

Системы счисления: как числа записываются в информатике



Как числа получают запись с помощью цифр и правил в разных системах счисления.

От счёта на пальцах до компьютерных кодов



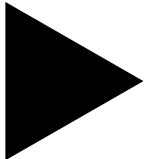
Люди начинали с простого счёта: зарубки, камешки, пальцы и абак. Затем появились непозиционные записи, например римские. Позиционные системы, пришедшие из Индии и распространённые арабами, сделали расчёты удобнее. А в XX веке цифровая техника перешла к двоичной основе.



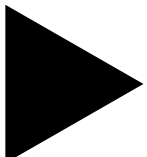
Что такое система счисления



Система счисления — это набор цифр и правил, по которым записывают числа. Цифра — это отдельный символ, а число показывает конкретную величину по этим правилам и расположению символов.



Основание системы показывает, сколько разных цифр используется в записи. Например, в десятичной системе основание равно 10, а в двоичной — 2, потому что допустимы соответственно 10 и 2 цифры.



В восьмеричной системе основание равно 8, а в шестнадцатеричной — 16. Поэтому записи в этих системах выглядят по-разному, хотя речь всегда идёт об одних и тех же числах по смыслу.

Позиционные и непозиционные системы

Сравните, как меняется значение цифры в зависимости от её места в записи и как это влияет на удобство вычислений.

Позиционные системы лучше подходят для больших чисел и вычислений, потому что место цифры однозначно задаёт её разрядное значение.

Тип	Значение цифры	Основание	Вычисления	При
Позиционная	Зависит от места	Есть	Удобны	10/2,
Непозиционная	Почти не зависит	Чаще нет	Менее удобны	Рим

Учебные принципы информатики и математики (общепринято).

Десятичная система в повседневной жизни

10 цифр и разряды в 10 раз

Десятичная система опирается на 10 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Каждый следующий разряд больше предыдущего в 10 раз — единицы, десятки, сотни, тысячи.

Где мы видим десятичную запись каждый день

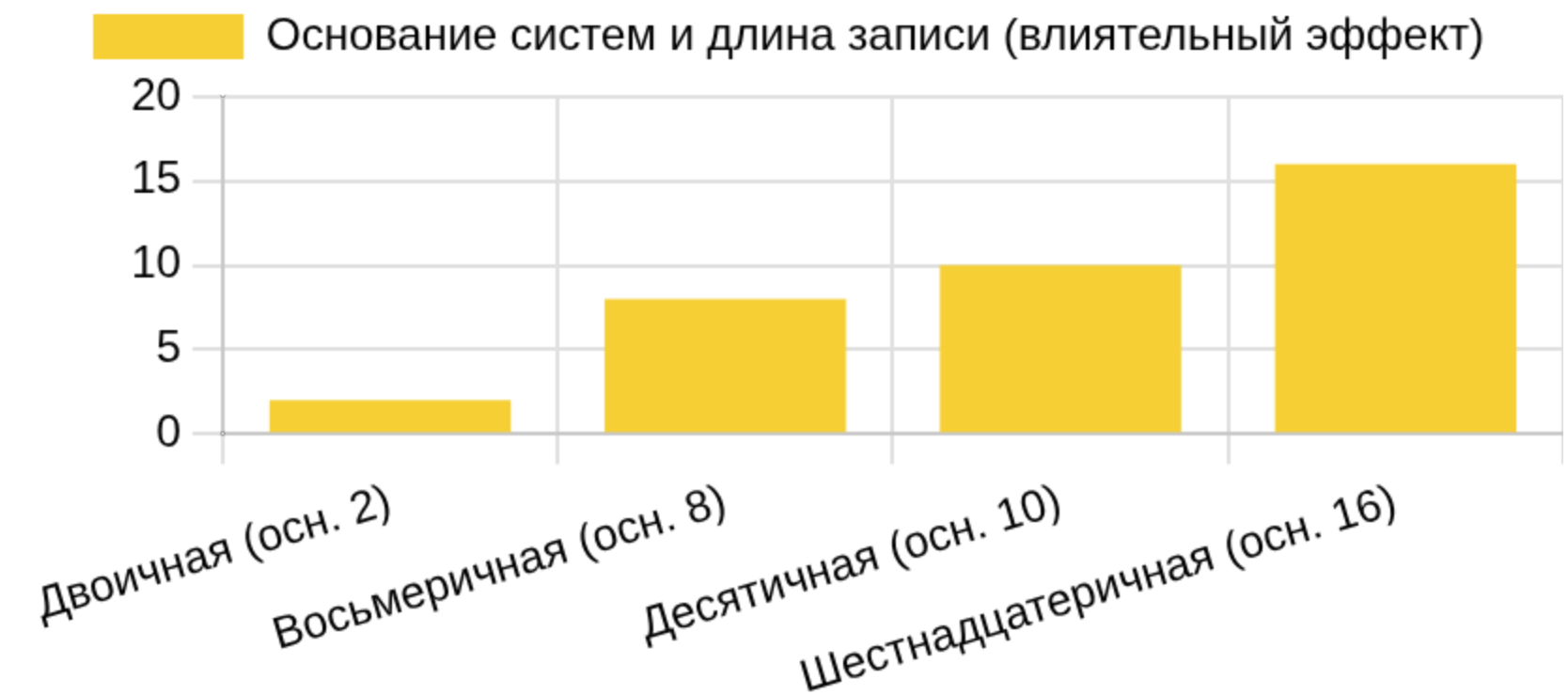
Мы встречаем такую запись в ценах в рублях и копейках, в показаниях времени, номерах домов и в измерениях длины и массы. По разрядам удобно понимать, «сколько десятков» или «сколько сотен» в числе.



