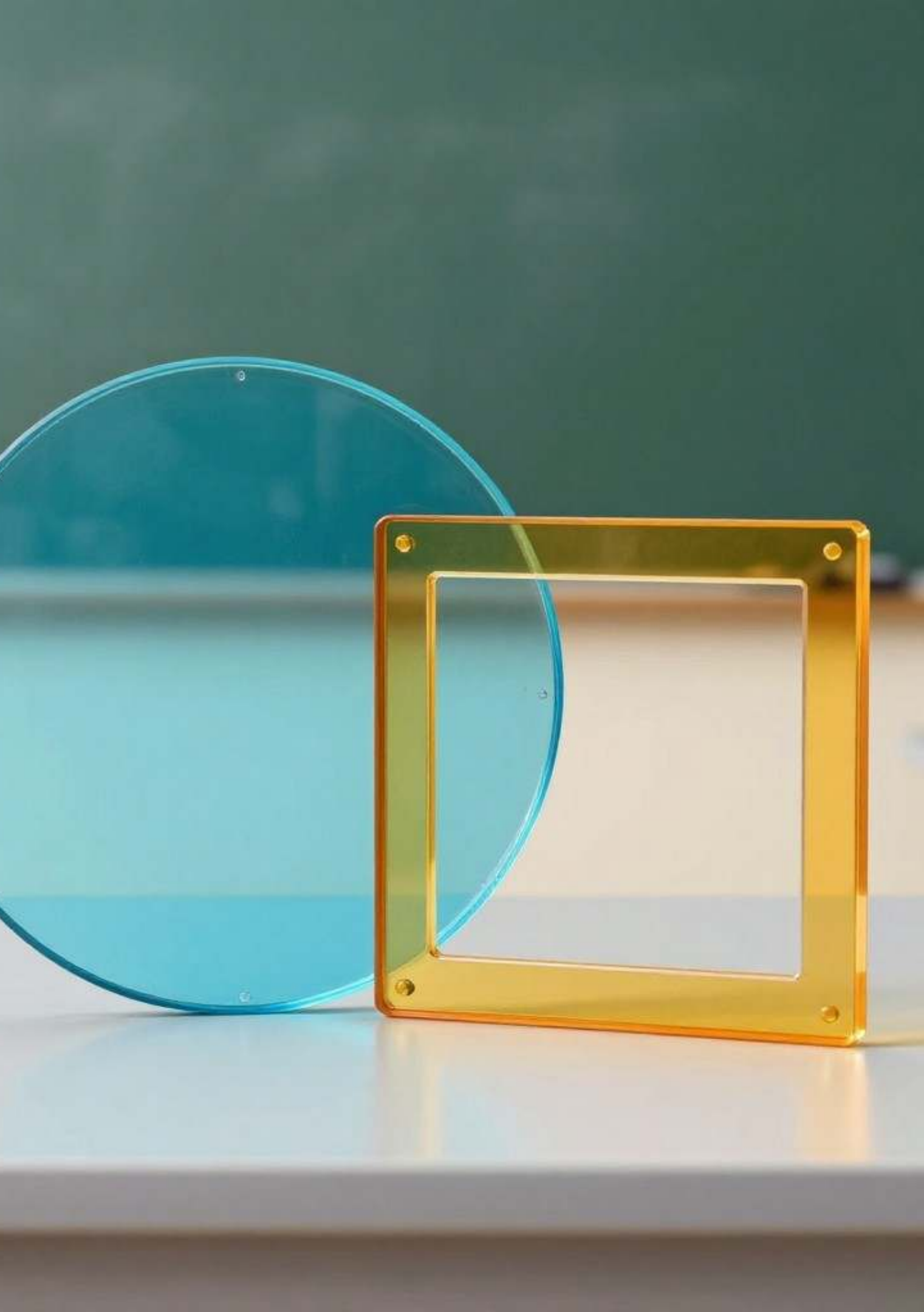
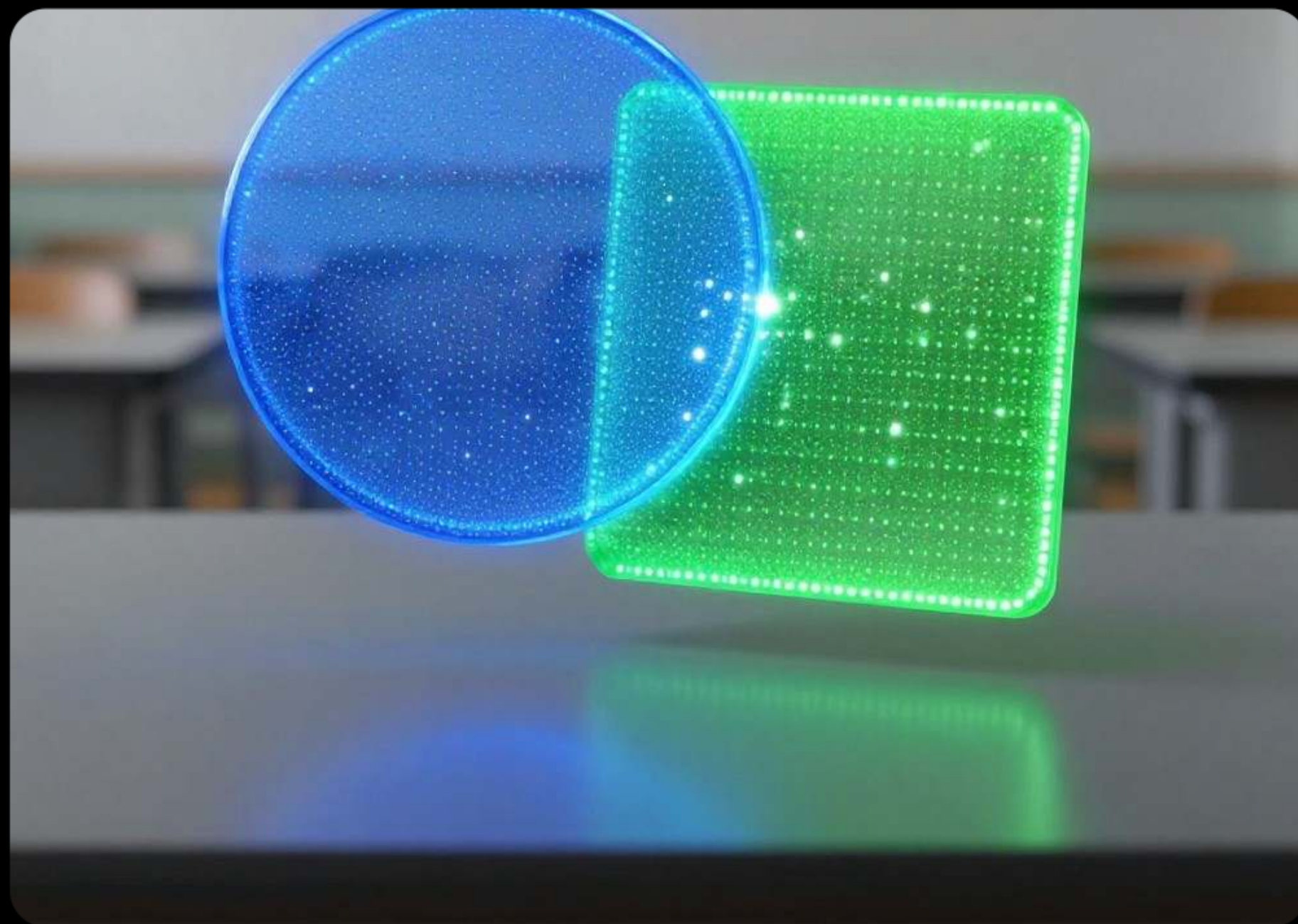




