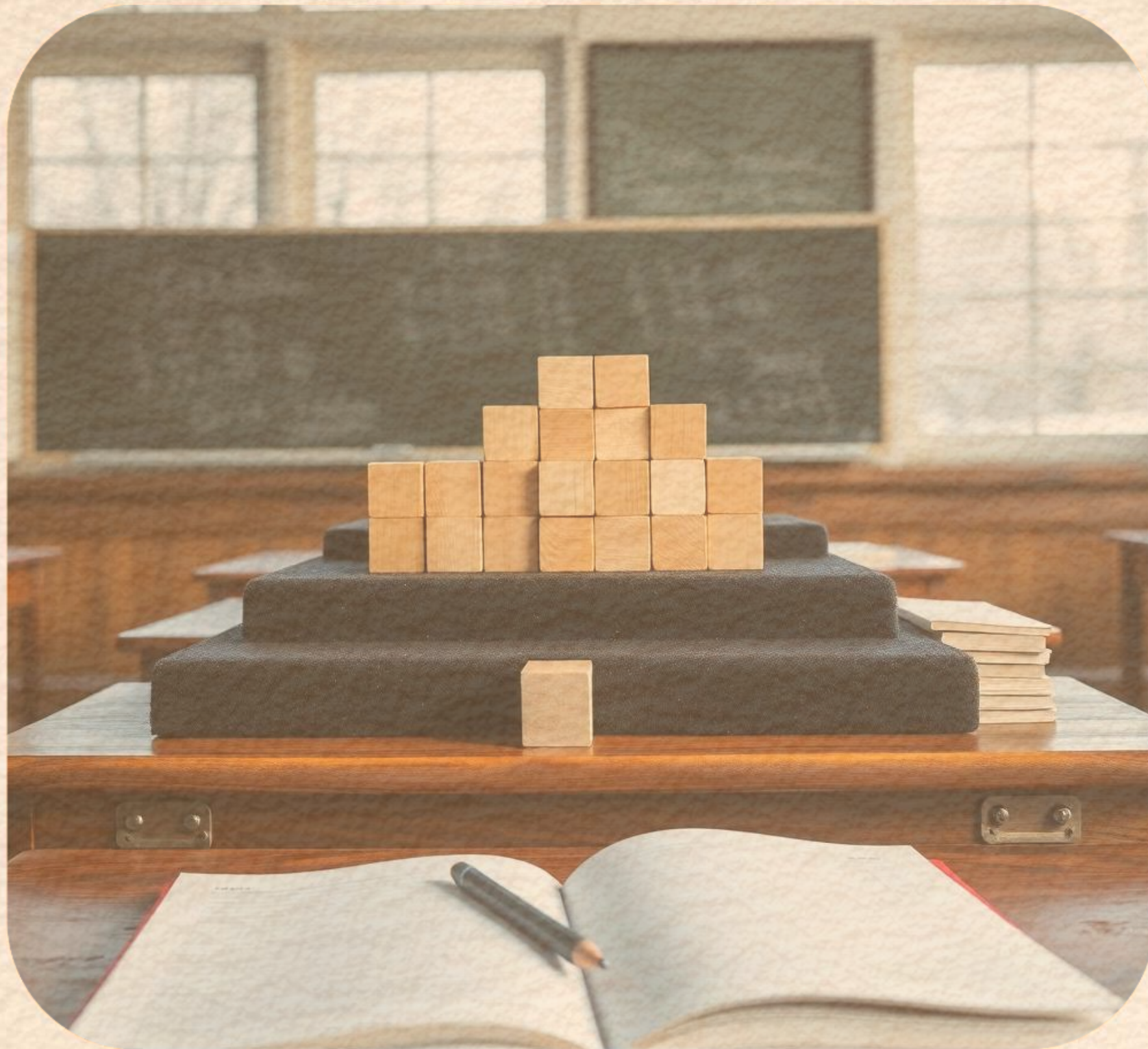


Степень с натуральным показателем

Краткая запись повторного умножения и правила
для вычислений.

Зачем нужны степени в 7 классе



Степени помогают записывать выражения короче, упрощать преобразования и связывать алгебру с геометрией, измерениями и записью очень больших чисел. Это основа для дальнейшей работы с формулами и свойствами выражений.

