

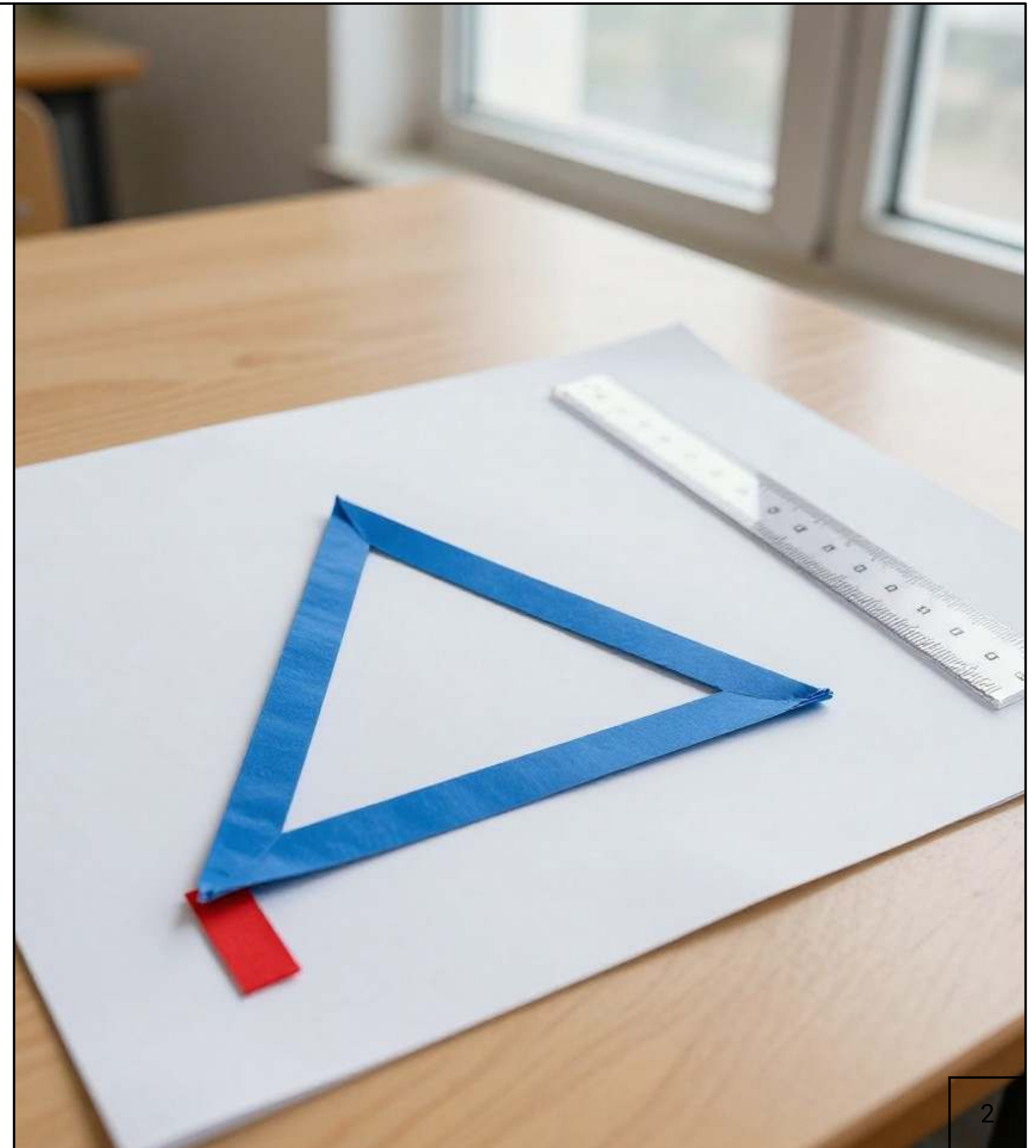
Пропорции в прямоугольном треугольнике

Высота к гипотенузе превращает треугольник в набор точных пропорций.



С чего начать

Чтобы уверенно решать задачи, нужно помнить, где находится гипотенуза, что означают отрезки AD и DB , и как работает подобие треугольников.



Базовая конструкция

Прямой угол

Прямоугольный треугольник всегда имеет один угол 90° . Сторона напротив него — гипотенуза, и именно она является самой длинной стороной фигуры.

Высота к гипотенузе

Из вершины прямого угла можно опустить высоту на гипотенузу. Она делит её на два отрезка, которые удобно обозначать и сравнивать.