# + Пересечение и объединение фигур в геометрии

Общая часть и все точки фигур: разберём  
на простых примерах.

# Фигуры как множества точек



В геометрии фигуру удобно рассматривать как набор точек на плоскости. Тогда пересечение показывает общие точки, а объединение — все точки хотя бы одной фигуры. Это помогает сравнивать фигуры и их области.

# Что называют пересечением фигур



## Общая часть

- Пересечение фигур — это только те точки, которые принадлежат всем данным фигурам одновременно. Если фигуры накладываются, именно эта область и считается их пересечением.

## Отрезки

- У двух отрезков пересечение может быть одной точкой, целым общим участком или вообще отсутствовать. Всё зависит от того, как отрезки расположены на прямой.

## Круги

- У пересекающихся кругов общая часть часто выглядит как линза. Она образуется там, где внутренние точки обоих кругов совпадают и лежат внутри их границ.

## Многоугольники

- У многоугольников пересечение — это часть плоскости, которая одновременно находится внутри обоих контуров. Иногда в эту область входят и совпавшие участки сторон.

# Что называют объединением фигур

## 01.

### **Собираем все точки**

Объединение включает все точки первой фигуры, второй фигуры или обеих сразу. Ничего не теряется: в результат попадает вся площадь, принадлежащая хотя бы одной фигуре.

## 02.

### **Общая часть считается один раз**

Если фигуры перекрываются, их общая область не добавляется дважды. Она входит в объединение как единая часть, потому что речь идёт о множестве точек, а не о счёте фигур.