Определение степени

Повторяющееся умножение

Степень с натуральным показателем — это удобная запись произведения одинаковых множителей. Если число повторяется несколько раз, его можно записать короче, не меняя смысл вычисления.

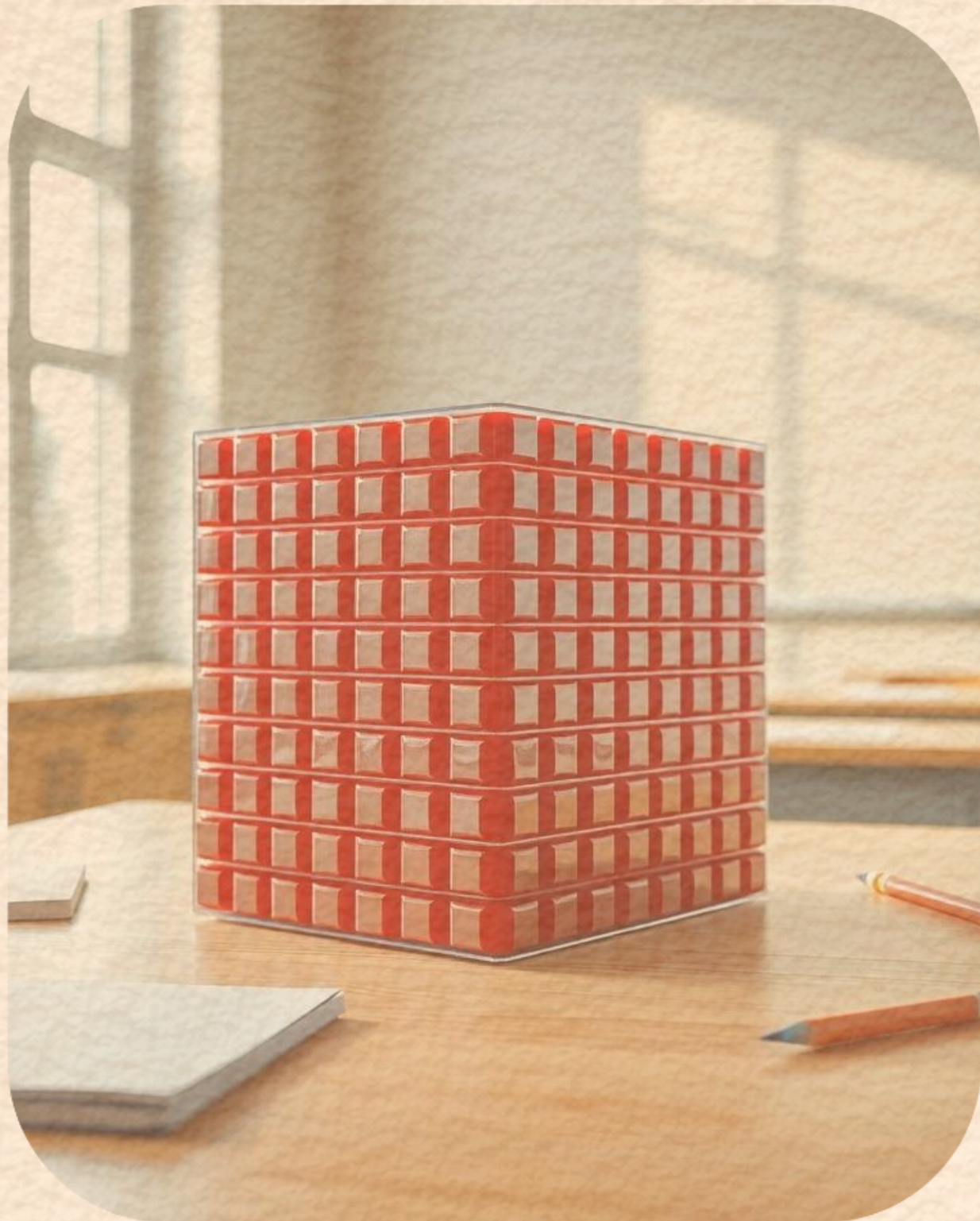
Основание и показатель

В записи a^n основание показывает, какое число умножают на себя, а показатель — сколько таких множителей нужно взять. Эти части записи читаются и понимаются отдельно.

