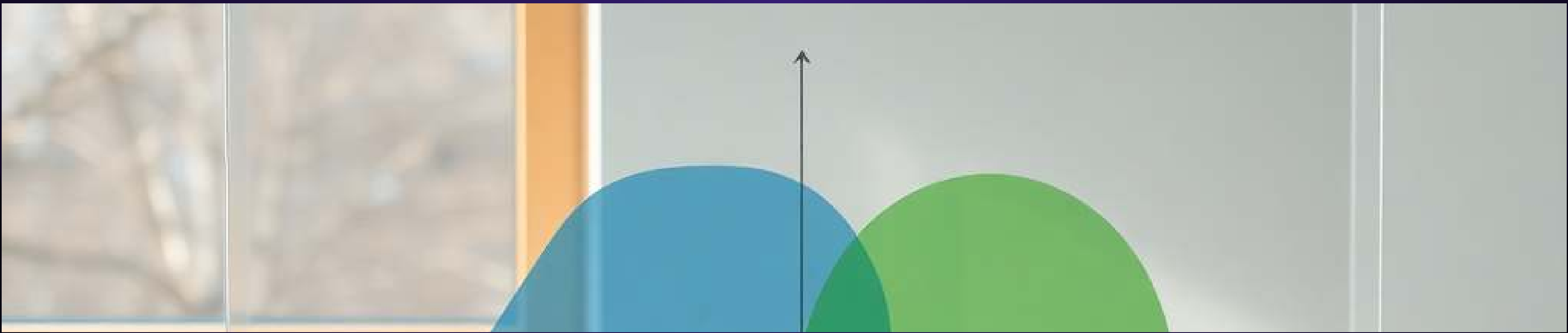


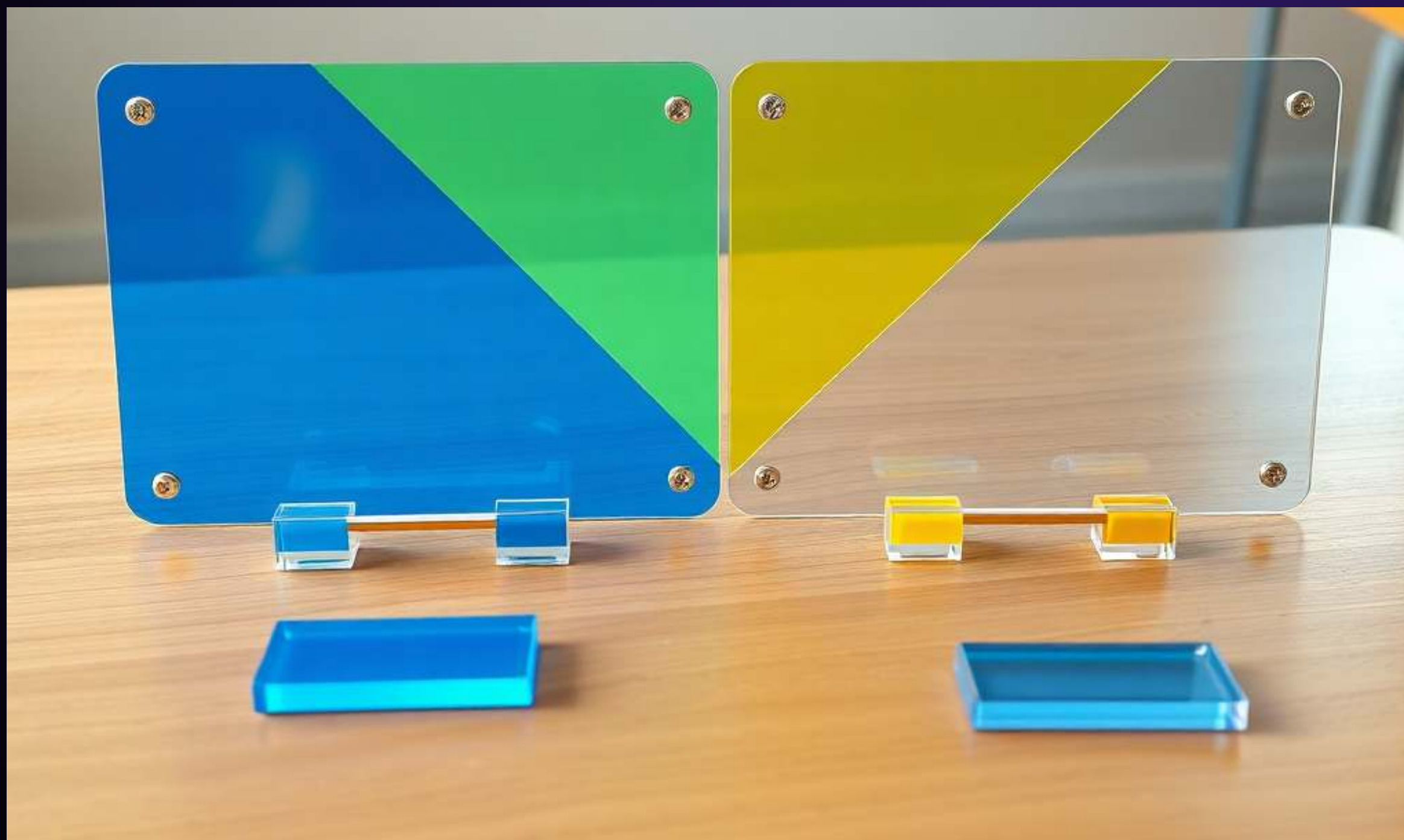


Уравнения и неравенства с двумя переменными

Пары чисел, графики и области решений: начнём
разбирать связь алгебры и геометрии.

Модели двух величин

/2



В 9 классе алгебра учит описывать связанные величины: цену и количество, скорость и время, размеры и площадь. Вместо одного ответа появляется пара чисел, а координатная плоскость помогает увидеть смысл записи и подготовиться к системам уравнений и неравенств.