## 03.

### **Результат шире каждой фигуры**

Объединение всегда содержит не меньше точек, чем любая из фигур по отдельности. Поэтому оно удобно, когда нужно описать общую форму из нескольких частей.

# Пересечение и объединение: основное сравнение

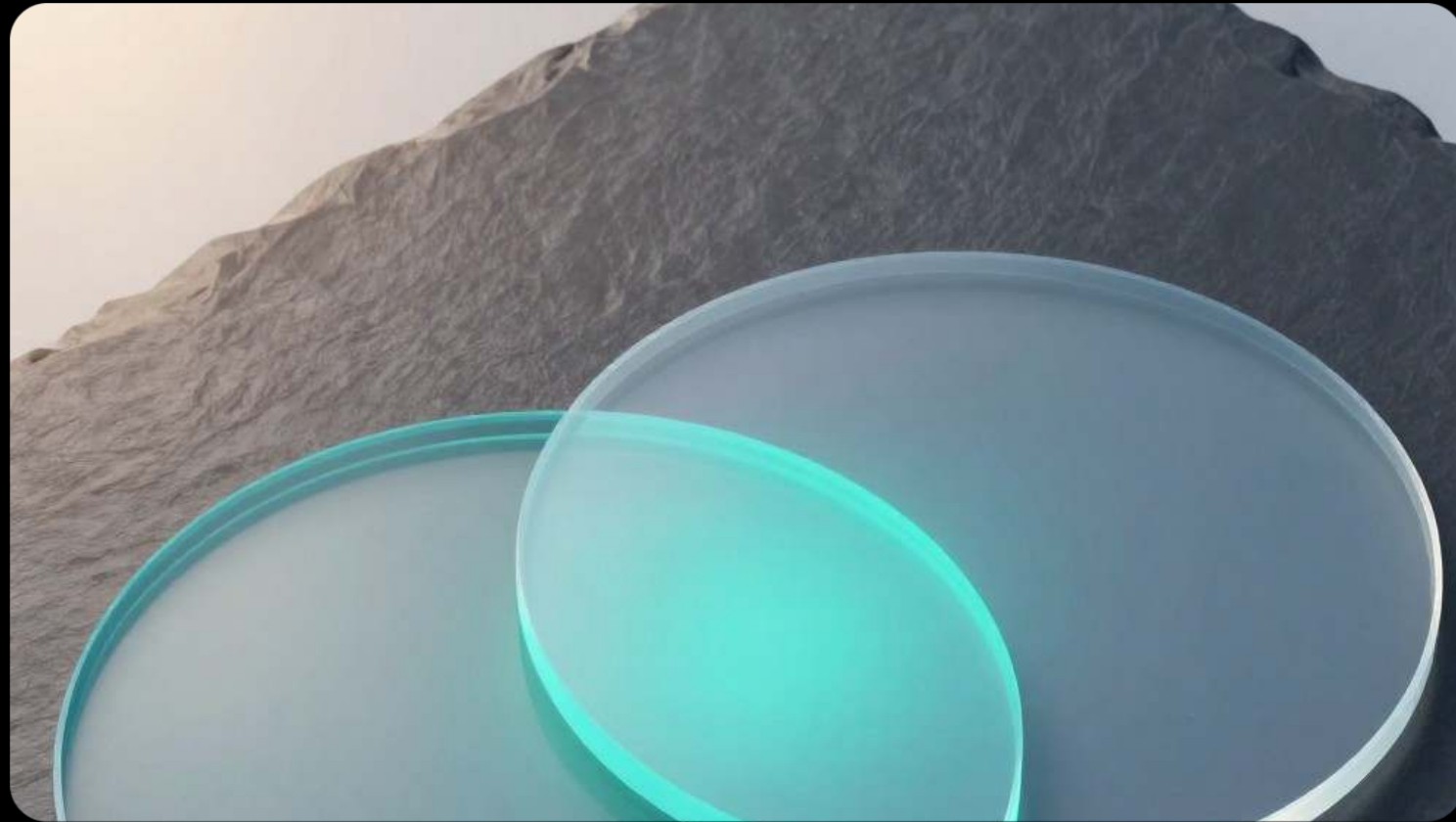
| Операция    | Что входит   | Пример        | Результат |
|-------------|--------------|---------------|-----------|
| Пересечение | Общие точки  | Общий участок | Уже       |
| Объединение | Все точки    | Два круга     | Шире      |
| Сравнение   | По положению | Сдвиг фигур   | Зависит   |

Сравнение показывает, чем отличаются две операции над фигурами и как меняется результат.