Пример записи

В выражении 3^4 основание равно 3, показатель равен 4, а значение степени равно 81. Это значит, что нужно перемножить четыре тройки: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$.

Основание и показатель степени



Роль основания

Основание степени указывает, какое число повторяется в произведении. Если основание изменить, изменится и вся степень, даже при том же показателе.

Роль показателя

Показатель показывает, сколько раз основание берется множителем. Чем он больше, тем длиннее произведение и тем быстрее растет значение степени.

На примере 7^3

В записи 7^3 основание равно 7, показатель — 3, а значение степени равно 343. На схеме удобно выделять основание и показатель разными цветами, чтобы не путать их.

Примеры значений степеней

Значения степеней, найденные по определению.

При увеличении показателя значение растёт очень быстро, особенно у числа 10. Степени удобны для краткой записи больших чисел и сравнения их величин.

Степень	Значение	Степень	Значение
2^2	4	3^2	9
2^3	8	3^3	27
10^2	100	10^3	1000

Вычисления по определению степени.

Это удобно для записи выражений
в едином виде, когда степень нужна
только как форма записи,
а не для изменения значения.

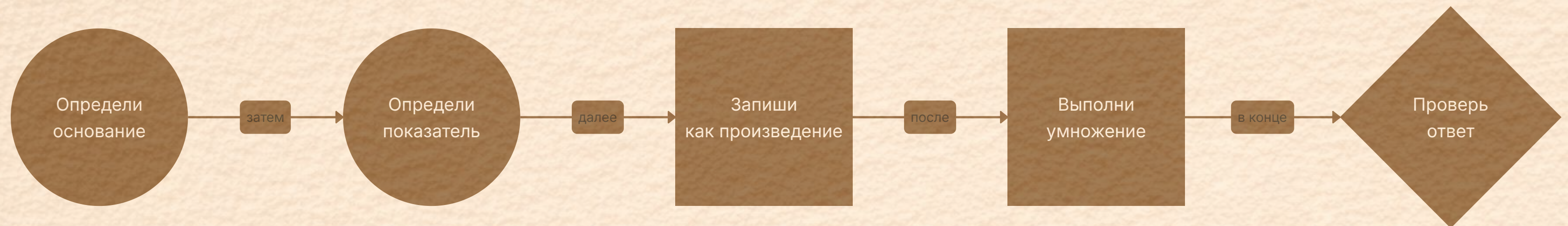
*Определение степени с натуральным
показателем.*

1

Любое число в первой степени
равно самому себе.

Как находить значение степени

Последовательность действий при вычислении степени по определению.



Как быстро растут степени числа 2

Каждое следующее значение получается умножением на 2, поэтому рост становится все заметнее уже на небольших показателях.

Это пример экспоненциального роста: небольшое увеличение показателя резко увеличивает результат.

Вычисления по определению степени; $n = 1-5$.

Умножение степеней с одинаковым основанием

1 Складываем показатели

Если основания одинаковые, при умножении степеней показатели складываются. Это позволяет не расписывать длинные произведения и сразу переходить к более короткой записи.

2 Пример преобразования

Для выражения $2^3 \cdot 2^2$ сначала оставляют одно основание 2, а затем складывают показатели: $3 + 2 = 5$. Получается 2^5 , то есть 32.

3 Где это полезно

Такое свойство особенно удобно при упрощении выражений и решении задач, где встречаются одинаковые множители. Оно экономит время и уменьшает вероятность ошибки.

Возведение степени в степень

Правило

Если степень возводят в степень, показатели перемножаются. Внешняя степень показывает, сколько одинаковых блоков нужно взять, а внутренняя — состав одного блока.

Пример вычисления

В выражении $(3^2)^3$ сначала рассматривают один блок 3^2 , а затем повторяют его три раза. В итоге получается 3^6 , то есть 729.

Как понимать смысл

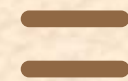
Это правило помогает видеть структуру записи: одна степень находится внутри другой, но основание остается тем же. Меняется только число повторений уже готового блока.

