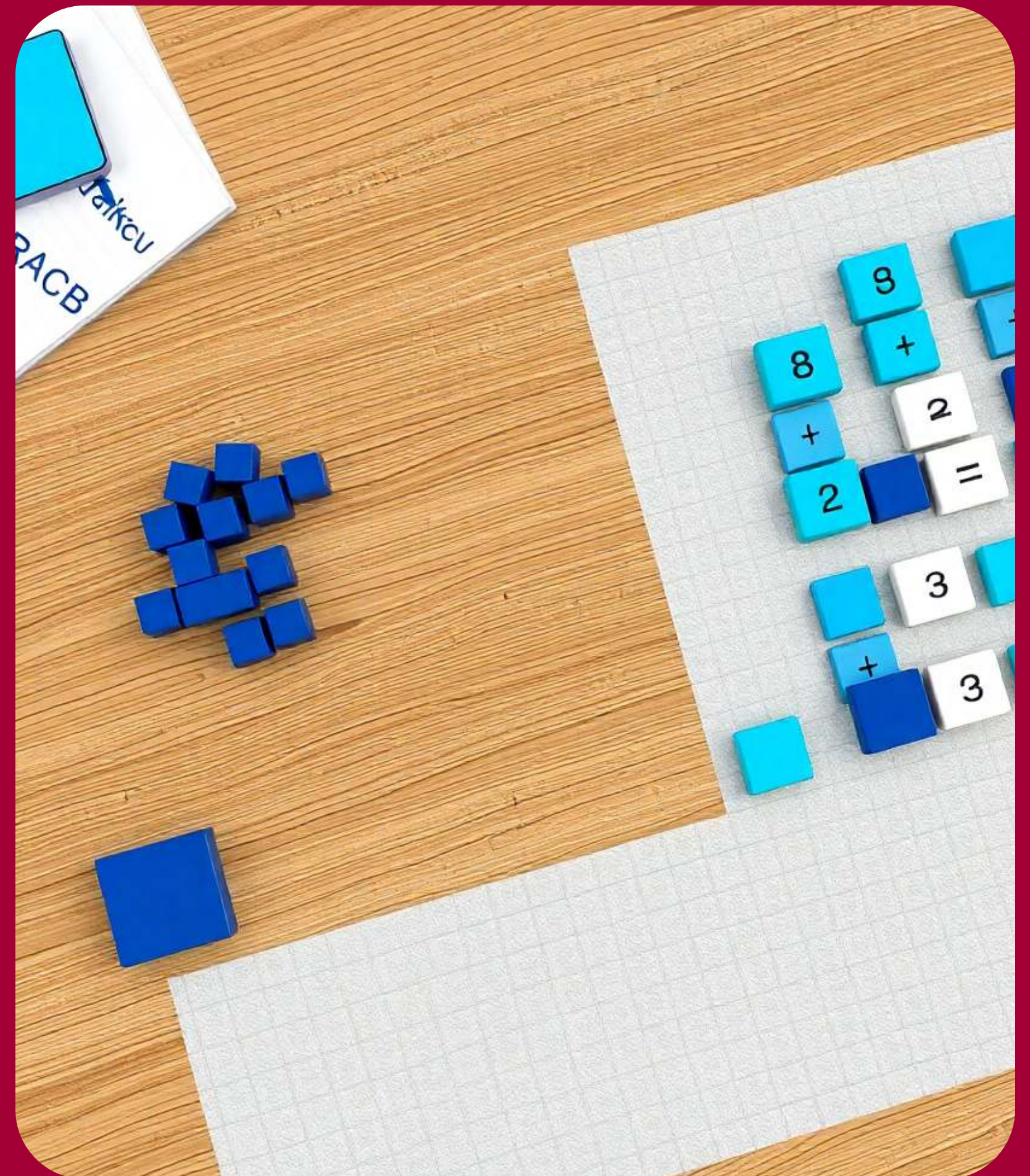


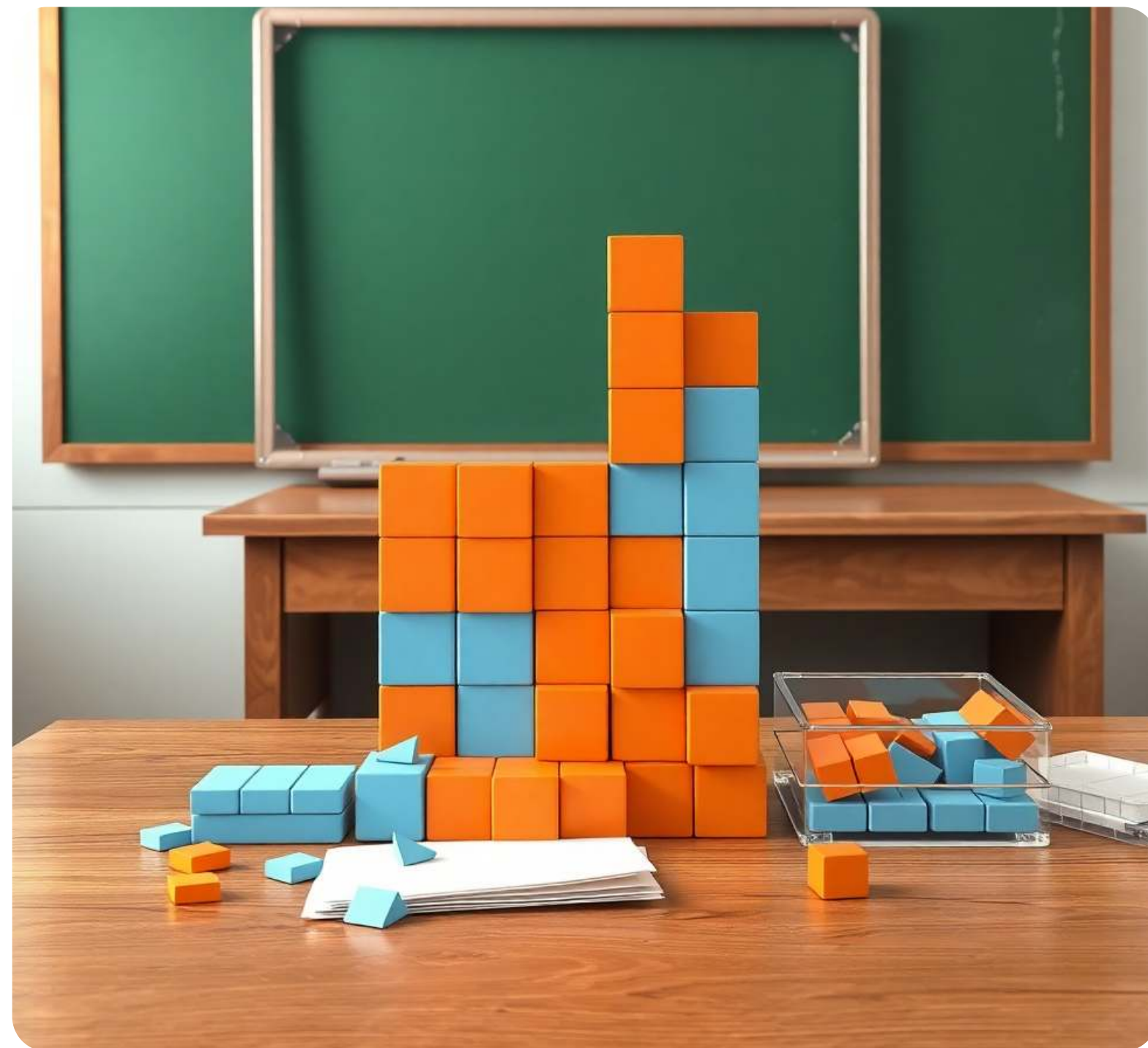
Преобразование произведения одночлена и многочлена

Учимся раскрывать скобки
и упрощать выражения.



Где применяется раскрытие скобок

Это преобразование помогает в упрощении выражений, решении уравнений и переходе от записи со скобками к более короткому многочлену по правилу $a(b+c)=ab+ac$ и $a(b-c)=ab-ac$.