Пересечение выделяет только совпадающую часть, а объединение собирает всю область без повторного счёта.

Школьный курс геометрии и теории множеств

# Два круга с общей областью



## Когда круги накладываются

Если два круга частично перекрывают друг друга, между их дугами появляется общая область. Именно она является пересечением. На рисунке её удобно выделять цветом, чтобы сразу видеть общую часть.



## Один рисунок — две операции

Те же два круга можно рассмотреть и как объединение. Тогда в ответ входит вся площадь обоих кругов, включая общую часть. Такой пример хорошо показывает разницу между общей и полной областью.

# Как находят пересечение двух фигур

Алгоритм для работы с чертежом и общими точками фигур.

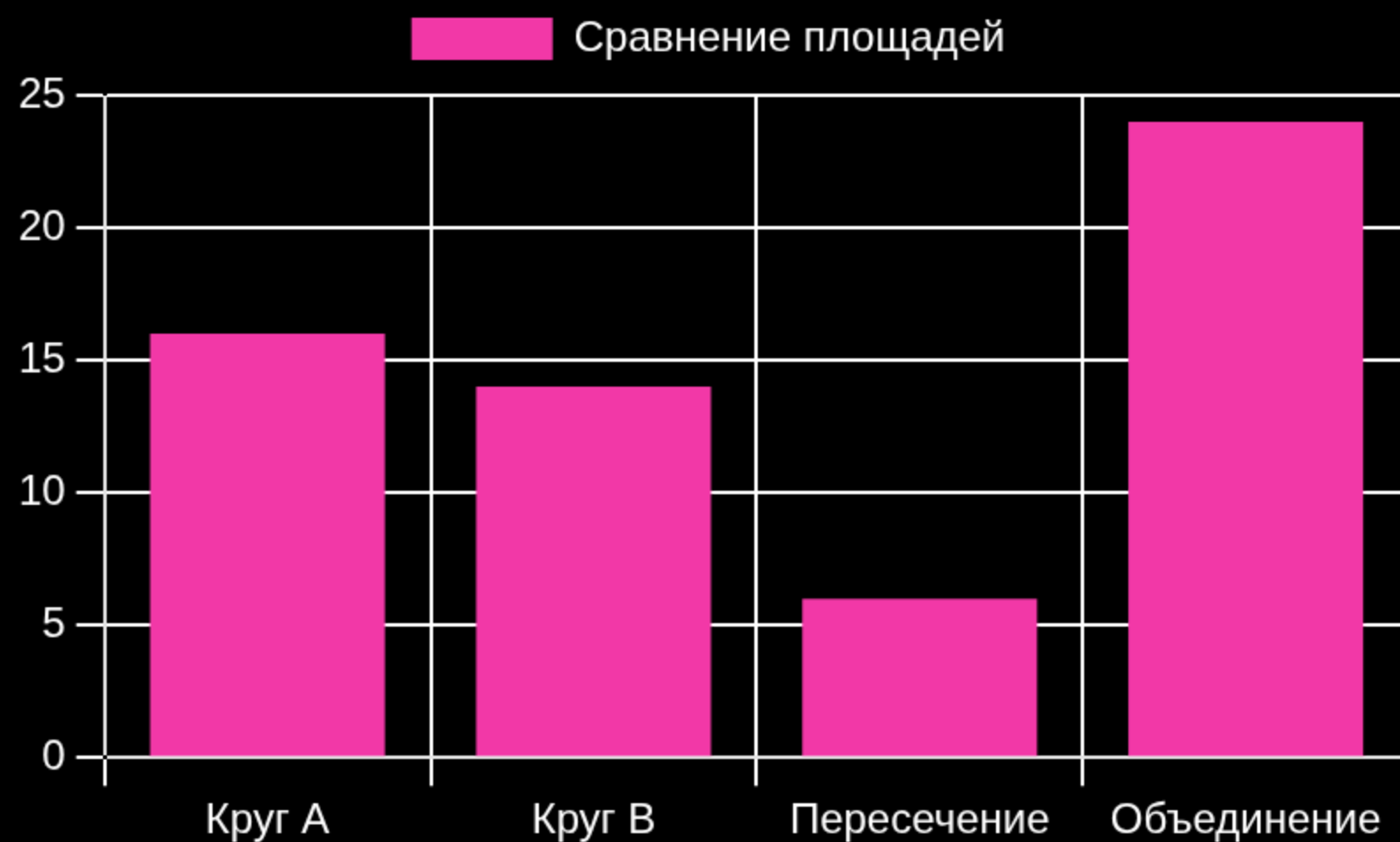


# Как находят объединение двух фигур

Последовательность действий при сложении областей без повторного счёта.