Основания разных систем счисления

При уменьшении основания цифр меньше, но запись одного и того же числа обычно становится длиннее, потому что требуется больше разрядов.

Чем больше основание, тем компактнее может выглядеть запись: одна цифра «вмещает» больше информации о величине разряда.



Общая характеристика систем счисления (основание 2, 8, 10, 16) — учебный материал по информатике.

Разрядное значение числа

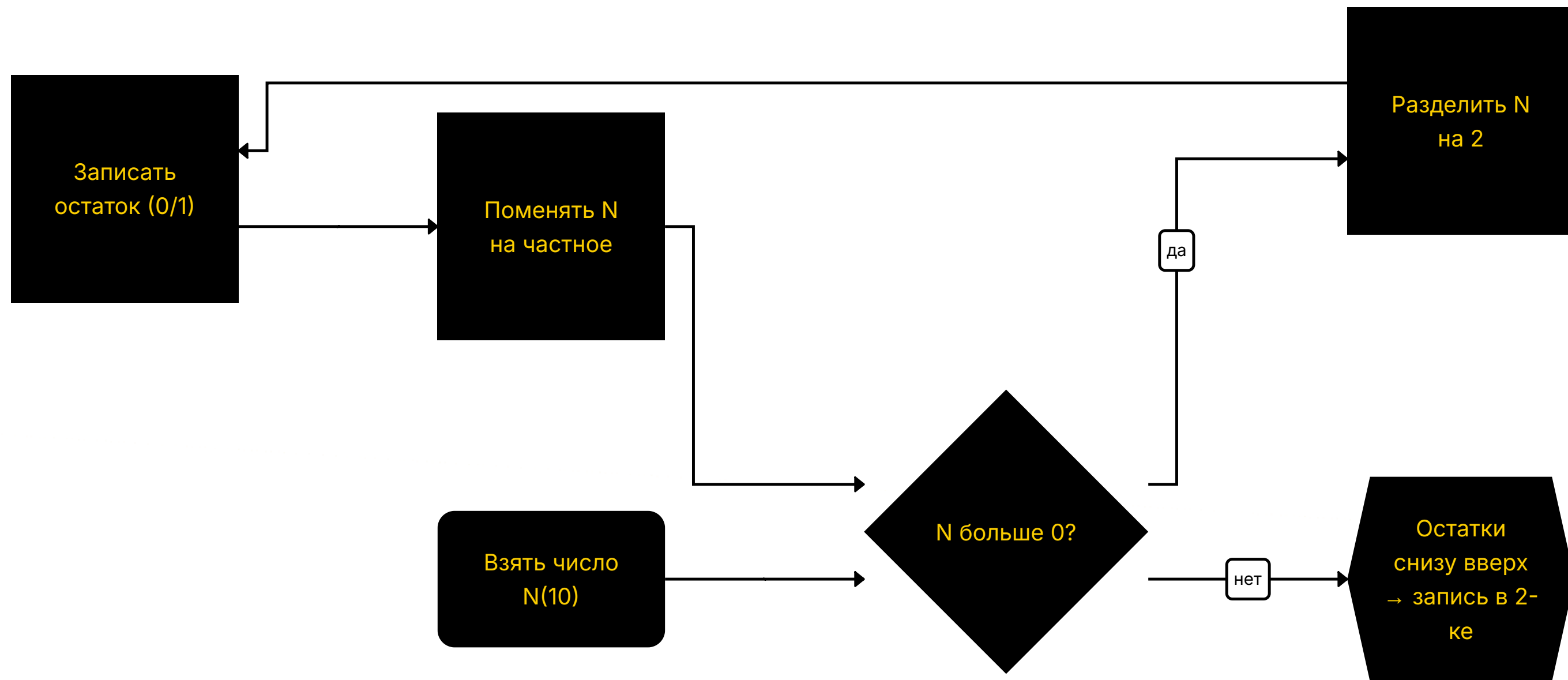
▶ В позиционной системе одна и та же цифра «работает» по-разному в зависимости от места. Поэтому по записи можно понять, о каких разрядах идёт речь.

▶ Например, в числе 345 цифра 3 означает 300, цифра 4 означает 40, а цифра 5 означает 5. То есть каждая цифра связана с её разрядом.

▶ Значение числа удобно представлять как сумму разрядных вкладов. Это помогает при чтении, сравнении и записи больших чисел без потери смысла.

Перевод из десятичной системы в двоичную

Алгоритм через последовательное деление на 2 и сбор остатков



Почему компьютеры используют двоичную систему



Два устойчивых состояния

В двоичной системе только 0 и 1. В электронных схемах им соответствуют два устойчивых режима: сигнал есть и сигнала нет, что удобно для надёжного хранения и передачи информации.



Один бит — одна цифра

Один бит хранит ровно одну двоичную цифру. Если нужно хранить больше данных, биты объединяют в группы, сохраняя их независимость и повторяя одинаковые операции над ними.



Байт как базовая единица

8 бит образуют байт. Именно байт часто используют как «кирпичик» при описании объёмов памяти и данных, потому что он хорошо согласуется с тем, как организуются цифровые компоненты.



Стабильность для вычислений

Двоичный код удобен для работы процессора: операции легко реализуются логическими элементами. Поэтому любые вычисления в конечном итоге превращаются в действия над 0 и 1.

Как одно и то же число выглядит в разных системах

Например, 5 в двоичной записи — 101_2 , 13 — 1101_2 , а 255 в шестнадцатеричной — FF_{16} . Длина и форма записи меняются, хотя величина одна.

Большие основания обычно делают запись короче, поскольку одна цифра «представляет» большее число вариантов. Поэтому двоичные данные часто удобно читать в шестнадцатеричном виде.



