

3

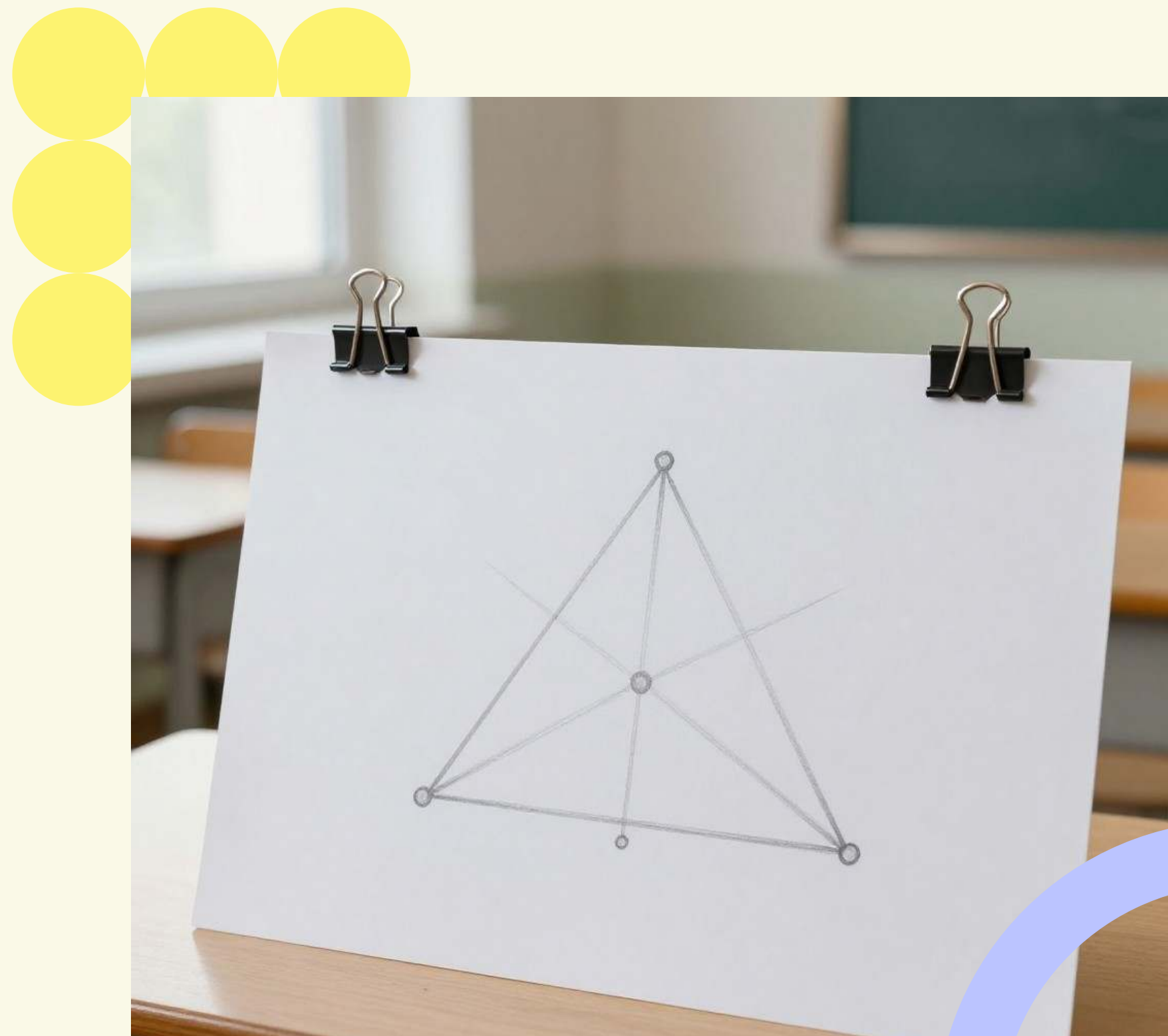
Проверьте радиус

Поставьте ножку циркуля в найденный центр и проведите окружность через одну из вершин. Если построение верно, она пройдёт и через остальные вершины многоугольника.