Уравнение с двумя переменными и его решение

/3

Запись с двумя неизвестными



Уравнение с двумя переменными содержит две неизвестные, например $2x + y = 5$. Его решениями могут быть разные пары чисел, если при подстановке равенство становится верным.

Пара как ответ



Решение записывают в виде пары $(x; y)$. Для уравнения $2x + y = 5$ подходят, например, пары $(0; 5)$, $(1; 3)$ и $(2; 1)$.

Проверка подстановкой



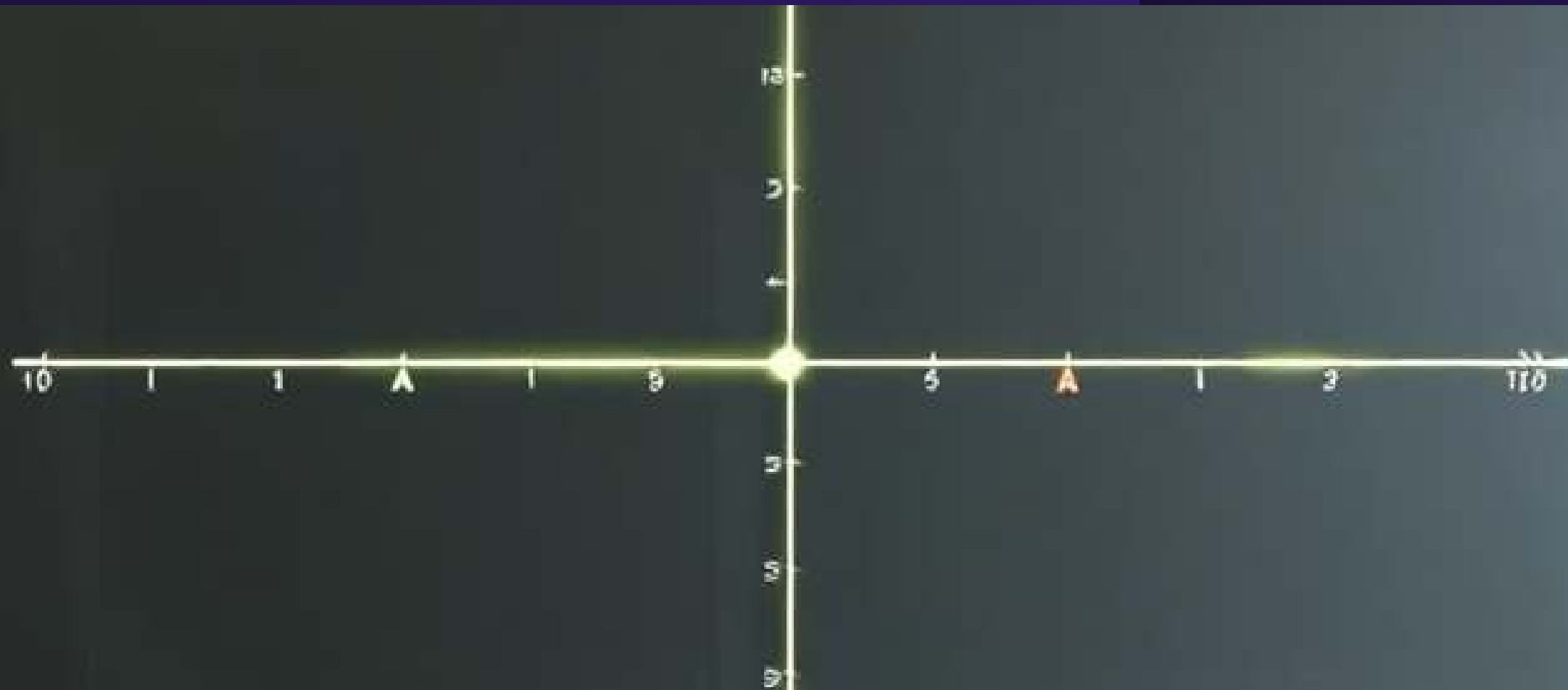
Чтобы убедиться в правильности ответа, координаты пары подставляют в исходное уравнение. Если получается верное равенство, пара действительно является решением.

Много решений



У одного уравнения с двумя переменными обычно не одно, а бесконечно много решений. Поэтому удобно рассматривать не отдельное число, а целое множество подходящих пар.