Одночлен и многочлен

Одночлен

Одночлен состоит из числового коэффициента, букв и степеней. Например, 5×2 , $-3ab$ или $7m$ — это одночлены, потому что в них нет знаков сложения и вычитания между частями.

Многочлен

Многочлен — это сумма или разность нескольких одночленов. Примеры: $x+7$, $2a-3b+5$, $4y-1$. Такие выражения часто записывают в скобках перед умножением.

Смысл скобок

Скобки показывают, что одночлен должен умножаться на каждый член многочлена отдельно. Именно поэтому важно сначала распознать, что стоит перед скобками, а что находится внутри них.

Распределительное свойство умножения

01

Умножаем по частям

При умножении одночлена на многочлен каждый член в скобках умножается отдельно. Так выражение $2(x+3)$ превращается в $2x+6$, потому что 2 умножается и на x , и на 3.

02

Следим за знаком

Если одночлен отрицательный, знак результата тоже нужно учитывать. Например, $-4a(a-2)$ даёт $-4a^2+8a$, потому что минус умножается на каждый член в скобках.

03

Запоминаем правило

Главная идея проста: один множитель распределяется на все слагаемые внутри скобок. Поэтому раскрытие скобок всегда выполняют поэтапно, не пропуская ни одного члена.



Алгоритм раскрытия скобок

Последовательность шагов при преобразовании произведения одночлена и многочлена



Примеры раскрытия скобок

Выражение	Первый шаг	Результат
$3(x+5)$	$3x$ и 15	$3x+15$
$-2(a-4)$	$-2a$ и 8	$-2a+8$
$4m(2m+1)$	$8 m^2$ и $4 m$	$8m^2+4m$

В таблице показано, как одночлен умножается на каждый член многочлена и как получается упрощённая запись.

Коэффициенты перемножаются как числа, а буквенная часть записывается по правилам умножения степеней.

Примеры по теме алгебры 7 класса

Как перемножаются коэффициенты и буквы



Коэффициенты отдельно

Числовые множители сначала перемножают как обычные числа. Например, $6 \cdot (-2) = -12$, а затем к числу добавляют буквенную часть без лишних знаков.



Одинаковые буквы

Если буквы одинаковые, их степени складываются: $x \cdot x = x^2$, $m \cdot m \cdot m = m^3$. Это помогает быстро записывать результат короче и аккуратнее.