4

Сравните остальные вершины

После построения обязательно проверьте все вершины. Если хотя бы одна точка не лежит на окружности, значит, фигура не является вписанной, и построение нужно уточнить.



Хорды, дуги и симметрия

Равные хорды

Если две хорды в одной окружности равны, то они стягивают равные дуги. Это позволяет сравнивать части окружности даже без прямого измерения всех отрезков.

Равные дуги — равные углы

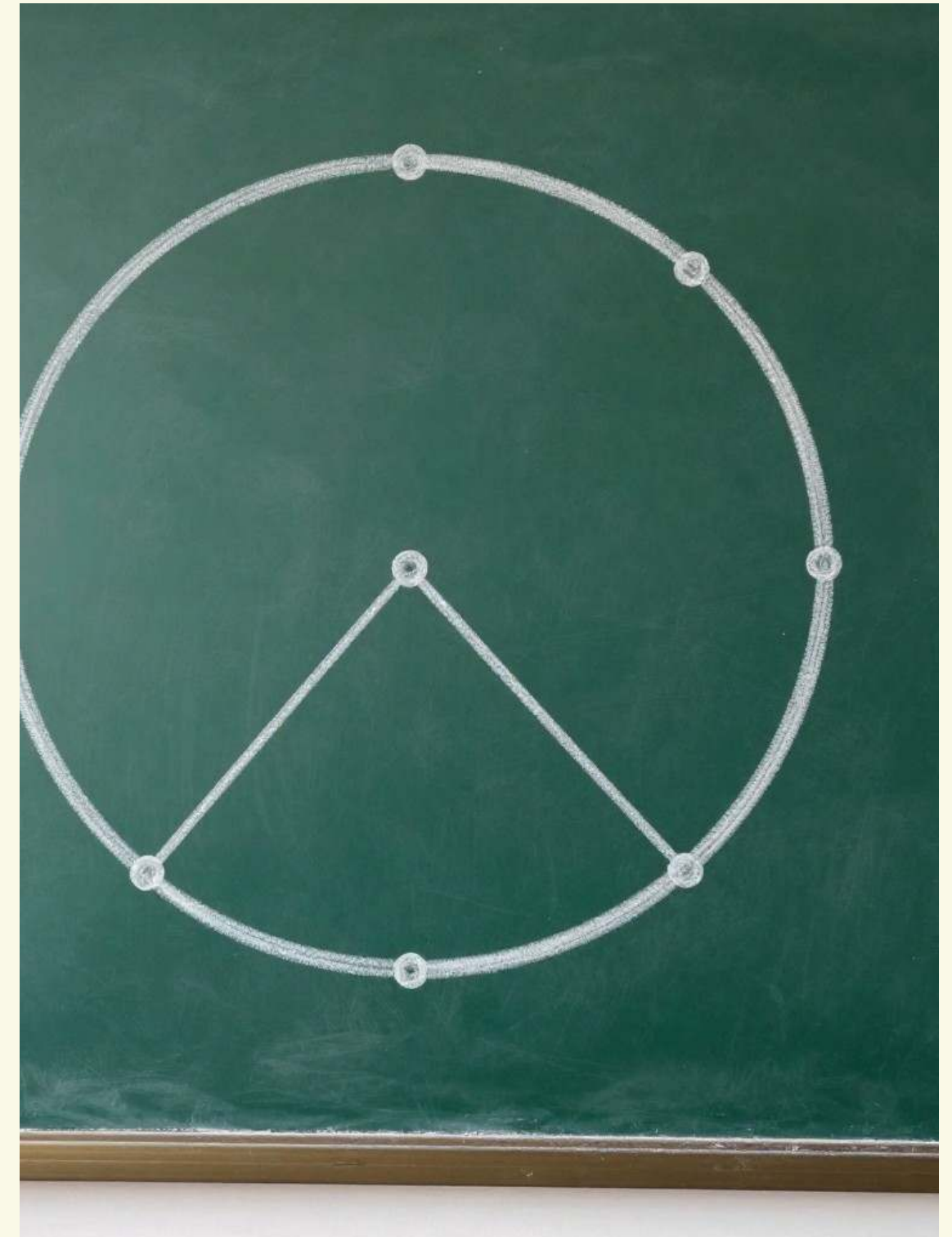
Одинаковые дуги соответствуют одинаковым вписанным углам. Поэтому по длине или положению дуги можно делать выводы о величине углов на чертеже.