Зачем они нужны

Эти отрезки не просто части стороны: они участвуют в пропорциях и помогают находить длины других элементов треугольника.



Напоминание о подобии

1

Что значит подобие

Подобные треугольники имеют одинаковые углы, а их соответствующие стороны связаны одним и тем же коэффициентом. Это основа всех дальнейших вычислений.

2

Как не ошибиться

Сравнивать можно только соответствующие стороны. Если перепутать их порядок, пропорция даст неверный результат даже при правильных числах.

3

Простой пример

Пример пропорции выглядит так: $3:4 = 6:8$. Здесь каждая сторона одного треугольника соответствует своей паре в другом.

Обозначения задачи

Основные вершины

Рассматриваем прямоугольный треугольник ABC, где угол C равен 90° . Сторона AB — гипотенуза, потому что она лежит напротив прямого угла.

Точка D

Точка D — основание высоты, опущенной из C на AB. Поэтому отрезок CD перпендикулярен гипотенузе и образует два новых треугольника.

Части гипотенузы

Отрезки AD и DB — это части гипотенузы. Их обязательно отмечают на рисунке, потому что именно они входят в формулы и пропорции.



Почему ACD подобен ABC

1 Общий угол

Треугольники ACD и ABC имеют общий угол A. Это уже помогает связать их между собой и искать соответствующие стороны.

2 Два равных угла

У треугольников есть по одному прямому углу: $\angle ADC = 90^\circ$ и $\angle ACB = 90^\circ$.
Значит, у них совпадают два угла.

3 Вывод о подобии

По признаку подобия треугольники ACD и ABC подобны. Тогда стороны AC, AD и CD соотносятся с AB, AC и BC в одном и том же порядке.

Почему CBD подобен ABC

1

Общий угол

Треугольники CBD и ABC тоже можно сравнить по углам. У них есть общий угол B, который сразу связывает эти фигуры.

2

Ещё один прямой угол

Кроме того, $\angle CDB = 90^\circ$ и $\angle ACB = 90^\circ$, поэтому ещё одна пара углов совпадает. Этого достаточно для подобия.

3

Вывод о подобии

Следовательно, треугольник CBD подобен ABC. Это позволяет использовать пропорции между BC, DB, CD и сторонами исходного треугольника.

Пропорция на гипотенузе

1 Главная пропорция

Если сравнить подобные треугольники ACD и CBD , получаем равенство AD :
 $CD = CD : DB$. Оно показывает, как связаны два отрезка гипотенузы и высота.

2 Среднее пропорциональное

Такую запись удобно читать как правило среднего пропорционального:
квадрат высоты связан с двумя частями гипотенузы через их произведение.

3 Зачем это полезно

Эта связь помогает быстро увидеть скрытую закономерность в чертеже,
не выписывая сразу длинные вычисления.

Отношения, ведущие к формулам

1

Первая запись

Из подобия удобно записать $AC/AB = AD/AC$. Здесь сравниваются соответствующие стороны, а не любые отрезки подряд.

2

Получаем квадрат катета

После перемножения крайних и средних членов получается $AC^2 = AB \cdot AD$. Так пропорция превращается в формулу для вычислений.

3

Вторая запись

Для второго треугольника пишут $BC/AB = DB/BC$. Это та же идея, только для другого катета.

4

Вторая формула

После такого же преобразования получаем $BC^2 = AB \cdot DB$. Оба равенства используются как основные рабочие формулы темы.