Разные буквы рядом

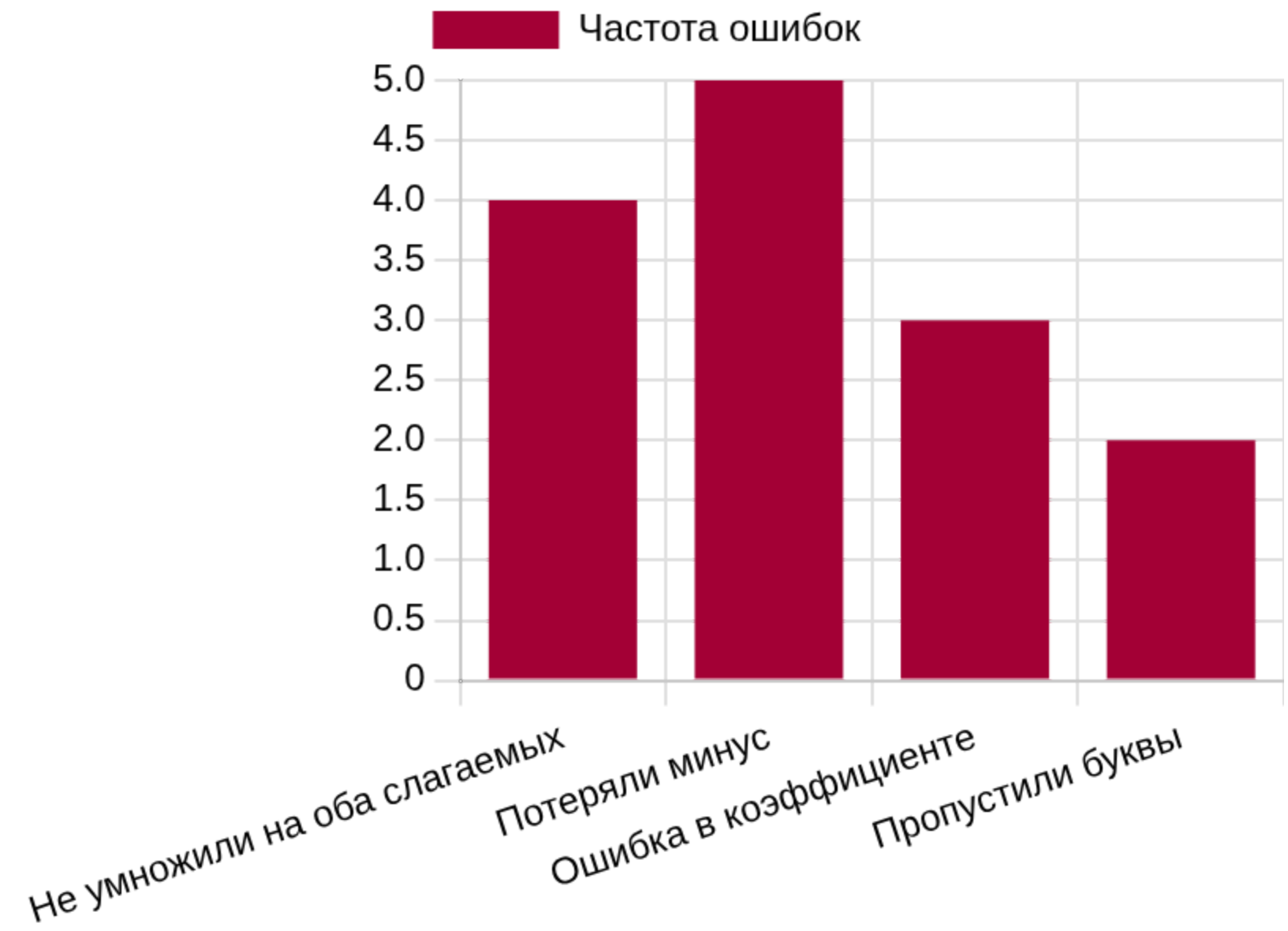
Если буквы разные, их записывают рядом: $a \cdot b = ab$. Когда в одночлене несколько букв, знак умножения обычно не пишут, чтобы запись была компактной.

Частые ошибки при раскрытии скобок

Ошибки чаще возникают, когда решение записывают слишком быстро и не проверяют каждый член многочлена отдельно.

Самая рискованная ошибка связана с минусом перед скобками: он влияет на все слагаемые внутри.

Учебные типичные ошибки по теме, без статистической выборки



Если одночлен положительный

01

Знаки сохраняются

Когда перед скобками стоит положительный одночлен, знаки внутри многочлена не меняются. Каждый член просто умножается на этот одночлен, поэтому результат сохраняет исходную направленность знаков.

02

Простой пример

В выражении $5x(x+2)$ получаем $5x^2+10x$. Сначала умножаем $5x$ на x , затем $5x$ на 2 . Все действия выполняются отдельно и без изменения знака.

03

Ещё один случай

В записи $3a(2a+1)$ получается $6a^2+3a$. Положительный множитель действует спокойно: он не меняет знаки, а только увеличивает каждый член многочлена.

Если одночлен отрицательный

○ Минус влияет на всё

Если одночлен отрицательный, знак каждого полученного члена меняется на противоположный. Поэтому минус перед скобками нельзя относить только к первому слагаемому — он действует на все выражение.

○ Что запомнить

Самая частая ошибка — забыть, что минус меняет знаки у всех слагаемых. Если внимательно проверять каждый шаг, преобразование получится без ошибок и будет легко проверяться.

○ Проверяем на примерах

В выражении $-2y(y-3)$ получаем $-2y^2+6y$, а в $-4m(2-m)$ — $-8m+4m^2$. В обоих случаях важно отдельно умножать на каждый член в скобках.