График уравнения как множество всех решений



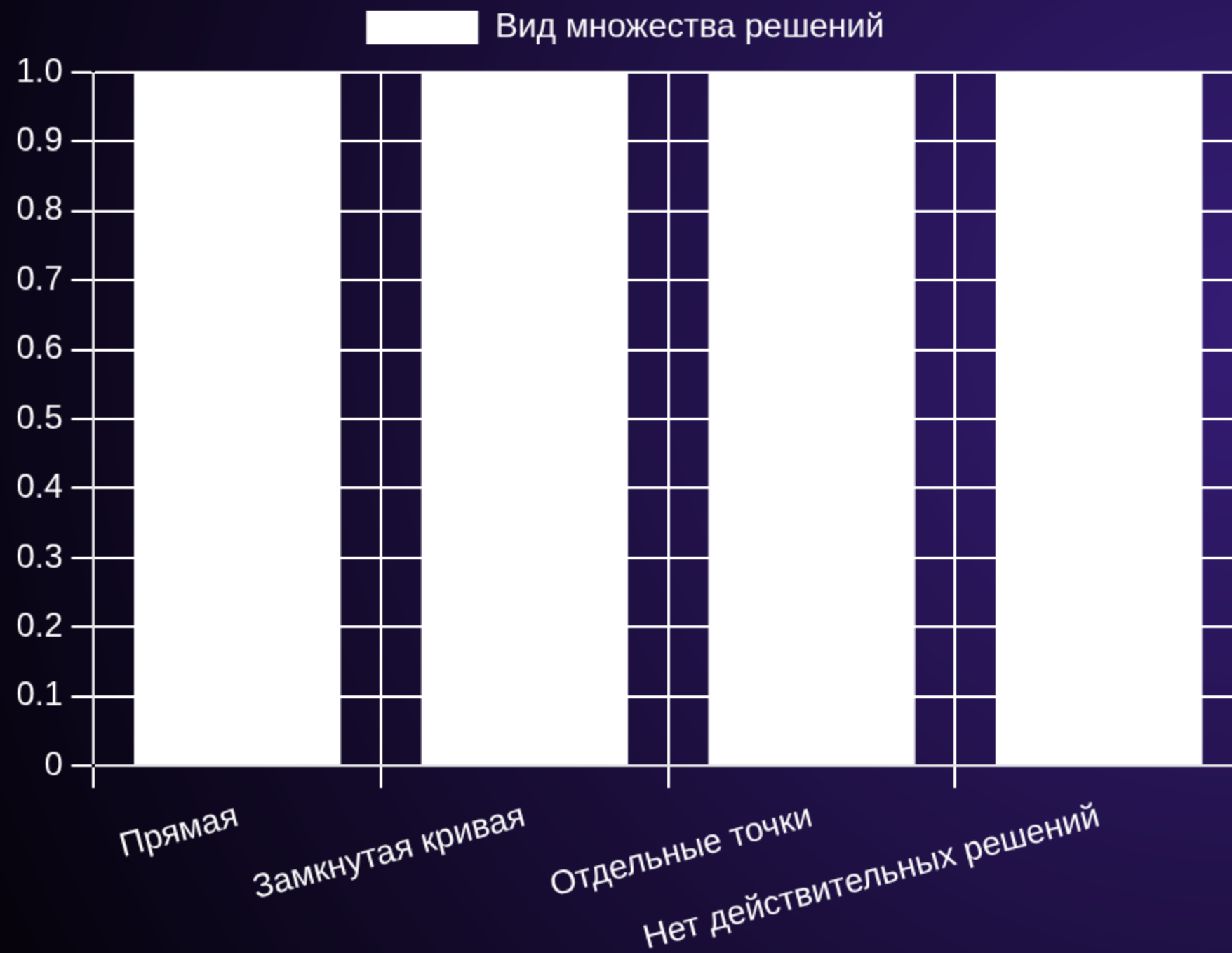
Каждая точка важна

Линейный случай

Удобные опорные точки

Какие множества решений бывают у разных уравнений

/5



На схеме показаны разные формы множеств решений: линия, кривая, отдельные точки и отсутствие действительных решений.

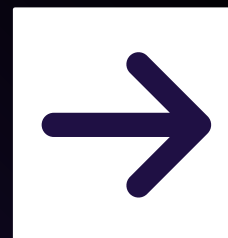
Вид множества решений зависит от уравнения: знак равенства сам по себе не задаёт форму графика.

Примеры из материала презентации, 2025

Способы нахождения решений уравнения

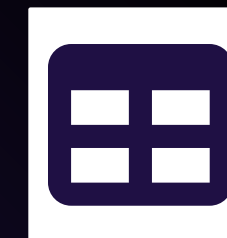
/6

Подстановка значения



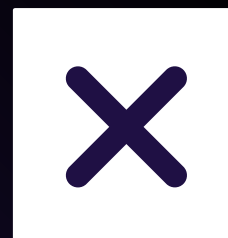
Выбирают удобное значение одной переменной и находят вторую по уравнению. Такой способ особенно полезен, когда нужно быстро получить несколько подходящих пар.

Таблица значений



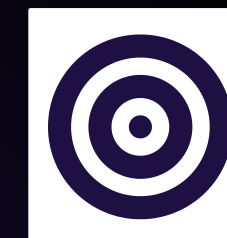
Составляют таблицу, чтобы систематично проверять разные значения и видеть закономерность. Это помогает не пропустить решения и аккуратно подготовить точки для графика.

Проверка ответа



Каждую найденную пару обязательно подставляют в исходное уравнение. Только после проверки можно быть уверенным, что точка действительно является решением.

Удобные нули



Для линейных уравнений часто удобно брать $x = 0$ или $y = 0$, если это возможно. Тогда вычисления становятся проще, а опорные точки находятся быстрее.

Примеры уравнений и их проверенных решений

Уравнение	Пары	График
$x + y = 4$	(1; 3), (2; 2)	прямая
$2x - y = 1$	(1; 1), (2; 3)	прямая
$x^2 + y^2 = 25$	(3; 4), (0; 5)	окружность

Примеры из материала презентации

В таблице показаны несколько уравнений, две проверенные пары чисел и тип соответствующего графика.

Разные уравнения задают разные множества точек: прямая, кривая или конечный набор подходящих точек.

Неравенство с двумя переменными и его смысл

/8

01 Запись сравнения

Неравенство с двумя переменными содержит знаки $>$, $<$, $\geq$ или $\leq$. Например, $x + y > 4$ или $2x - y \leq 3$.

Что считается решением

Решением является любая пара чисел, которая делает неравенство верным. Если подстановка даёт правильное сравнение, точка подходит.