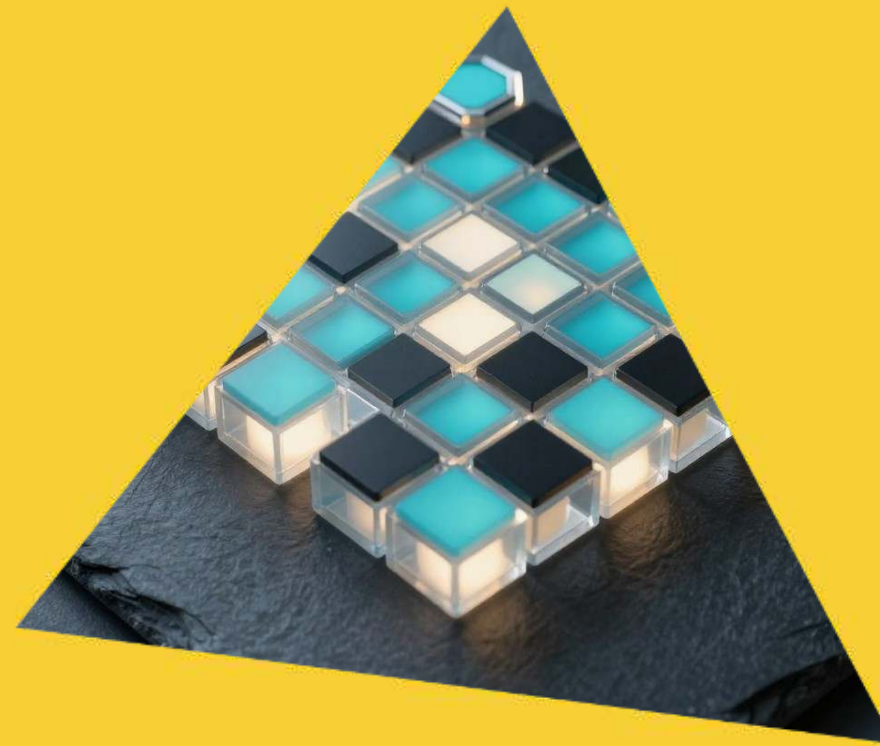
Примеры: $5=101_2$, $13=1101_2$, $255=FF_{16}$ (точные преобразования).

Шестнадцатеричная система как удобная запись двоичных данных



«16 символов вместо длинной цепочки»

Шестнадцатеричная система использует 16 символов: цифры 0–9 и буквы A–F. Благодаря большому основанию она сокращает запись двоичных чисел: то, что в двоичной системе выглядит как длинная строка нулей и единиц, в шестнадцатеричной превращается в более короткую запись. Так легче читать и проверять значения.



«Каждый символ отвечает за четыре бита»

На картинке удобно видеть соответствие: группа из четырёх бит (от 0000 до 1111) превращается в один шестнадцатеричный символ (от 0 до F). Поэтому один «кусочек» двоичных данных получает понятную замену, а неразборчивые наборы бит становятся нагляднее.



«Где это встречается в жизни программиста»

Шестнадцатеричная запись часто появляется в программировании: при работе с адресами памяти, при анализе данных и в отладочной информации. Ещё один популярный пример — HTML-цвета, где цвет задают через шестнадцатеричные коды. Это делает систему полезной не только для учебных переводов, но и для реальных задач.

Сравнение основных систем счисления

Система	Основание	Символы	Пример	Область применения
Десятичная	10	0–9	13	повсеместно
Двоичная	2	0–1	1101	компьютерная техника
Восьмеричная	8	0–7	165	компьютерная техника
Шестнадцатеричная	16	0–9, A–F	FF	программирование

В разных системах одно и то же число записывается по-разному: меняется основание и набор символов. При этом смысл остаётся тем же — речь идёт о сумме разрядных вкладов. Разные системы выбирают ради удобства вычислений и представления данных.

Ключевой вывод: все системы описывают одни и те же числа, но делают это разными «способами представления», поэтому меняется длина и внешний вид записи.