Сравнение положительного и отрицательного одночлена

Вид	Знаки	Пример	Результат
Положительный	+ сохраняется	$3(x-4)$	$3x-12$
Отрицательный	— меняется	$-3(x-4)$	$-3x+12$

Сравнение показывает, как знак одночлена влияет на результат при раскрытии скобок.

Знак результата определяется знаком одночлена перед скобками: при положительном он сохраняется, при отрицательном меняется у каждого члена многочлена.

Правило раскрытия скобок по распределительному свойству умножения; примеры из темы урока

Пошаговое раскрытие на одном примере

01

Умножаем первый член

Сначала одночлен $2a$ умножают на первый член скобок $3a$. Получается $6a^2$, потому что перемножаются коэффициенты и одинаковые буквенные множители.

02

Умножаем второй член

Затем $2a$ умножают на -5 . Коэффициент даёт -10 , а буква a остаётся, поэтому получается $-10a$. Минус сохраняется в результате.

03

Записываем итог

Оба произведения соединяют в один многочлен: $2a(3a-5)=6a^2-10a$. Такая запись показывает, что скобки раскрыты полностью и выражение уже упрощено.



Приведение подобных слагаемых

Сравнение частей

Затем проверяют, совпадают ли буквенные множители. Если буквенная часть одинакова, такие слагаемые можно объединить в одно.

После раскрытия

Сначала получают несколько одночленов без скобок. Среди них могут оказаться выражения с одинаковой буквенной частью, например $3x$ и $2x$.

Упрощённый результат

Коэффициенты складывают или вычитают, а буквы оставляют без изменений. Так выражение становится короче, например $7a^2 - 4a^2 = 3a^2$.

Когда нужно приводить подобные слагаемые

Схема показывает последовательность действий после раскрытия скобок при умножении одночлена на многочлен.