Симметрия правильных фигур

У правильных многоугольников часто есть осевая и поворотная симметрия. Из-за этого их элементы повторяются одинаково вокруг центра и легко распознаются на рисунке.

Чем больше сторон

Когда сторон становится больше, хорды и дуги становятся короче и расположены плотнее. Контур фигуры всё сильнее напоминает окружность и выглядит более плавным.



Сравнение правильных фигур на окружности

Сравнение показывает, как меняются углы и симметрия у правильных фигур с разным числом сторон.

Чем больше сторон, тем больше сумма углов и число осей симметрии; фигура становится всё ближе к кругу.



Фигура	Сумма углов	Одна фигура	Оси
Треугольник	180°	60°	3
Квадрат	360°	90°	4
Пятиугольник	540°	108°	5
Шестиугольник	720°	120°	6

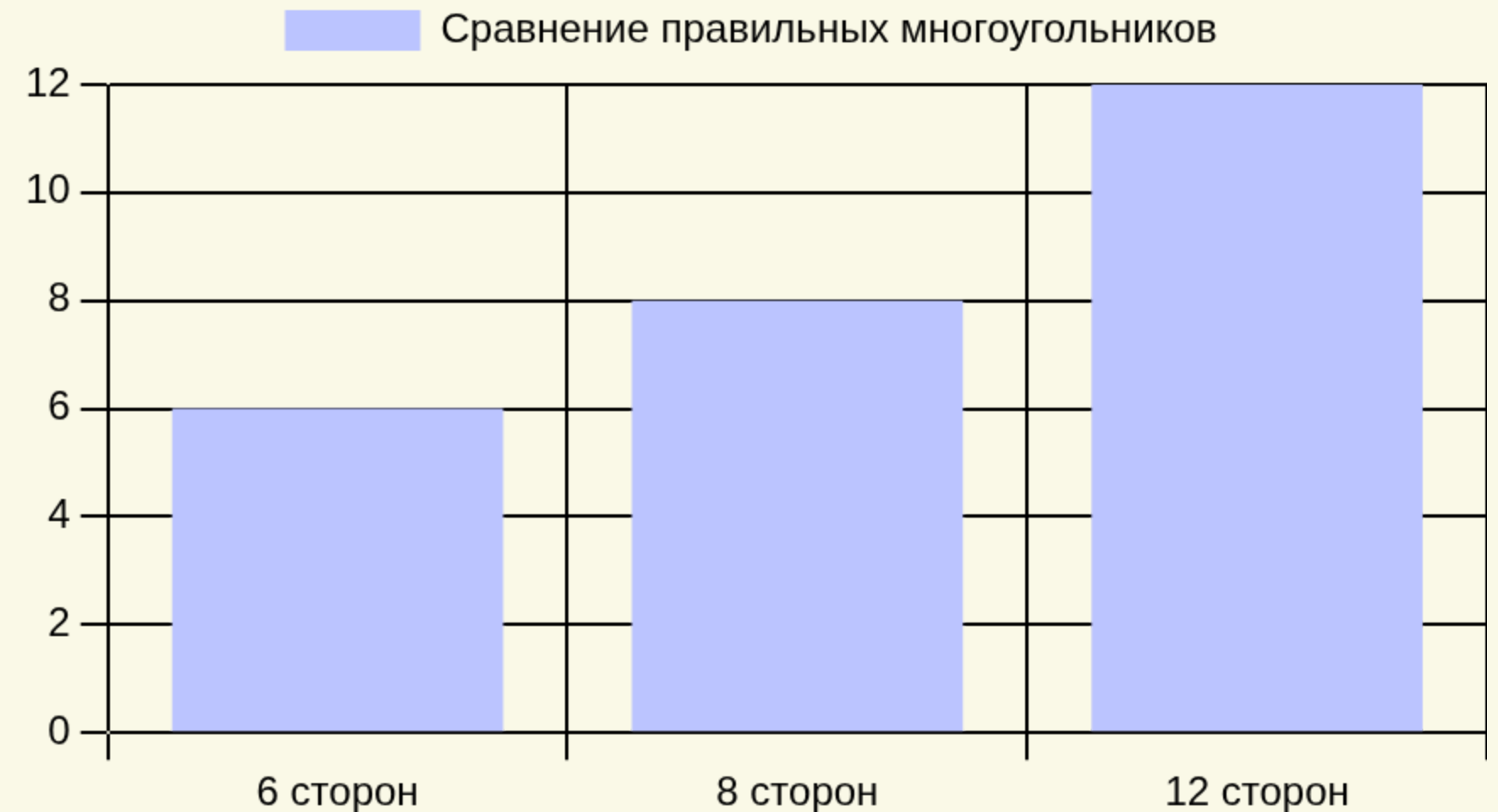
Формулы для суммы внутренних углов и свойств правильных многоугольников, школьная геометрия