# Площади двух кругов, пересечения и объединения

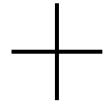


Пример показывает: общая часть уменьшает итоговую площадь объединения по сравнению с простой суммой.

Площадь объединения всегда учитывает пересечение один раз, поэтому она меньше суммы площадей двух кругов.

---

Иллюстративный пример по формуле  $S(A \cup B) = S(A) + S(B) - S(A \cap B)$



Если фигуры не соприкасаются,  
их пересечение пусто. Объединение при этом  
всё равно существует и включает обе фигуры  
целиком.

0

---

общих точек у фигур нет

Школьный курс геометрии

# Пересечение отрезков и лучей

01.

Одинаковая часть

Если два отрезка имеют общие точки, их пересечение может быть одной точкой или целым участком. В ответе выделяют только ту часть, которая принадлежит обоим отрезкам одновременно.

02.

Один внутри другого

Когда один отрезок целиком лежит на другом, пересечение совпадает с меньшим отрезком. В этом случае общая часть не сокращается и включает все его точки.

03.

Без общих точек

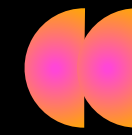
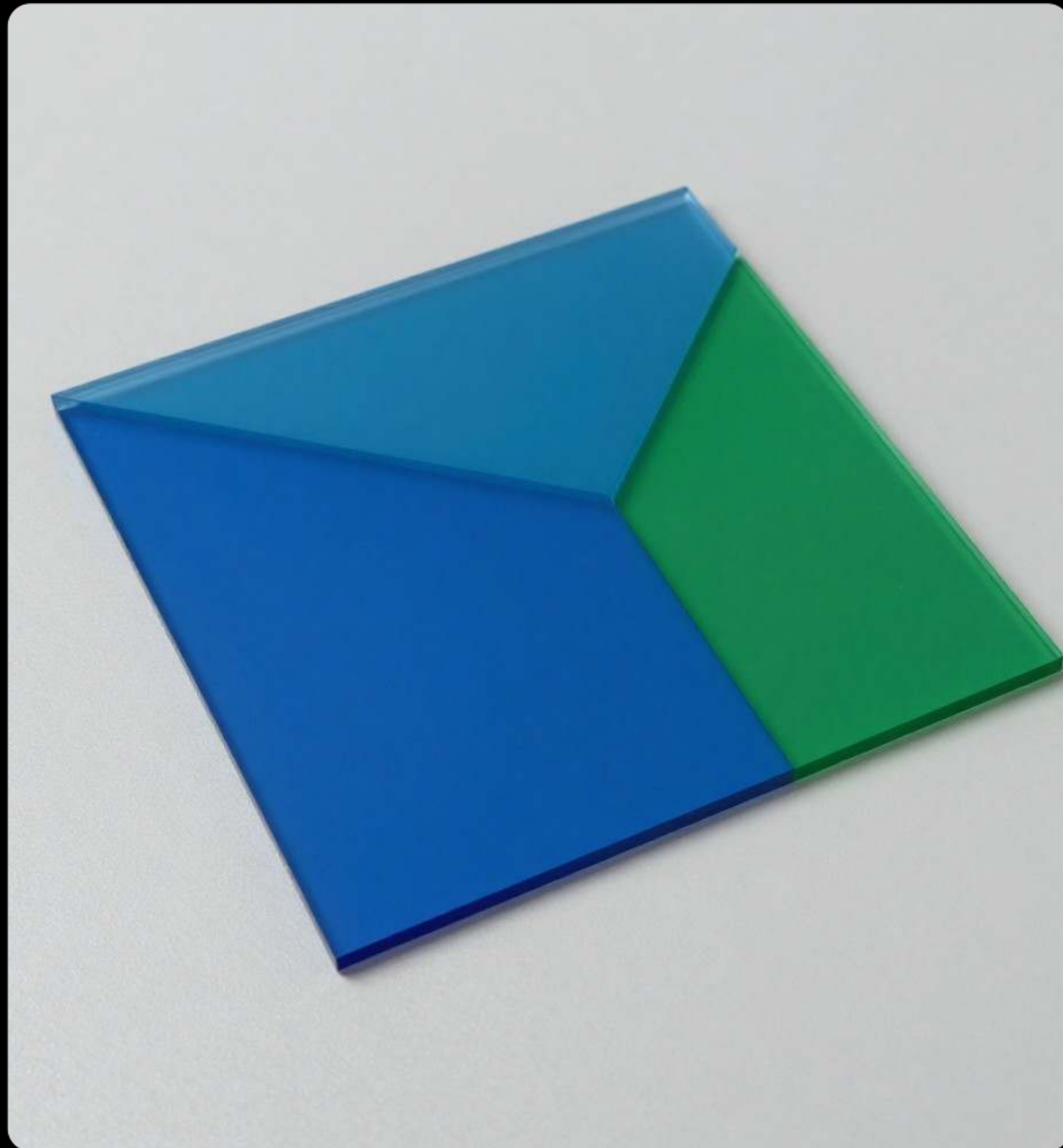
Если отрезки расположены на разных участках прямой и не соприкасаются, пересечение отсутствует. Тогда говорят, что оно является пустым множеством, то есть общих точек нет.