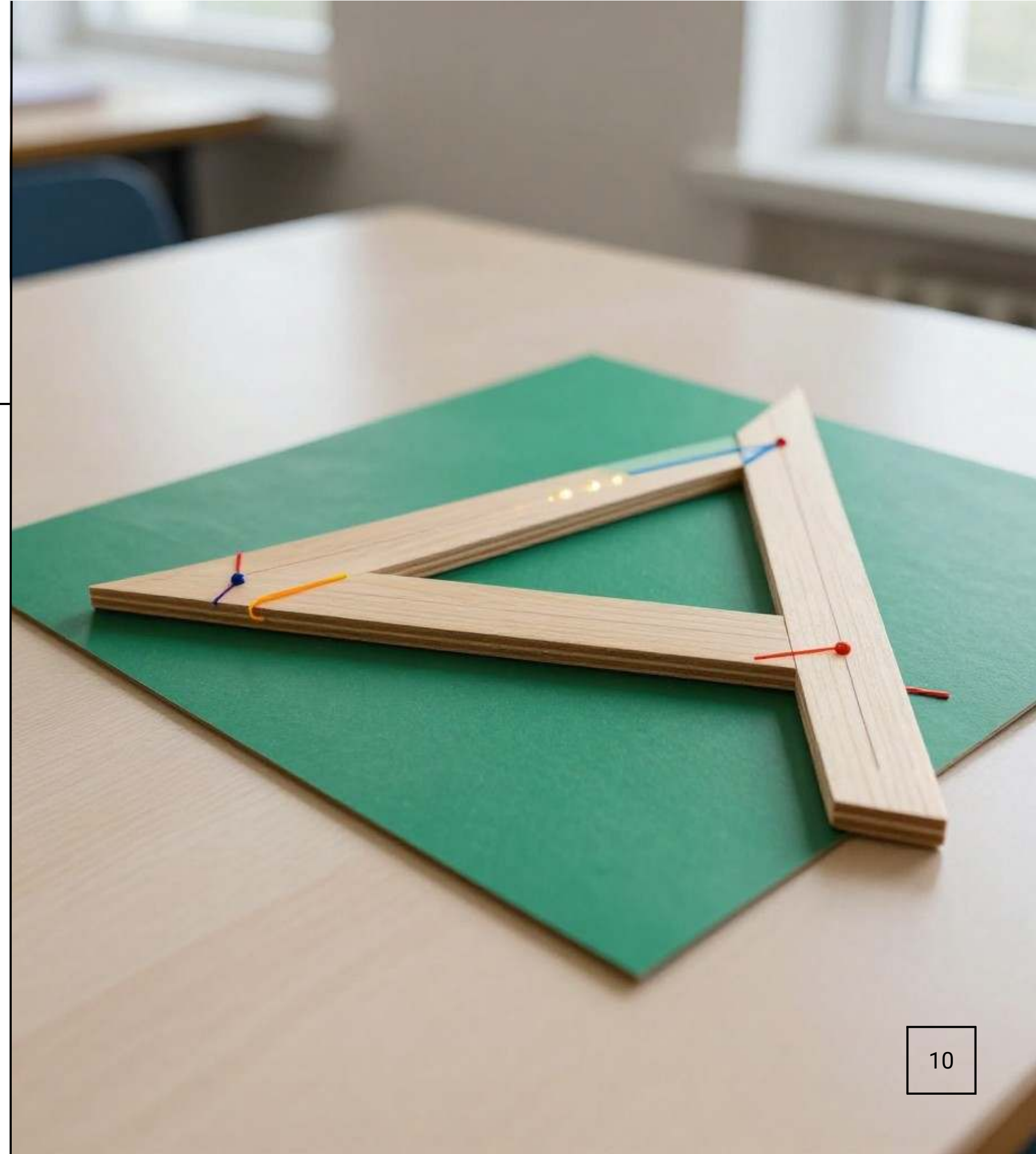
Формулы для катетов

Для катета AC

Формула $AC^2 = AB \cdot AD$ показывает связь катета с гипотенузой и прилежащим отрезком. Она позволяет находить длину катета, если известны две другие величины.

Для катета BC

Аналогично, $BC^2 = AB \cdot DB$ связывает второй катет с гипотенузой и её частью. Это вторая главная формула, которую важно быстро узнавать в задачах.



Формулы для AD и DB

1 Найти AD

Если известны гипотенуза AB и катет AC, отрезок AD находят сразу по формуле $AD = AC^2 / AB$. Она экономит время: не нужно каждый раз строить дополнительные линии и измерять на чертеже.

2 Найти DB

Аналогично для второго отрезка: $DB = BC^2 / AB$. Достаточно знать гипотенузу и прилежащий катет, чтобы получить точную длину части гипотенузы и проверить ответ по сумме $AD + DB$.

Геометрическое среднее

1

Связь длины

Формулы $AC = \sqrt{AB \cdot AD}$ и $BC = \sqrt{AB \cdot DB}$ показывают особую связь: катет зависит одновременно от всей гипотенузы и от соответствующего отрезка на ней.

2

Короткое правило

Такой катет называют геометрическим средним. Это значит, что он находится «между» двумя другими отрезками по смыслу формулы и помогает быстро запомнить правило без лишних вычислений.

3

Не перепутать пары

Чтобы не путаться, важно помнить соответствие: к катету AC относится отрезок AD , а к катету BC — отрезок DB . Тогда формулы читаются естественно и без ошибок.