03 Не одна линия, а область

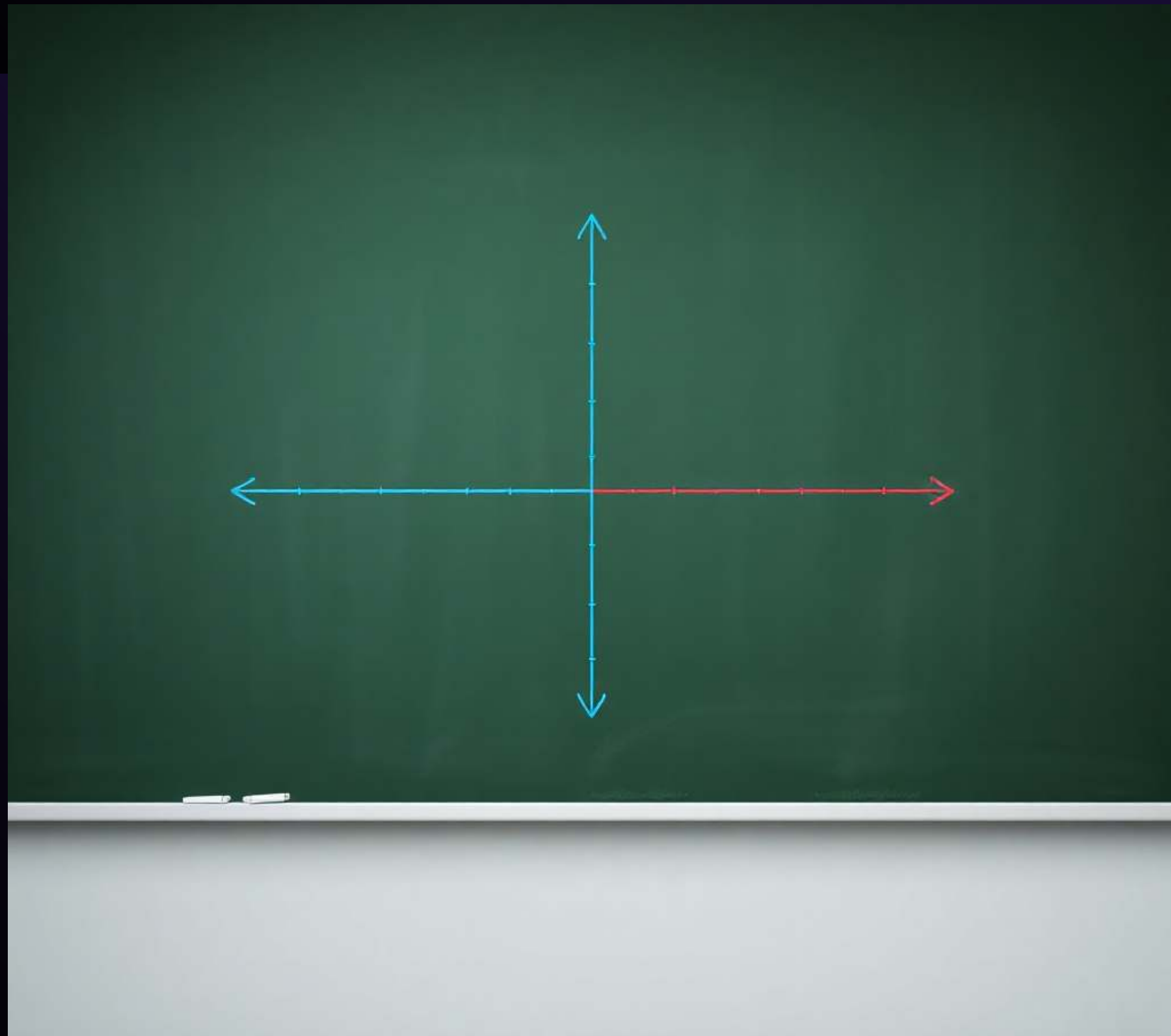
В отличие от уравнения, здесь решений не одна линия. На плоскости получается целая область точек, расположенная по одну сторону от границы.

Геометрический смысл

Неравенства помогают выделять часть координатной плоскости, где выполняется условие. Поэтому их удобно использовать вместе с графиками и текстовыми задачами.

Граница области решений

/9



Уравнение границы

Сначала находят границу области: для этого знак неравенства заменяют знаком равенства. Полученное уравнение показывают на координатной плоскости как линию границы.

Сплошная линия

Если неравенство нестрогое, то есть $\geq$ или $\leq$, граница входит в множество решений. В этом случае её изображают сплошной линией.

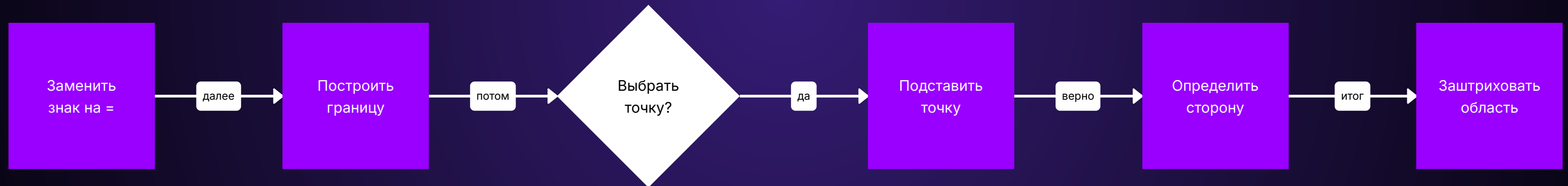
Пунктирная линия

Если неравенство строгое, то есть $>$ или $<$, точки границы не входят в решение. Тогда линию проводят пунктиром, чтобы показать исключение границы.