Ключевые идеи свойства



Один множитель на все скобки

Если число стоит перед скобками, оно умножается на каждый множитель внутри. Поэтому общий показатель степени можно распределить по всему произведению, не меняя значения выражения.



Запись становится проще

Свойство $(ab)^n = a^n b^n$ помогает заменить длинное повторяющееся умножение более короткой записью. Это особенно удобно, когда в скобках несколько одинаково обработанных множителей.



Проверка на примере

В выражении $(2 \cdot 5)^3$ сначала получаем 2^3 и 5^3 , затем вычисляем $8 \cdot 125$. Итог 1000 показывает, что распределение степени сохраняет исходное значение произведения.

Степень частного

1 Записываем деление степенями

Если в частном обе части возводят в одну и ту же степень, можно возвести в степень числитель и знаменатель отдельно. При этом знаменатель не должен равняться нулю.

2 Считаем на примере

В выражении $(12:3)^2$ удобно сначала возвести 12 и 3 в квадрат, а затем выполнить деление. Получаем $144:9 = 16$, что совпадает с прямым вычислением.

3 Где это полезно

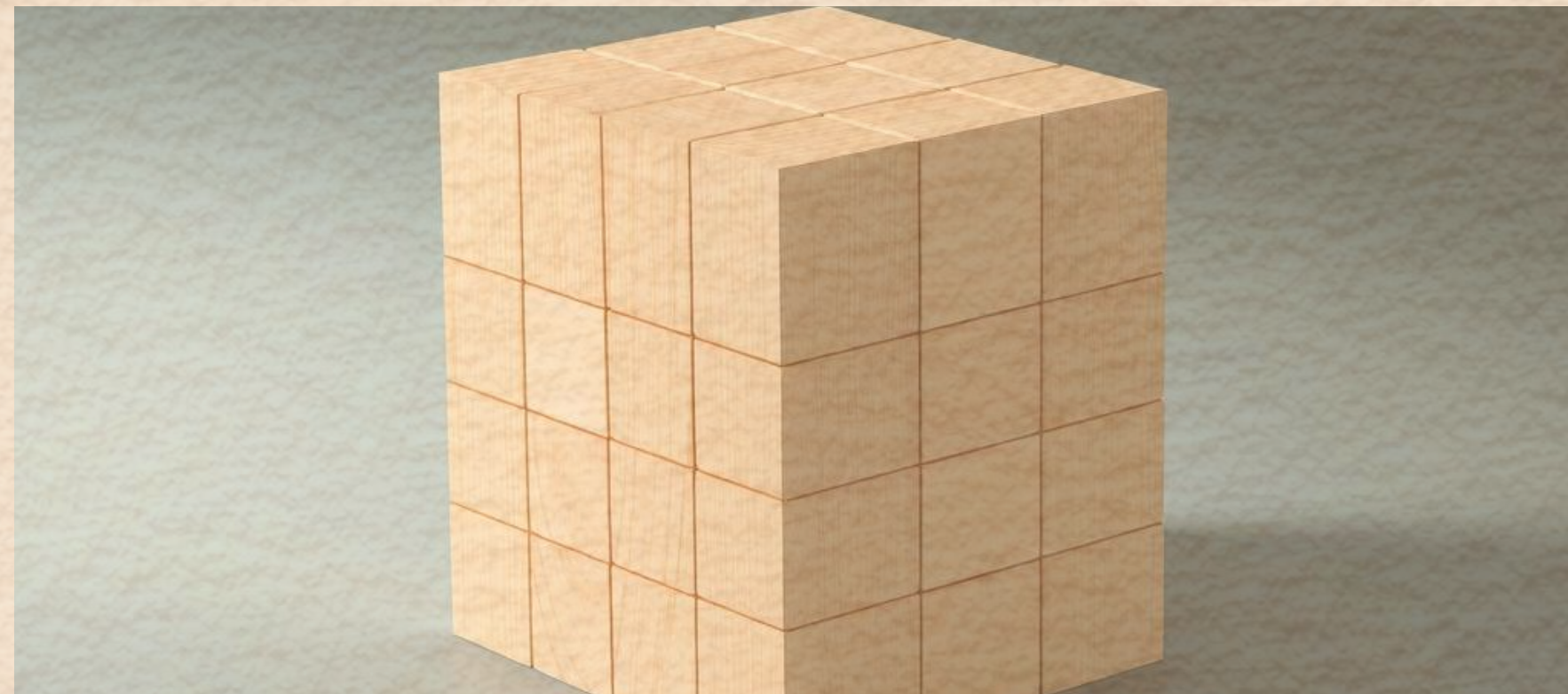
Такой приём помогает работать с дробями и отношениями чисел быстрее и аккуратнее. Он упрощает выражения, в которых деление повторяется вместе с одинаковой степенью.