Зачем нужна восьмеричная система



Восьмеричная система имеет основание 8 и использует цифры от 0 до 7. Она помогает записывать двоичные числа компактнее, потому что одна восьмеричная цифра соответствует трём битам, объединённым в группу.



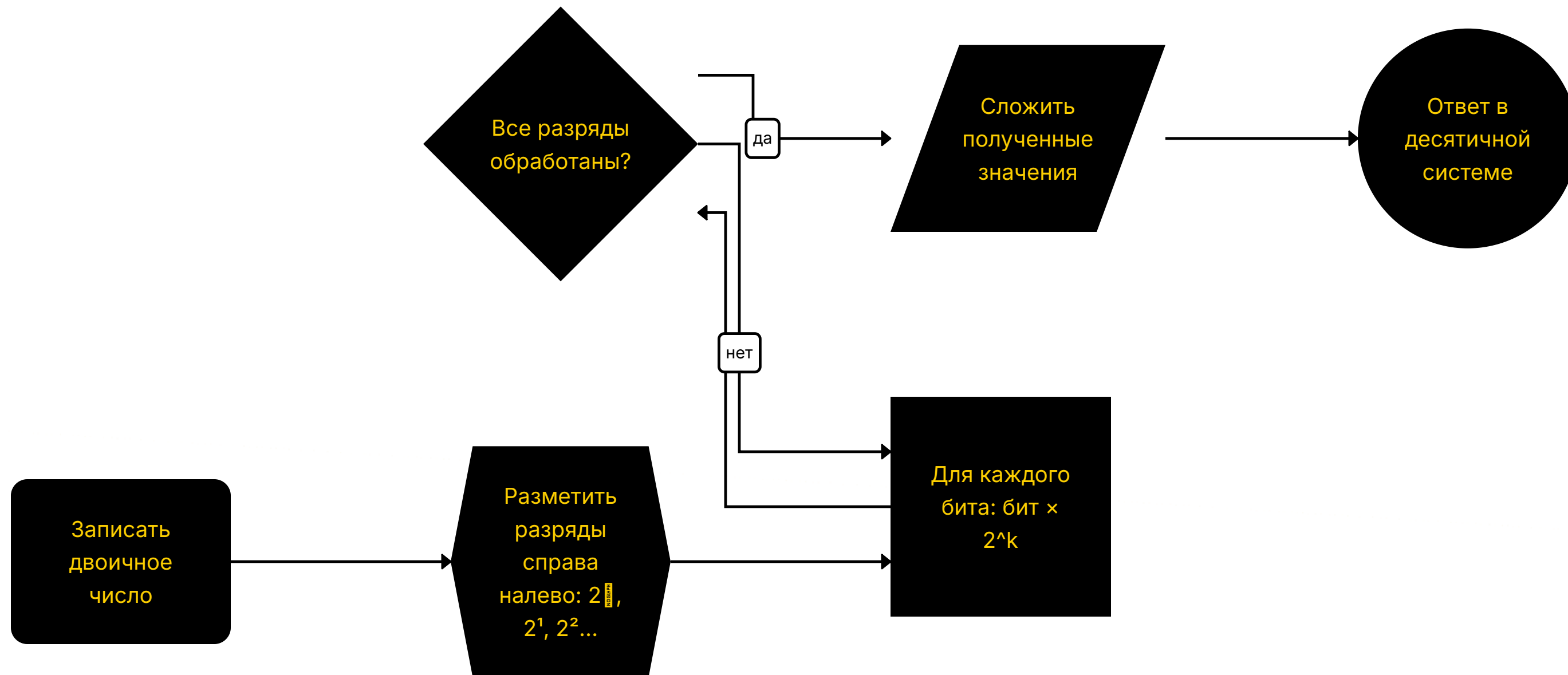
Если в двоичном виде число может занимать много разрядов, то в восьмеричном записи часто становится короче. Поэтому систему удобно применять как промежуточный «переводчик» между привычной десятичной записью и двоичными данными.