Как построить область решений неравенства

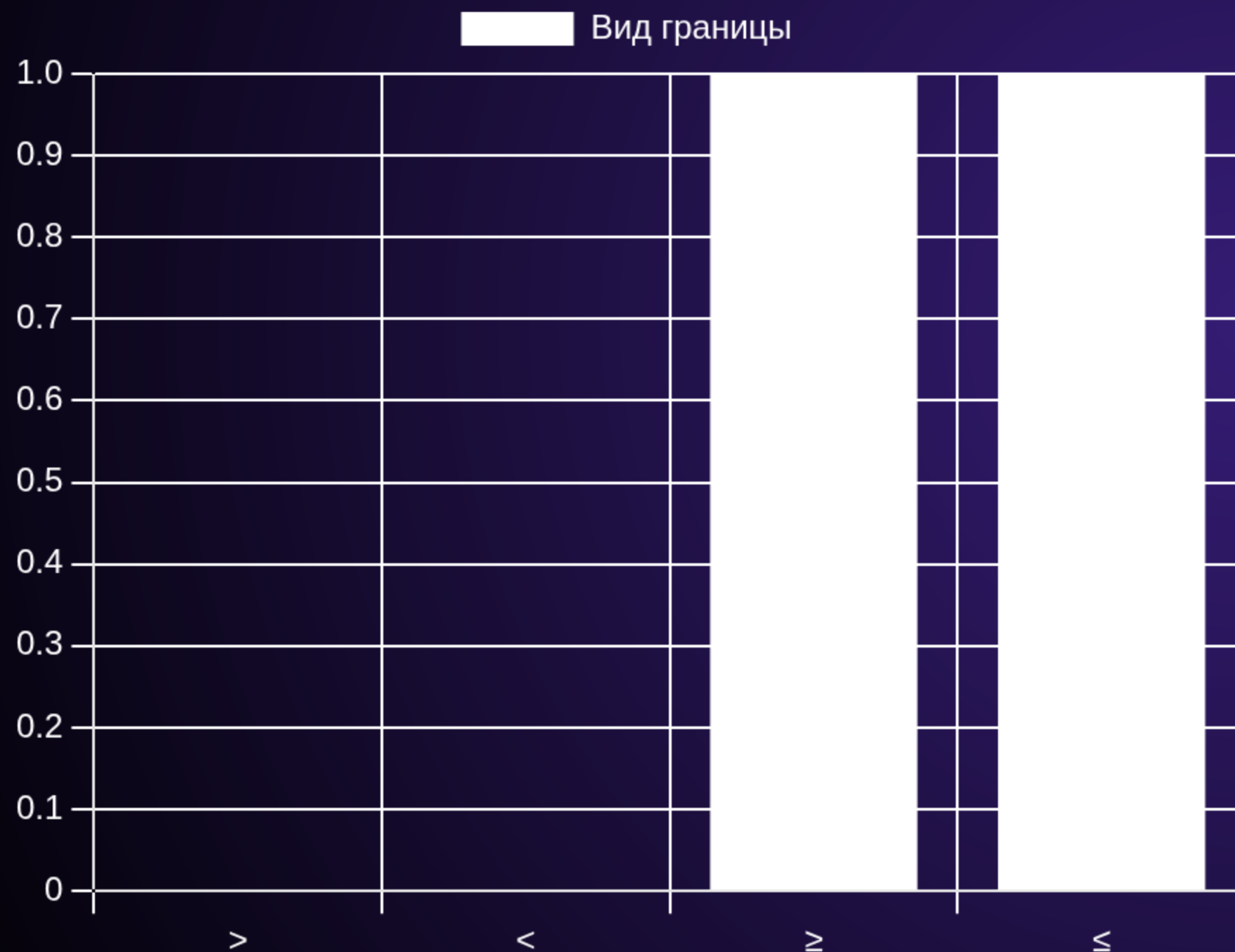
/10

Последовательность шагов для построения границы, проверки точки и выделения нужной части плоскости.



Знак неравенства и вид границы

/11



Строгие неравенства исключают точки границы, поэтому линия не должна входить в закрашенную область.

Знак равенства определяет принадлежность границы: при $\geq$ и $\leq$ она включается, при $>$ и $<$ — нет.

Схематическое сравнение правил построения границы в алгебре.

Проверка точки в неравенстве

/12

Подстановка координат

Сначала вместо x и y подставляют координаты выбранной точки прямо в неравенство. Так проверяют, выполняется ли запись для конкретной пары чисел без построения графика.