04.

Лучи и направление

У лучей результат зависит от направления: они могут совпасть частично, дать новый луч, общий отрезок или совсем не иметь общих точек, если направлены в разные стороны.

# Пересечение многоугольников



## Общая внутренняя область

У многоугольников пересечение обычно выглядит как часть плоскости, которая лежит внутри обоих контуров одновременно. Его граница может состоять из отрезков сторон и новых углов.



## Разная форма результата

В зависимости от положения фигур общая область может быть четырёхугольником, пятиугольником или более сложным многоугольником. Иногда пересечение получается совсем маленьким, но всё равно остаётся фигурой.



## Совпадающие стороны

Если у многоугольников совпадают отдельные стороны или их части, эти участки тоже входят в пересечение. Поэтому в ответе учитывают и внутренние точки, и общие границы.

# Типичные случаи пересечения и объединения

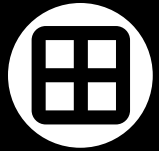
- Таблица показывает, как меняется результат в зависимости от положения фигур. Для одних фигур общая часть большая, для других пересечение отсутствует совсем.
- Пересечение может быть разным по размеру, а объединение всегда охватывает все точки обеих фигур. Итог зависит от взаимного расположения фигур на плоскости.

---

Школьные определения из геометрии и теории множеств.

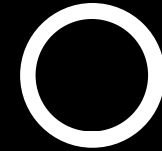
| Фигуры          | Пересечение   | Объединение      | Приме         |
|-----------------|---------------|------------------|---------------|
| Круги           | линза         | все точки        | два<br>круга  |
| Отрезки         | точка/участок | более<br>длинный | два<br>отрезк |
| Не пересекаются | пусто         | обе фигуры       | два<br>квадра |

# Граница и внутренняя область фигуры



## Граница

Граница состоит из линий, дуг и вершин, которые ограничивают фигуру. В пересечении могут оказаться только границы, если фигуры касаются друг друга или частично совпадают.



## Внутренняя область

Внутренние точки находятся строго внутри фигуры, не попадая на её край. При пересечении именно такие точки часто образуют основную общую часть двух фигур.



## Смешанный результат

Иногда пересечение включает и внутренние точки, и кусочки границы. Это особенно заметно у многоугольников и кругов, когда фигуры накладываются не полностью.



## Объединение без потерь

Объединение сохраняет все точки обеих фигур, включая совпадающие участки. Общая граница не исчезает, а входит в состав объединённой фигуры только один раз.

# Четыре основных случая расположения фигур



- Чем больше общих точек, тем крупнее пересечение. Однако форма объединения при этом остаётся разной и зависит от того, как именно расположены фигуры.
- Наибольшая общая область появляется при вложении фигур. При касании пересечение минимально, а при отсутствии общих точек оно равно нулю.

---

Схематические учебные случаи из школьной геометрии.

# Обозначения операций в записи



## Знак пересечения

- Пересечение обозначают символом  $\cap$ . Запись  $A \cap B$  читают как «А пересекается с В» и понимают как все точки, общие для обеих фигур.