Почему квадрат и куб важны



Площадь квадрата

Если сторона квадрата равна 5 см, то его площадь равна $5^2 = 25 \text{ см}^2$. Здесь степень показывает, что одна и та же длина умножается сама на себя. Такой пример помогает увидеть связь алгебры с измерением площади.



Объём куба

Куб со ребром 5 см имеет объём $5^3 = 125 \text{ см}^3$. Третья степень отражает умножение трёх одинаковых размеров: длины, ширины и высоты. Благодаря этому легко понять, почему куб числа связан с объёмом.

Квадраты чисел от 1 до 10

График показывает, как быстро увеличиваются квадраты соседних натуральных чисел. Особенно заметен скачок между 9^2 и 10^2 .

Квадраты растут быстрее самих чисел, поэтому даже небольшое увеличение основания заметно меняет результат.

*Вычисления по определению степени.
Данные для 1^2 – 10^2 .*

Степень как короткая запись

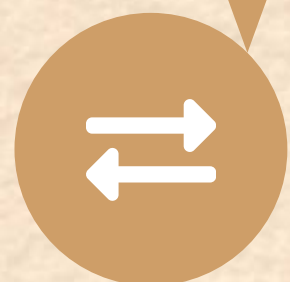
Запись	Степень
$6 \cdot 6 \cdot 6$	6^3
$8 \cdot 8$	8^2
$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$	4^4
9	9^1

Сравним длинную запись повторного умножения и запись через степень.

Степень заменяет длинное повторяющееся умножение компактной записью и делает выражения удобнее для чтения и вычислений.

Определение степени с натуральным показателем.

Где чаще всего ошибаются



Путают основание и показатель

Основание — это число, которое повторяется при умножении, а показатель показывает количество множителей. Если перепутать их, получится неверное значение степени.



Читают как обычное произведение

Запись 2^3 нельзя читать как $2 \cdot 3$. Показатель не умножается на основание, а указывает, сколько раз число 2 берётся множителем.



Заменяют умножение сложением

В степенях важно именно повторное умножение, а не сложение одинаковых чисел. Поэтому 4^3 — это $4 \cdot 4 \cdot 4$, а не $4 + 4 + 4$.