Встречается она в некоторых технических обозначениях, в старых вычислительных системах и в отдельных правилах доступа в операционных системах. Там восьмеричная форма служит удобной записью прав и кодов, где важна краткость.

Перевод из двоичной системы в десятичную

Алгоритм: каждый двоичный разряд умножается на соответствующую степень двойки, затем результаты складываются.



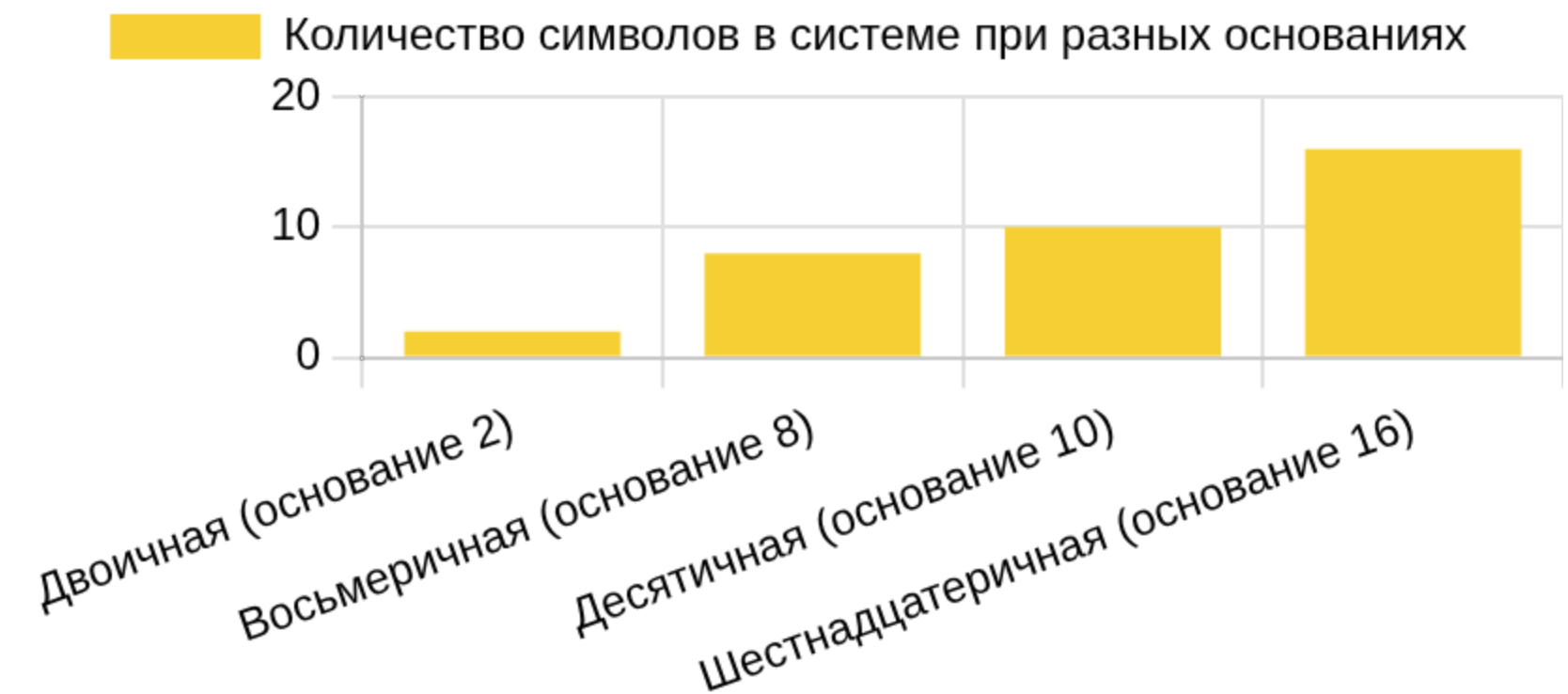
Типичные ошибки при работе с системами счисления