Чем больше сторон, тем ближе фигура к кругу

При одном и том же радиусе окружности увеличение числа сторон делает каждую сторону короче и сглаживает контур фигуры.



Многоугольник с большим числом сторон лучше приближается к окружности и визуально выглядит более округлым.



Геометрическая зависимость: сравнение правильных 6-, 8- и 12-угольников

Типичные ошибки в задачах

1

Путают два угла

Часто центральный угол принимают за вписанный. Нужно помнить: центральный расположен в центре окружности, а вписанный — на окружности и всегда в два раза меньше.

2

Неверно считают противоположные углы

Для вписанного четырёхугольника противоположные углы должны давать 180° . Ошибка возникает, когда к этому правилу относят любые соседние углы или проверяют только один угол.

3

Смешивают хорду и диаметр

Хорда соединяет две точки окружности, а диаметр проходит через центр. Каждый диаметр — это хорда, но не каждая хорда является диаметром.

4

Не проверяют дугу

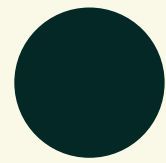
Если неизвестен угол, нужно сначала понять, на какую дугу он опирается. Без этой проверки легко получить неверный ответ, даже если вычисления выполнены правильно.

Примеры заданий по теме



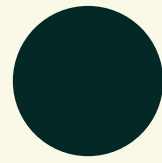
Найти неизвестный угол

В таких заданиях по известному центральному или вписанному углу нужно определить другой угол. Для этого используют связь угла с одной и той же дугой окружности.



Проверить вписанность

Здесь сравнивают противоположные углы четырёхугольника или проверяют, лежат ли все вершины на одной окружности. Это помогает быстро распознать нужный тип фигуры.