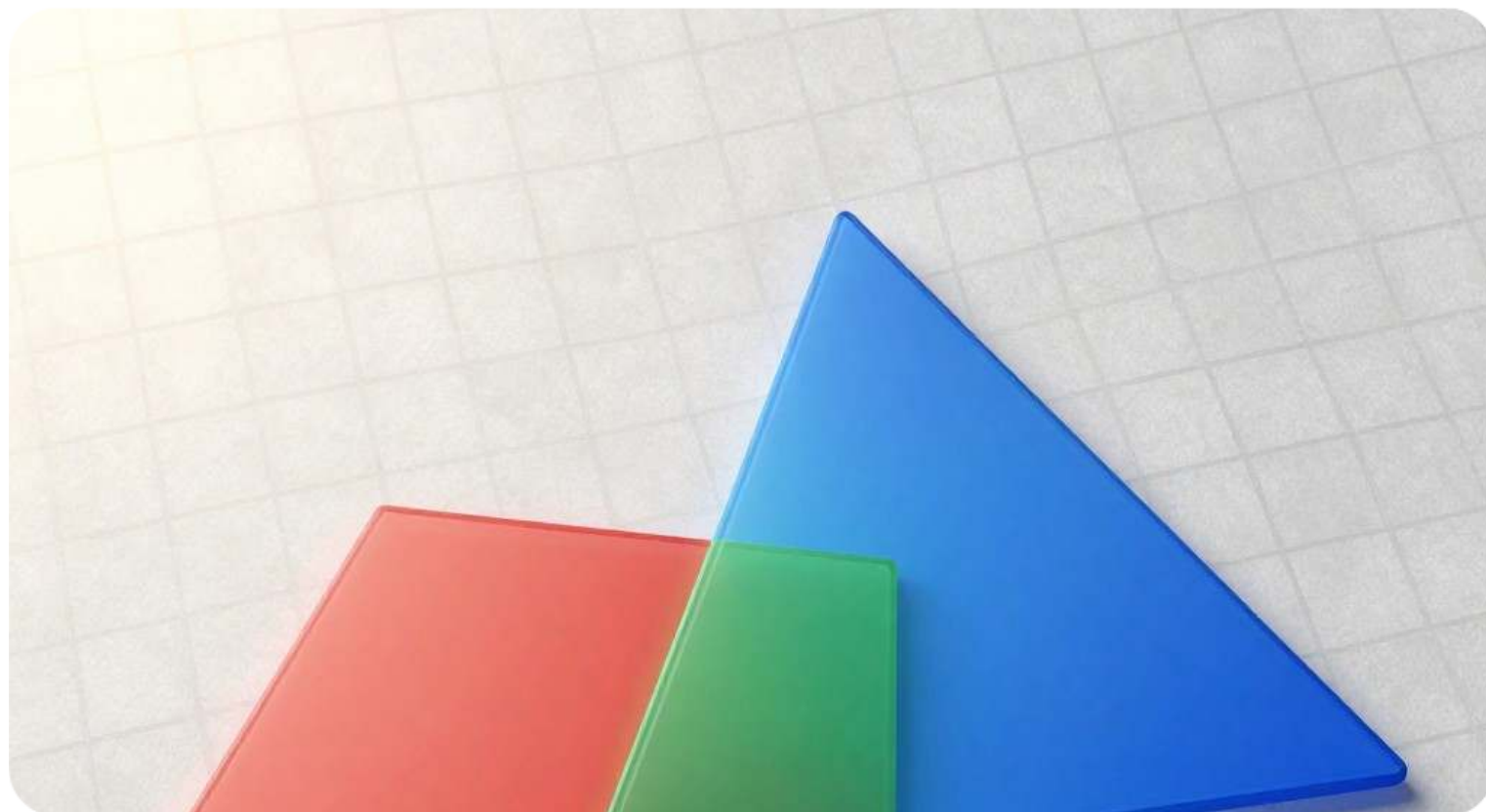
## Знак объединения

- Объединение записывают знаком  $\cup$ . Выражение  $A \cup B$  означает все точки, которые принадлежат фигуре А, фигуре В или сразу обеим.

## Зачем нужны символы

- Эти обозначения помогают коротко записывать свойства фигур, не перегружая чертёж словами. Такие знаки встречаются не только в геометрии, но и в алгебре, логике и теории множеств.