- ▶ Самая частая ошибка — путать цифру и число. Например, «11» в двоичной системе не равно «11» в десятичной: меняется смысл каждого разряда, потому что основание другое.
- ▶ Вторая ошибка — неверно учитывать основание. Если забыть, что в двоичной используются только степени двойки, а в восьмеричной — степени восьмёрки, результат перевода и вычислений «съезжает».
- ▶ Третья проблема — ошибки в разрядности. Нельзя случайно пропускать или менять положение цифры: от этого зависит степень, на которую умножается разряд при переводе и при сравнении чисел.
- ▶ Четвёртая ошибка — использование недопустимых символов. В двоичной системе нельзя писать цифры 2, 3, 4 и далее; в восьмеричной — 8 и 9; в шестнадцатеричной после 9 идут A–F.

Основание системы и количество доступных цифр

Чем больше основание, тем меньше разрядов нужно для той же величины, но тем больше символов требуется различать при чтении и записи.

Диаграмма показывает компромисс: высокая «точность представления» числа достигается более компактной записью, однако возрастает нагрузка на память и внимательность.



Справочные значения оснований: 2, 8, 10, 16 (количество символов равно основанию).

Системы счисления в реальных цифровых устройствах

Двоичный код в памяти устройств

Двоичный код лежит в основе хранения данных в памяти компьютера, смартфона и других устройств. Физически разряды соответствуют устойчивым состояниям: например, «есть сигнал» и «нет сигнала». Поэтому информация естественно представляется в виде нулей и единиц.

Шестнадцатеричные коды и данные на экране

Шестнадцатеричная запись помогает человеку работать с двоичными данными. Её используют при работе с цветами, адресами памяти и отладочной информацией, где важно быстро читать большие цепочки значений. Также принципы цифрового кодирования встречаются в QR-кодах, серийных номерах и кодах ошибок.



Словарь основных терминов темы

Термин	Краткое определение	Пример
Основание	определяет количество символов	2, 8, 10, 16
Цифра	отдельный допустимый символ	0, 7, A
Разряд	место цифры в записи	единицы, десятки
Позиционная система	значение зависит от места	345 ₁₀
Непозиционная система	почти не зависит от места	римские записи
Бит	минимальная единица двоичных данных	0 или 1
Байт	равен 8 битам	01001011

Таблица помогает быстро вспомнить ключевые понятия: что задаёт основание, чем отличается цифра от значения разряда и почему бит и байт важны в двоичном представлении.

Понятия связаны так: основание задаёт набор символов, разряд задаёт вклад цифры, а бит и байт помогают измерять объём двоичных данных.

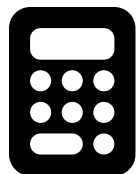
Учебные определения понятий по темам «системы счисления», «бит» и «байт».

Главные идеи темы



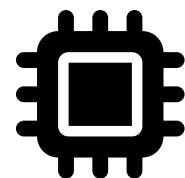
Одна величина — разные записи

Одно и то же число может выглядеть по-разному в разных системах счисления. Меняется основание, а значит и правила, по которым цифры раскладываются по разрядам.



Позиционные системы удобны для вычислений

В позиционных системах значение цифры зависит от её места. Поэтому такие записи помогают при чтении, сравнении и выполнении вычислений, а также понятны для программирования.



Двоичная основа и шестнадцатеричная компактность

Двоичная система лежит в основе работы компьютеров, ведь электронные схемы проще всего описывать двумя устойчивыми состояниями. Шестнадцатеричная запись делает длинные двоичные данные компактнее и удобнее.

Итоги: зачем школьнику знать системы счисления

Системы счисления — база записи чисел в математике и информатике. Понимание оснований, разрядов и правил перевода помогает читать код, разбираться в информации на экране и лучше понимать, как устроена цифровая техника.