Пример 1: найти AD и DB

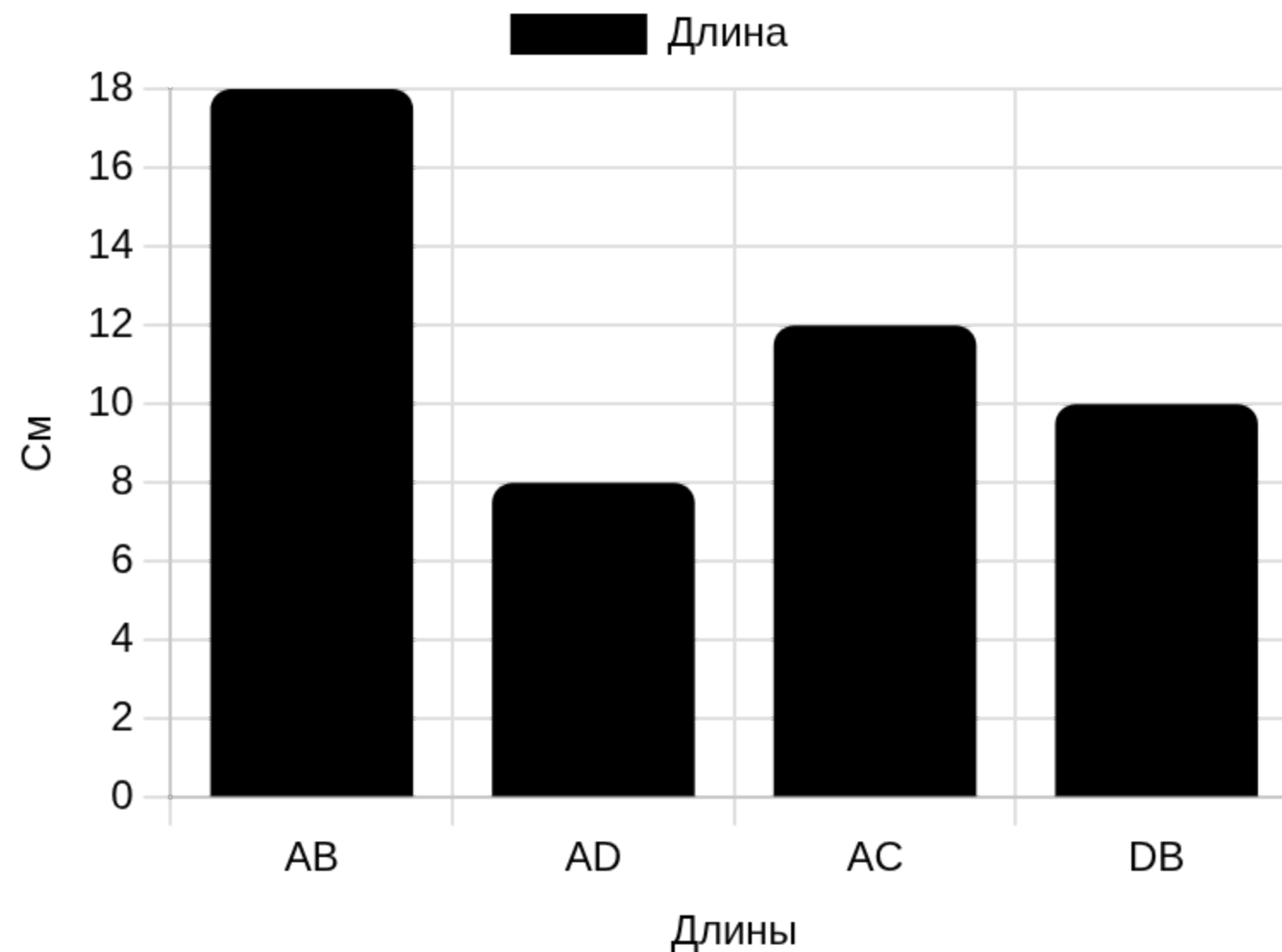
Величина	Значение	Комментарий
AB	25 см	гипотенуза
AC	15 см	известный катет
AD	9 см	по формуле
DB	16 см	25 – 9

Дано: AB = 25 см, AC = 15 см. По формуле для AD находим часть гипотенузы, а затем проверяем вторую длину через разность и квадрат катета.

Отрезок AD равен 9 см, а DB — 16 см. Проверка через BC подтверждает, что вычисления согласованы и пропорции записаны верно.

Числовой пример по формулам $AC^2 = AB \cdot AD$ и $BC^2 = AB \cdot DB$

Пример 2: найти сторону



Здесь известны гипотенуза и один отрезок на ней. По формуле для катета можно сразу восстановить сторону треугольника и затем найти оставшуюся часть гипотенузы.