# Пример на клетчатой бумаге



- **Две фигуры на сетке**

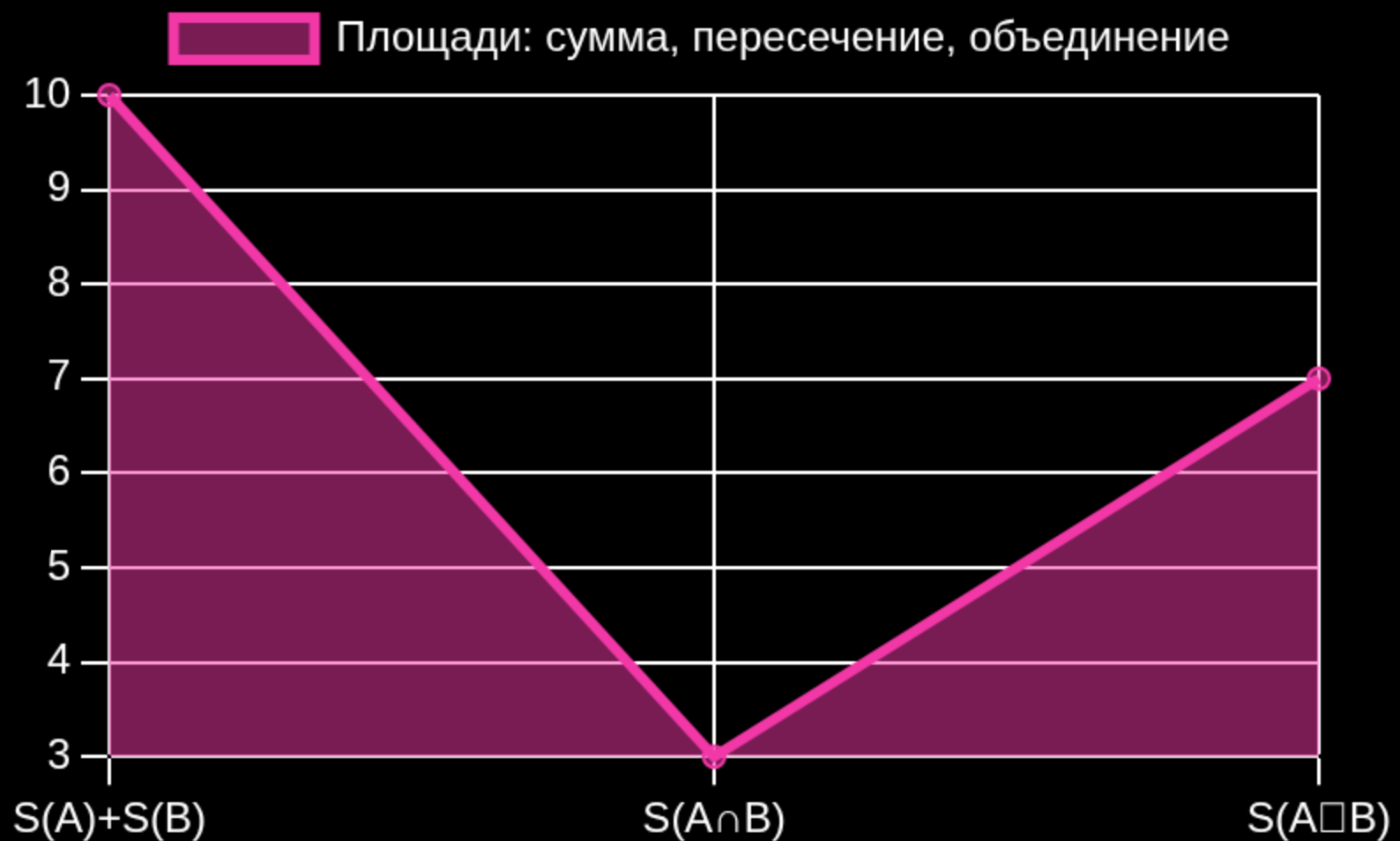
На клетчатой бумаге легко заметить, где проходят стороны фигур и какие клетки входят в их общую часть. Если два многоугольника накладываются, общую область удобно выделить цветом. Так становится понятно, какие точки принадлежат сразу обеим фигурам.



- **Проверка по клеткам**

Сетка помогает считать клетки внутри фигуры и сравнивать площади отдельных частей. Когда общая область выделена отдельно, легче проверить решение задачи и не перепутать пересечение с объединением. Такой способ особенно полезен для чертежей с прямыми сторонами.

# Почему площадь объединения не равна простой сумме



Если сложить площади двух фигур, общая часть учитывается дважды. Поэтому

- из суммы нужно вычесть площадь пересечения, чтобы получить правильный результат.

Формула объединения исправляет повторный счёт общей области. Чем

- больше пересечение, тем сильнее отличается площадь объединения от простой суммы.

---

Учебная формула из школьного курса геометрии; схема без привязки к конкретным измерениям.

# Где встречаются пересечение и объединение фигур



## Чертежи

При построении фигур на чертеже удобно выделять общую часть и составные области. Это помогает аккуратно читать рисунок и не терять важные точки.



## Карты и схемы

На картах пересечение используется для сравнения зон, а объединение — для показа общей территории. Такие задачи помогают понимать, какие области совпадают, а какие нужно сложить.



## Задачи на площадь

В вычислениях площади нужно учитывать общие части фигур, чтобы не считать их дважды. Это особенно важно в задачах с кругами, отрезками и многоугольниками.



## Составные фигуры

При работе с составными контурами пересечение помогает находить общую область, а объединение — строить целую фигуру. Так удобнее анализировать сложные рисунки и проверять ответ.

# Тема стала понятнее



Пересечение показывает общую часть фигур, а объединение собирает все их точки вместе. Эти операции помогают точно читать чертежи, сравнивать области и решать задачи с площадями.