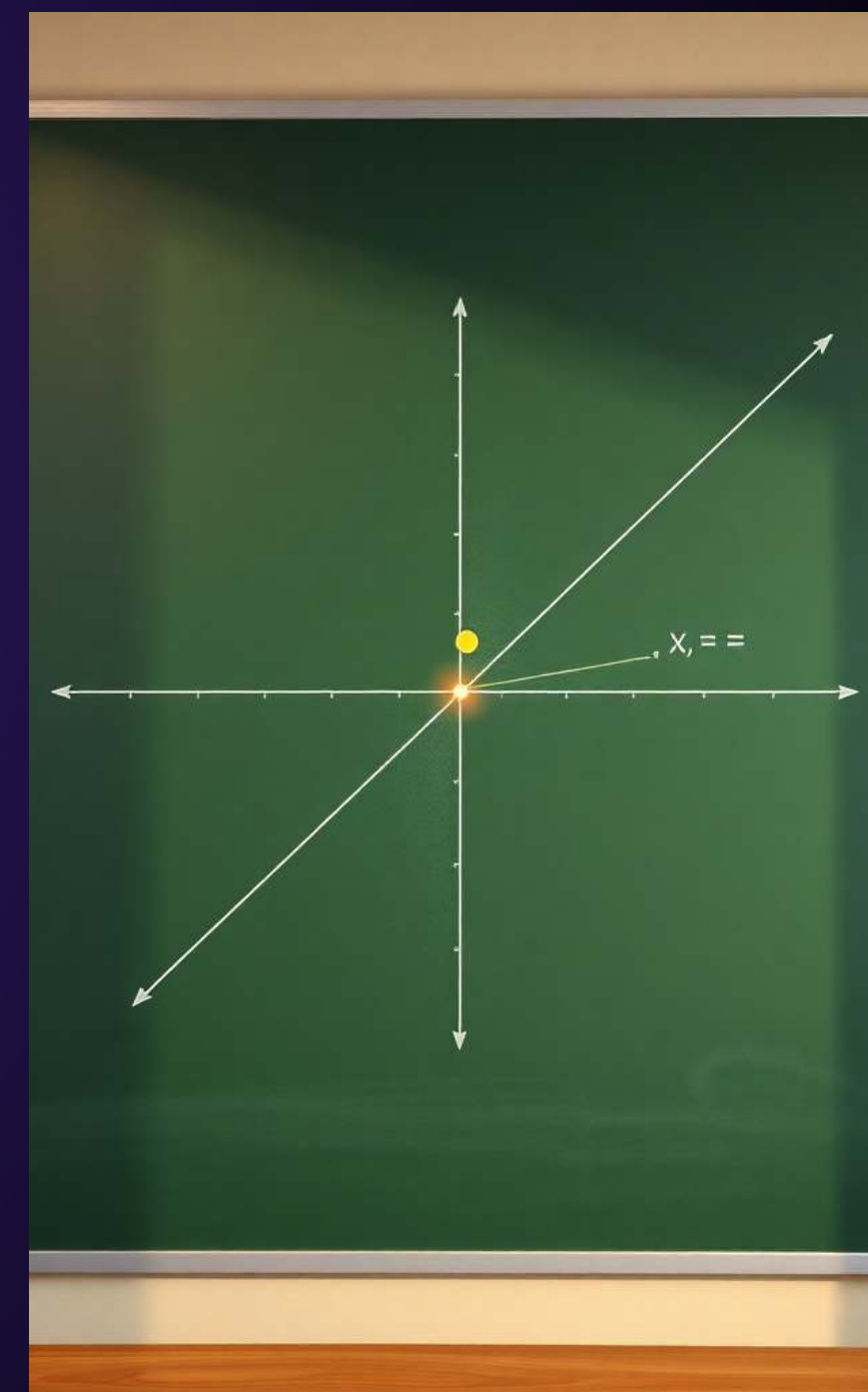
Сравнение результата

Если после вычисления получается верное утверждение, точка принадлежит области решений. Если неравенство нарушается, точка находится вне нужной части плоскости.



Короткий пример

Для неравенства $x + y \geq 5$ точка $(2; 3)$ подходит, потому что $2 + 3 = 5$. Равенство тоже считается выполнением условия.



Уравнения и неравенства: в чём разница

Признак	Уравнение	Неравенство
Знак	=	<, >, ≤, ≥
Решение	Линия/кривая	Область
График	Граница	Полуплоскость

Сравнение показывает, что одинаковая запись с двумя переменными может означать либо линию, либо область на плоскости.

Уравнение описывает точечное множество, а неравенство — целую область; геометрический смысл у них различается.

Обобщение правил построения графиков уравнений и неравенств с двумя переменными.

Где встречаются две переменные

/14



Покупки

Если известны цена одного билета и цена напитка, общую стоимость удобно записать через два количества. Так задача становится понятной и для подсчёта, и для проверки ответа.



Геометрия

Длина и ширина прямоугольника, площадь и периметр часто выражаются через две переменные. Такие записи помогают увидеть, как связаны стороны фигуры и её характеристики.



Движение

При фиксированном расстоянии скорость и время связаны одной формулой. Изменяя одну величину, можно находить другую, а затем проверять, подходит ли ответ по смыслу задачи.

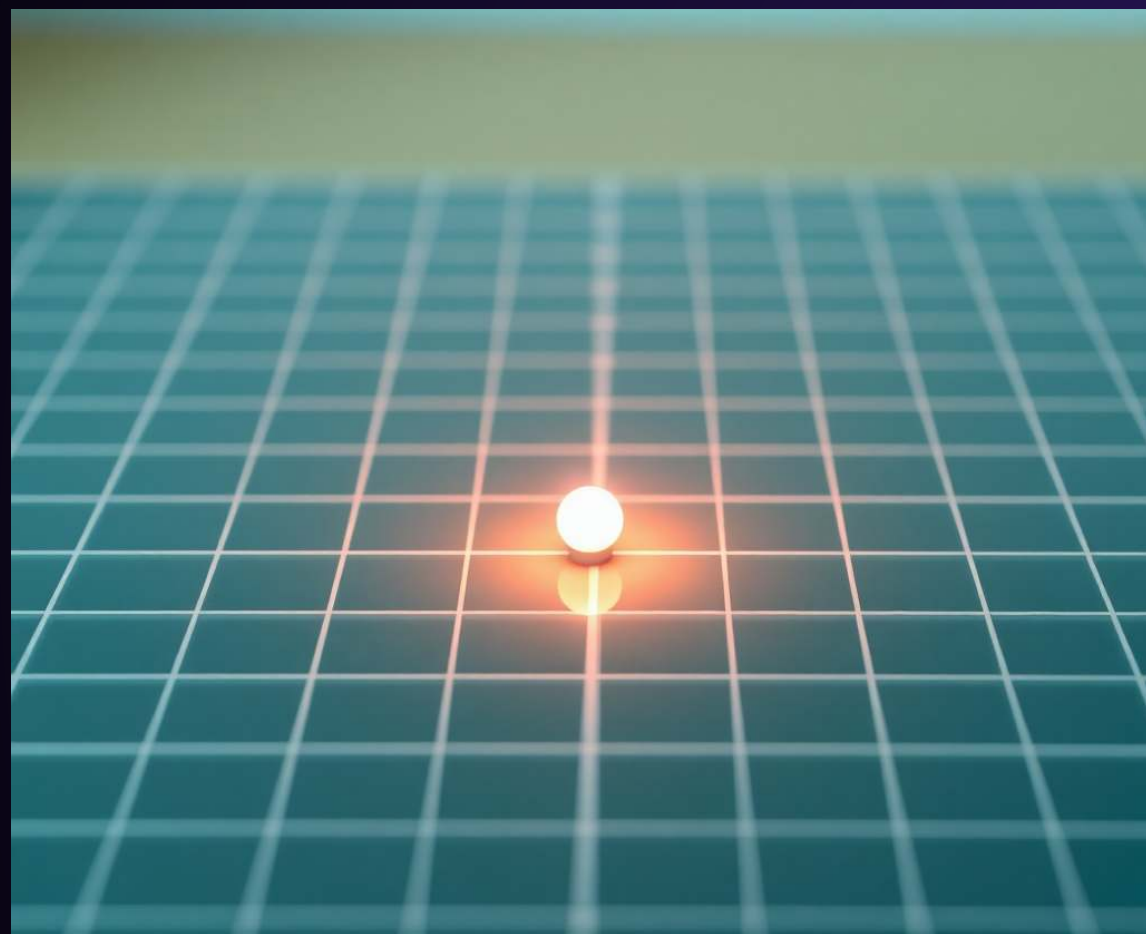


Сравнение величин

Возраст, масса, прибыль и расход тоже можно описывать парой переменных. Тогда условие задачи превращается в уравнение или неравенство, которое удобно исследовать на координатной плоскости.