Катет AC равен 12 см. После этого легко вычисляется $DB = 10$ см, а значит можно продолжить решение без дополнительных построений.

Числовой пример: $AB = 18$ см, $AD = 8$ см

Пример 3: текстовая задача

1 Определяем фигуру

Сначала замечаем прямоугольный треугольник: лестница длиной 13 м — это гипотенуза, а расстояние 5 м от стены — один из катетов. Осталось определить второй катет по известным связям.

2 Выбираем формулу

Далее используем формулу для квадрата катета: неизвестный катет связан с гипотенузой и её частью через пропорцию. Такой способ быстрее, чем полный поиск по теореме Пифагора.

3 Проверяем результат

После подстановки чисел получаем аккуратный ответ и можем проверить его здравым смыслом: найденная высота должна быть меньше 13 м и больше 5 м.

4 Практический смысл

Такие задачи встречаются в жизни: у стены, забора или дерева можно представить ситуацию как треугольник и решить её с помощью пропорций, а не наугад.

Типичные ошибки

1

Путают стороны

Частая ошибка — принять катет за гипотенузу. Помогает простой ориентир: гипотенуза лежит напротив прямого угла и всегда длиннее каждого катета.

2

Неверное соответствие

Ещё одна проблема — сравнивают не те элементы при подобии. В формулах должны стоять только соответствующие стороны, иначе пропорция выглядит похожей, но даёт неверный ответ.

3

Где находится D

Некоторые забывают, что точка D лежит именно на AB. Тогда отрезки AD и DB уже не являются отдельными сторонами, а составляют всю гипотенузу вместе.

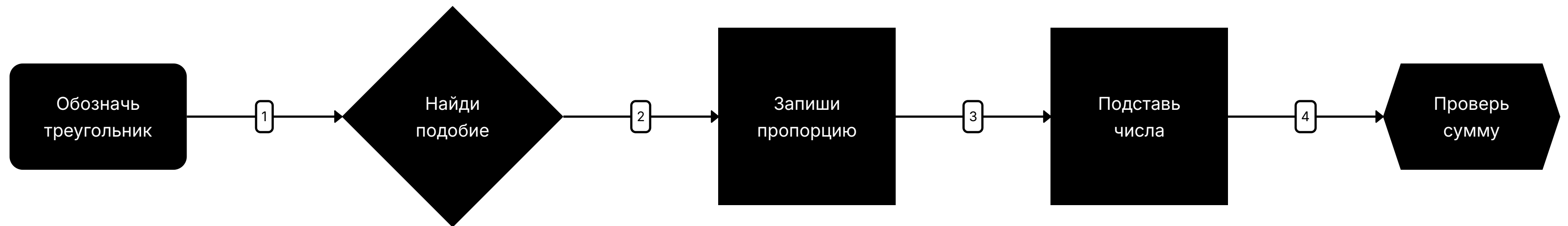
4

Нет проверки

Полезно завершать решение проверкой: $AD + DB$ должно равняться AB. Если сумма не совпадает, значит, в вычислениях или в записи формулы допущена ошибка.

Шаги решения

Последовательность решения задач на пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике



Самопроверка

Проверь себя по трём коротким вопросам. Они помогают быстро понять, запомнил ли ты обозначения, формулы и связь между высотой, гипотенузой и подобием треугольников.

Если ответы получились без подсказок, значит, тема усвоена. Ошибки в этих пунктах показывают, что нужно ещё раз повторить обозначения и соответствие сторон.

Вопрос	Что вспомнить
Гипотенуза?	Напротив 90°
Формула AD?	AC^2 / AB
Подобный треугольник?	ACD и CBD

Зачем это нужно

Быстрый расчёт

Высота к гипотенузе делит исходный треугольник на части, которые связаны одинаковыми отношениями сторон. Поэтому задачу можно решать не перебором, а через одну точную пропорцию.

Удобная проверка

Формулы помогают находить отрезки без долгих построений. Если известны два элемента, остальные часто вычисляются почти сразу, а ответ удобно проверять по сумме частей гипотенузы.

Полезный навык

Тема встречается в геометрических задачах, чертежах и простых практических ситуациях. Она учит видеть скрытые связи между длинами и использовать их экономно и аккуратно.

Пропорции, которые работают всегда

В прямоугольном треугольнике одна высота запускает цепочку пропорций и помогает увидеть скрытые связи между сторонами. Если помнить схему «подобие — пропорция — формула», задачи решаются быстро и уверенно.