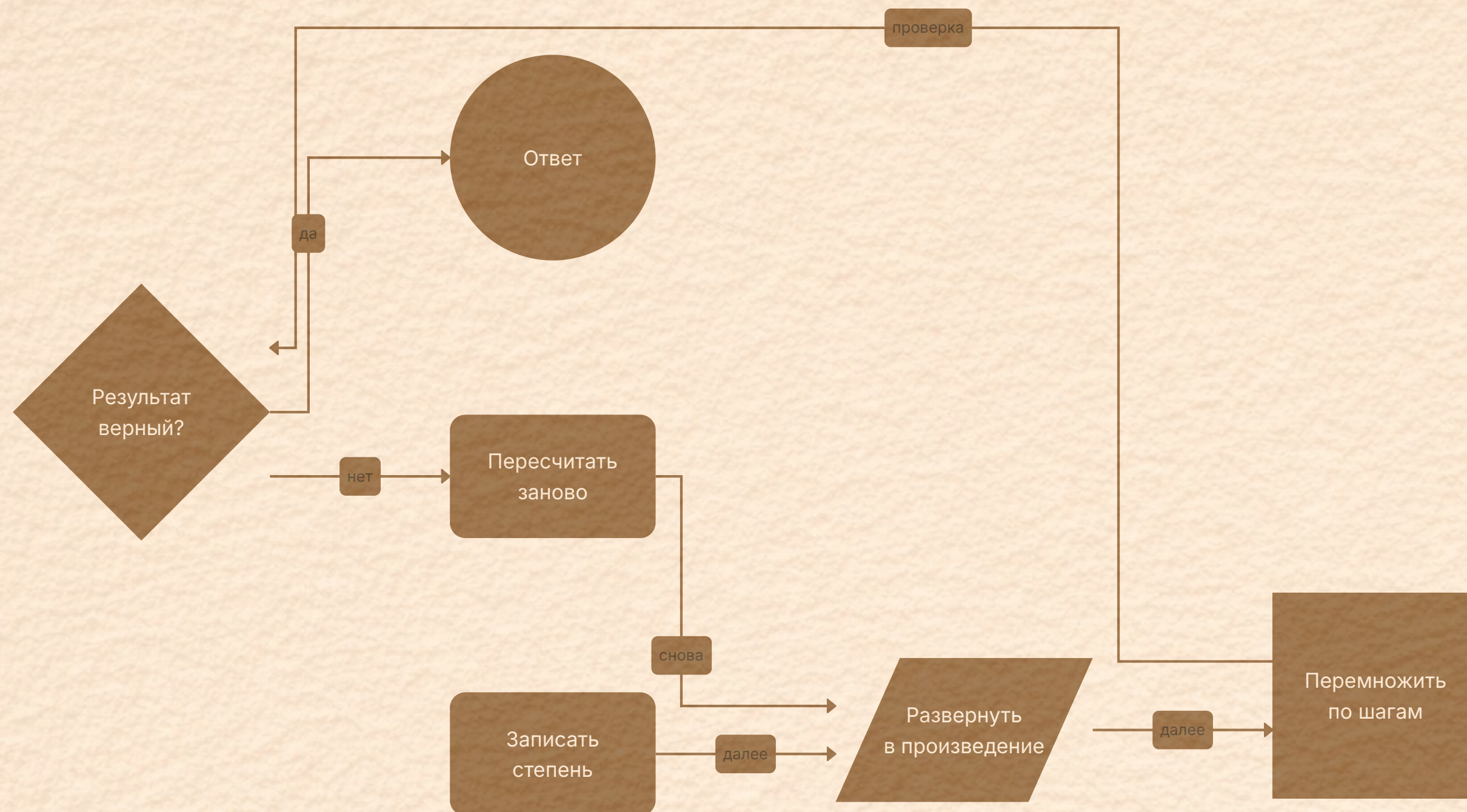


Считают невнимательно

При вычислении повторяющегося произведения легко потерять один множитель или ошибиться в порядке действий. Лучше сразу записывать степень в виде произведения и проверять результат.

Как проверить степень

Алгоритм проверки вычисления по определению и сравнение результата с простым примером.



Степени в жизни и науке

1 Большие числа

Степени числа 10 помогают кратко записывать очень большие величины. Например, $1\,000 = 10^3$, а $1\,000\,000 = 10^6$, поэтому запись становится короче и нагляднее.

2 Измерения и масштаб

Степени часто встречаются там, где важно понимать площадь, объём и порядок величины. Они позволяют сравнивать объекты разного размера и удобно читать данные в задачах.

3 Практическая польза

Такая запись встречается в калькуляторах, формулах и научных текстах. Она экономит место и помогает быстро увидеть, насколько число велико или мало.



Что нужно уметь



Распознавать элементы степени

Нужно уверенно находить основание и показатель в любой записи. Это помогает правильно читать выражение и не путать число, которое повторяется, с числом повторений.



Вычислять по определению

Важно уметь раскрывать степень как повторное умножение и находить её значение. Такой способ особенно полезен, когда выражение ещё нельзя упростить свойствами.



Применять свойства степеней

Ученик должен использовать правила умножения степеней с одинаковым основанием и возведения степени в степень. Эти свойства ускоряют преобразование выражений и делают запись короче.



Читать квадрат и куб

Нужно понимать, что квадрат — это вторая степень, а куб — третья. Это помогает связывать алгебру с геометрией и решать задачи на площадь и объём.

Степень – удобный язык записи

Степень с натуральным показателем помогает кратко записывать повторное умножение, быстро вычислять значения и упрощать выражения. Это важный инструмент, который пригодится в дальнейшей алгебре.