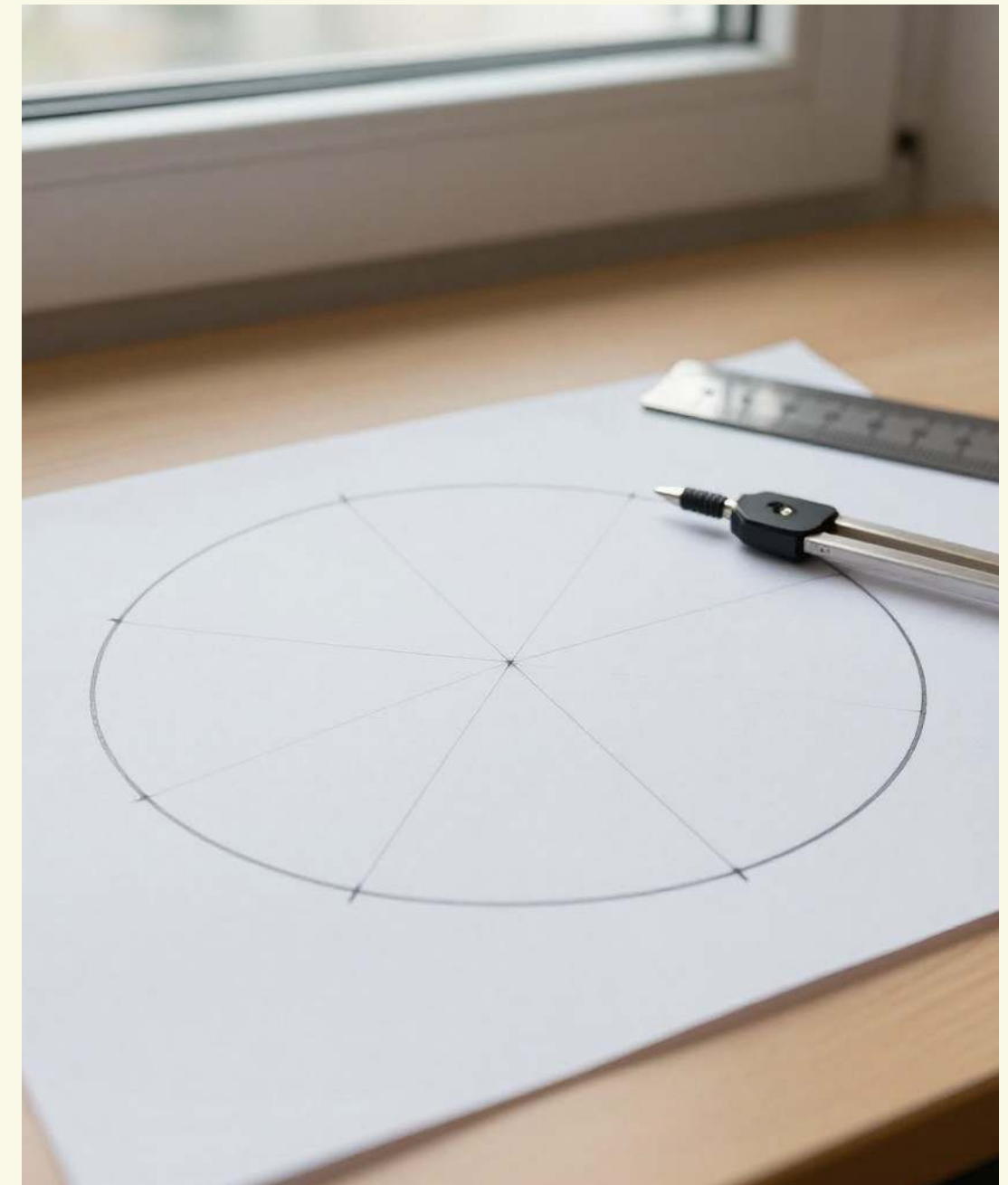
Построить правильный многоугольник

Часто требуется делить окружность на равные части и соединять полученные точки. Для этого нужны циркуль, линейка и аккуратное построение без лишних измерений.



Использовать свойства дуг

В вычислительных задачах важно понимать, какая дуга соответствует данному углу или хорде. Именно это позволяет находить ответ без полного чертежа и дополнительных построений.



Значение темы в геометрии



Связь с окружностью

Тема показывает, как многоугольник и окружность могут быть связаны в одном чертеже. Это помогает лучше понимать геометрические модели и видеть скрытую структуру фигуры.



Умение строить

Здесь важно работать циркулем и линейкой, строить аккуратно и проверять результат. Такие навыки нужны не только на уроках, но и в более сложных геометрических задачах.



Понимание симметрии

Правильные многоугольники помогают увидеть осевую и поворотную симметрию. Благодаря этому легче распознавать закономерности в чертежах, орнаментах и узорах.



Развитие геометрического мышления

Тема учит связывать углы, хорды, дуги и вершины в единую картину. Это развивает внимательность и помогает уверенно решать задачи на доказательство и построение.



Что важно запомнить

Если все вершины многоугольника лежат на одной окружности, он вписан в неё. Центральные и вписанные углы связаны, а правильные фигуры особенно наглядно показывают эту связь.