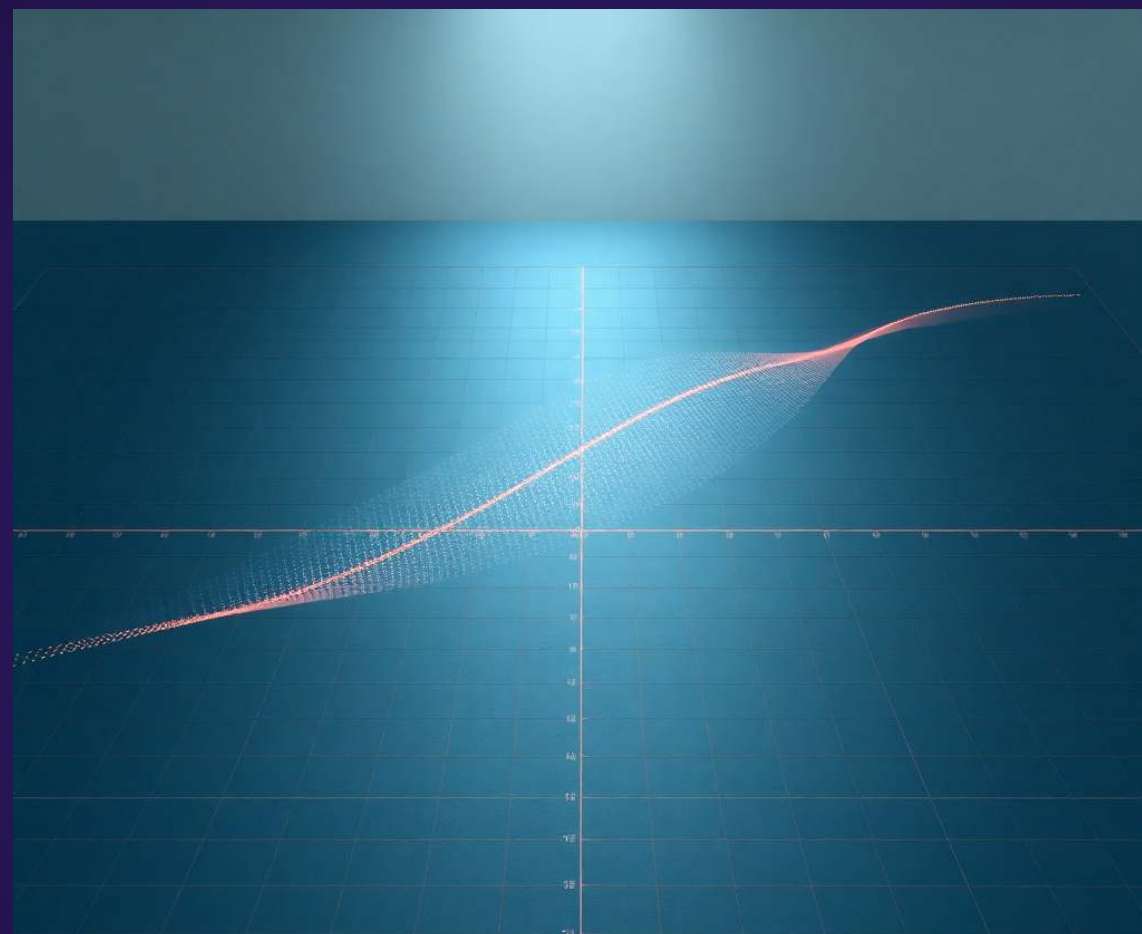
Координатная плоскость помогает увидеть ответ

/15



Точка с двумя координатами

Каждая пара чисел получает своё место на плоскости. Сначала смотрят на значение по оси x , затем на значение по оси y , и точка сразу оказывается в нужной клетке. Так алгебра превращается в наглядный рисунок.



Линия вместо списка ответов

Для уравнения множество решений можно не перечислять по одному, а изобразить сразу целиком. Если точки образуют прямую или кривую, становится видно, какие пары чисел подходят, а какие — нет. Это экономит время и делает ответ понятнее.