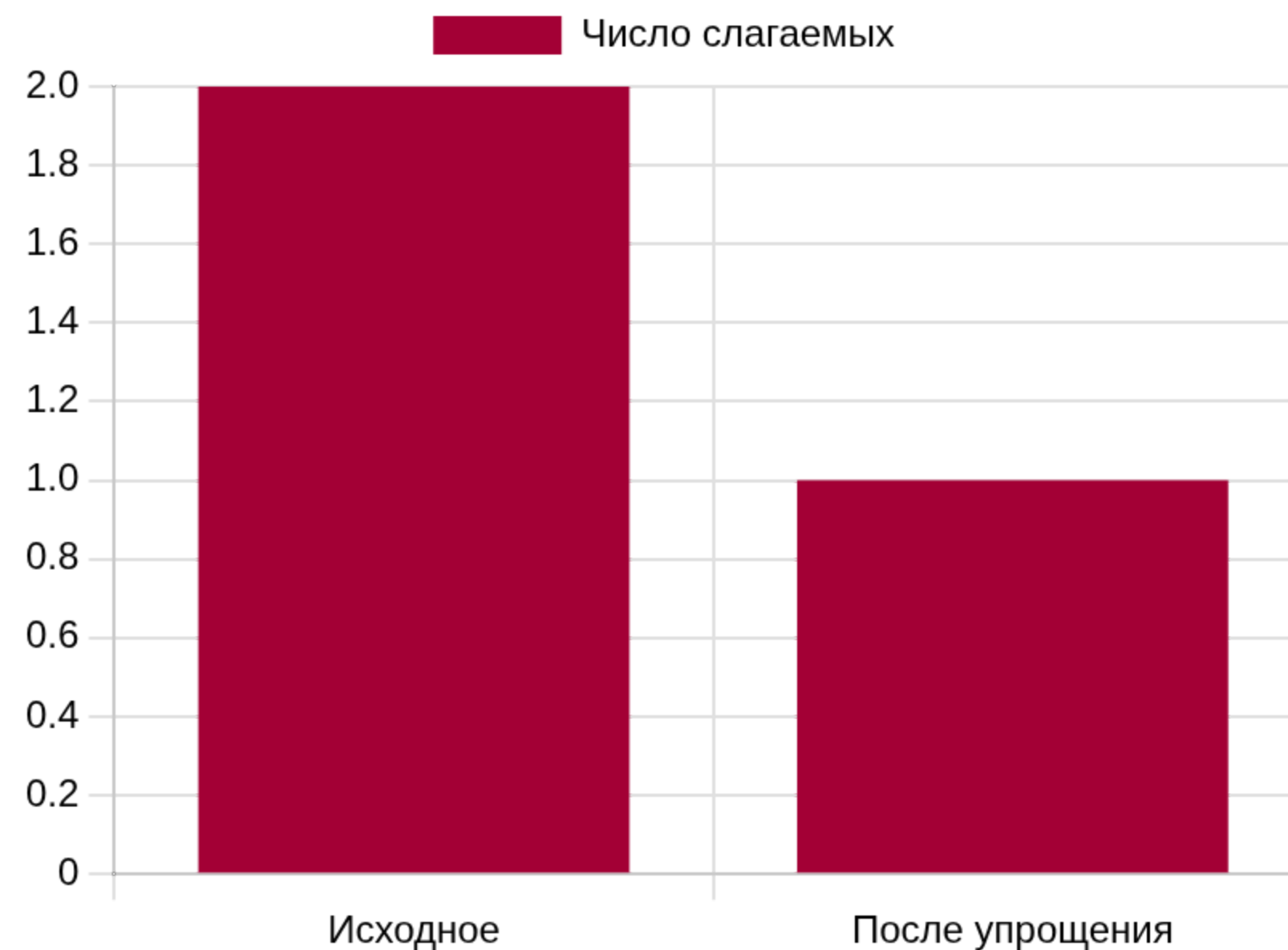


Как меняется запись после упрощения

На примере видно, что после раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых выражение становится короче и удобнее для дальнейших вычислений.

Упрощение уменьшает число слагаемых и делает запись более компактной, не меняя смысл выражения.

Пример из темы урока: $2(x+3)+x \rightarrow 3x+6$

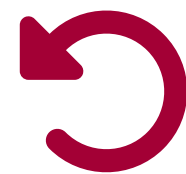


Проверка правильности преобразования



Подстановка значения

Подставьте одно и то же число вместо буквы в исходное и полученное выражение. Если значения совпадают, преобразование выполнено верно.



Обратное действие

Можно раскрыть скобки в обратном направлении и сравнить исходную запись с полученной. Это помогает заметить ошибку в знаке или коэффициенте.



Поиск ошибки

Проверка особенно полезна, когда есть минус перед скобками или несколько одинаковых букв. Она быстро показывает, где был потерян знак или степень.

Типичные задания из 7 класса

Выражение	Результат
$4(x+7)$	$4x+28$
$-3a(2a-1)$	$-6a^2+3a$
$5m(m-4)$	$5m^2-20m$

Примеры показывают, как одно и то же правило работает в разных выражениях.

Во всех примерах применяется одно правило: каждый член многочлена умножается на одночлен отдельно, после чего запись упрощается.

Типовые задания по теме раскрытия скобок в 7 классе

Связь с уравнениями и задачами

01

Решение уравнений

Раскрытие скобок часто нужно, чтобы упростить уравнение и перейти к привычному виду. Например, $2(x+5)=18$ превращается в $2x+10=18$, после чего решение становится понятнее.

02

Геометрические задачи

В задачах на периметр и площадь нередко встречаются выражения со скобками. Их раскрывают перед вычислениями, чтобы получить удобную формулу и избежать лишних ошибок.

03

Работа с формулами

При упрощении формул раскрытие скобок помогает заменить длинную запись более короткой. Это ускоряет вычисления и делает преобразования прозрачными на каждом шаге.

Минимальный набор правил для запоминания

Правило без пропусков

Сначала умножают одночлен на каждый член многочлена, а не только на первый. Это главное условие, которое нельзя нарушать при раскрытии скобок. На карточке удобно показать пример $2(x+3)$, где оба слагаемых получают свой множитель.



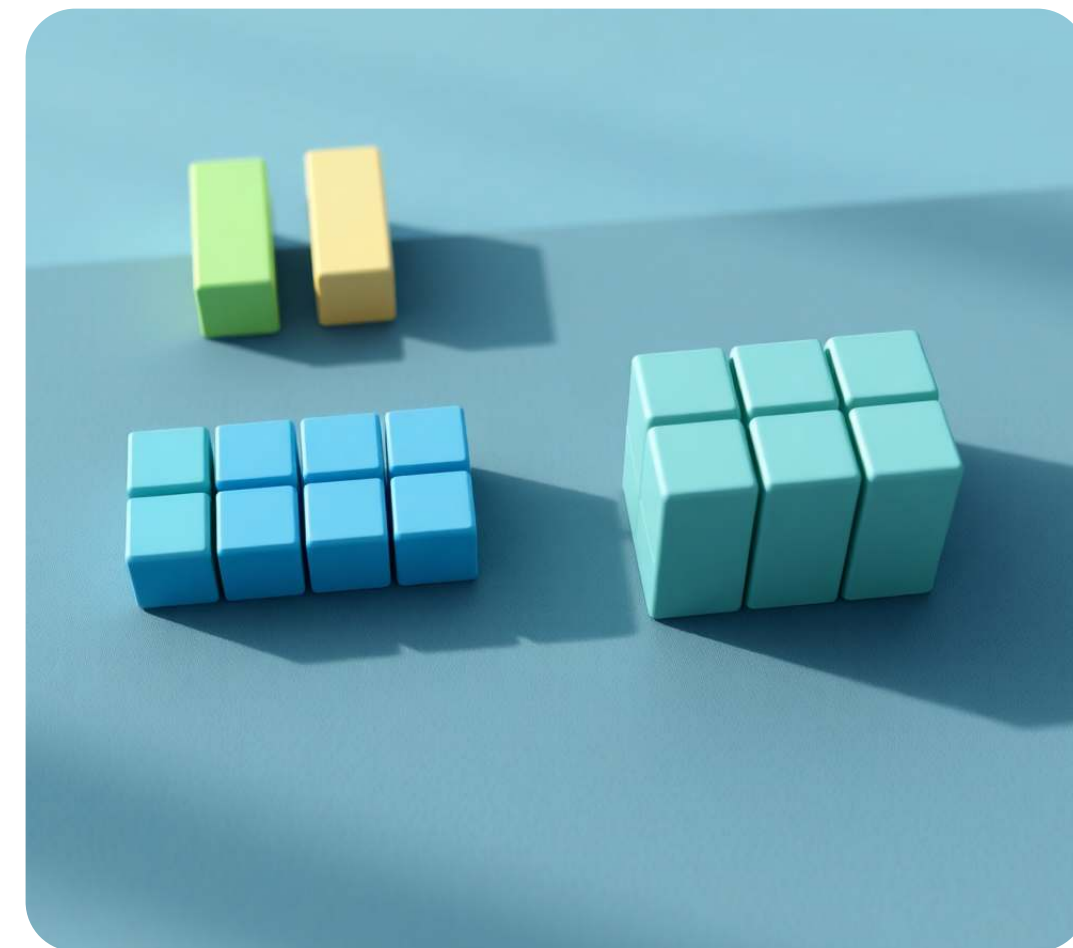
Знак важен всегда

Перед скобками нужно внимательно смотреть на знак одночлена. Если он отрицательный, знак каждого результата меняется, как в записи $-a(a-1)$ или $-2(y-4)$. Именно здесь чаще всего допускают ошибки.



После умножения — проверка

Когда скобки раскрыты, стоит посмотреть, не появились ли подобные слагаемые. Тогда выражение можно сократить, например $3x+2x$. Такой шаг делает результат короче и удобнее для дальнейшей работы.



Тема освоена — пора применять правило

Раскрытие скобок при умножении одночлена на многочлен опирается на распределительное свойство. Если помнить про знаки, коэффициенты, буквы и подобные слагаемые, преобразования становятся быстрыми и аккуратными.