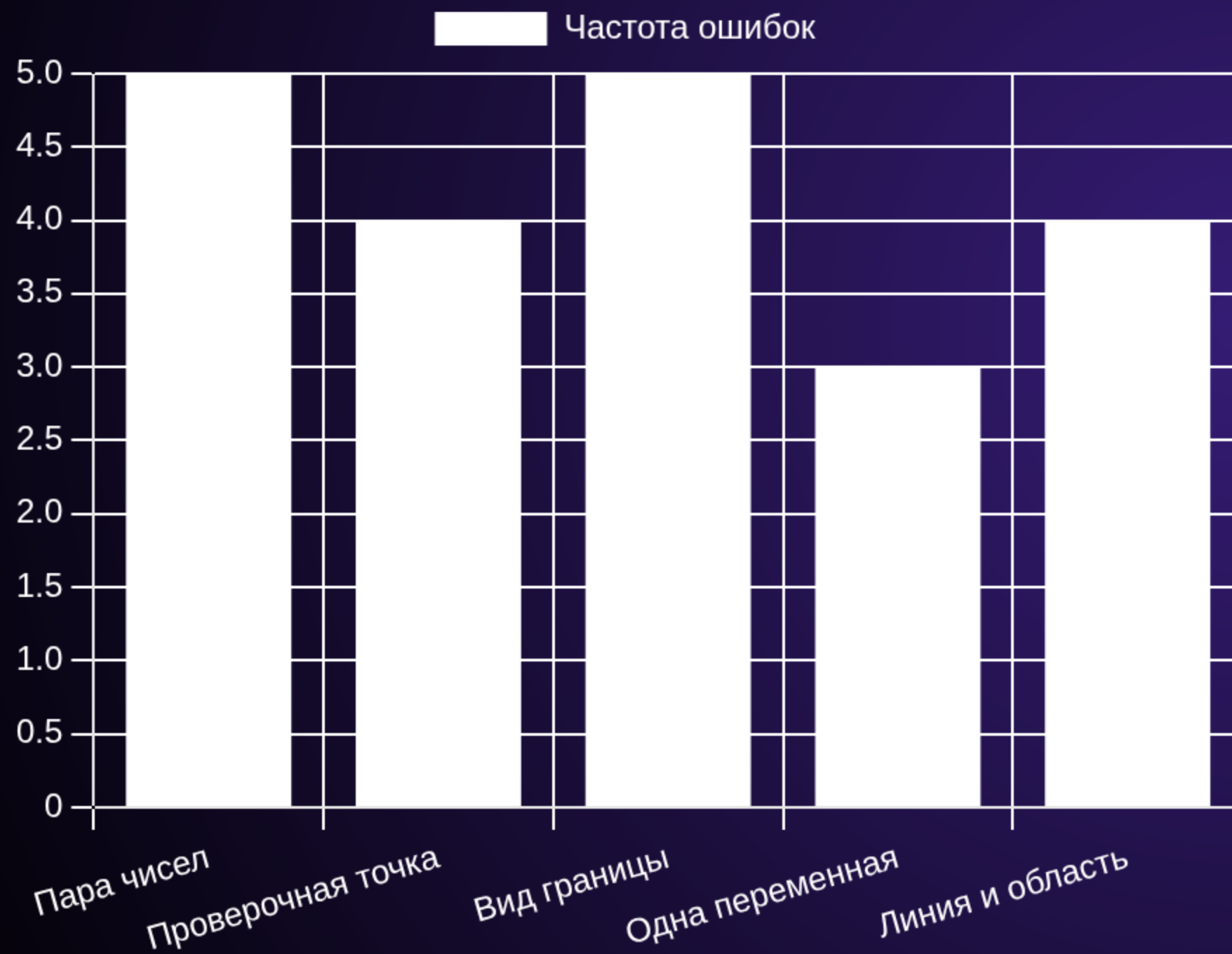


Область вместо одной линии

Неравенство работает иначе: решения занимают часть плоскости, а не только линию. На рисунке видно, где условие выполняется, и легко заметить границу, отделяющую подходящие точки от неподходящих. Именно поэтому координатная сетка так важна.

Типичные ошибки при работе с двумя переменными

/16



Чаще всего трудности возникают не в вычислениях, а в внимательном чтении знаков, координат и условий построения.

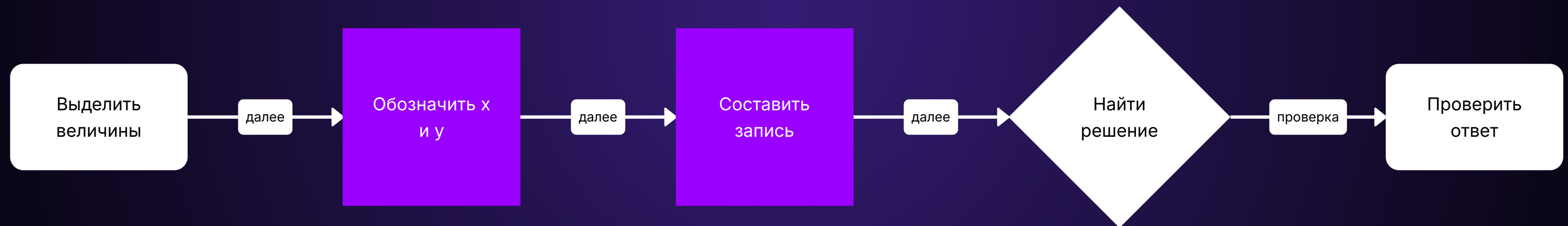
Наибольшие риски связаны с границей и записью пары чисел; проверка подстановкой помогает избежать большинства ошибок.

Сводное описание типичных учебных ошибок при изучении темы.

Как решать текстовую задачу

/17

Алгоритм показывает переход от условия к математической модели и проверенному ответу.



Проверим на коротких примерах

/18

Запись	Проверка	Ответ
$x + y = 10$	$y = 6$	$x = 4$
$x + y > 8$	$(5; 4)$	подходит
$2x - y \leq 3$	$(2; 1)$	подходит

Примеры из условия задания.

Небольшие задания помогают быстро увидеть разницу между точным решением уравнения и проверкой точки для неравенства.

Для уравнения находят точную пару чисел, а для неравенства достаточно убедиться, что точка принадлежит области решений.

Почему тема нужна дальше

/19

Системы уравнений

В системе нужно найти общие решения двух уравнений сразу. Это помогает понять, сколько точек удовлетворяют обоим условиям: одну, много или ни одной.

Системы неравенств

Несколько неравенств задают пересечение областей на одной плоскости. Подходит только та часть рисунка, где выполняются все условия одновременно.

Основа для следующего раздела

Умение читать графики, точки и области потребуется дальше в алгебре. Без этой темы трудно уверенно работать с более сложными моделями и проверять ответы.

Тема, которая соединяет числа и рисунок

Уравнения и неравенства с двумя переменными показывают, как алгебра превращается в геометрию. График помогает увидеть решение, проверить точку и понять смысл записи.