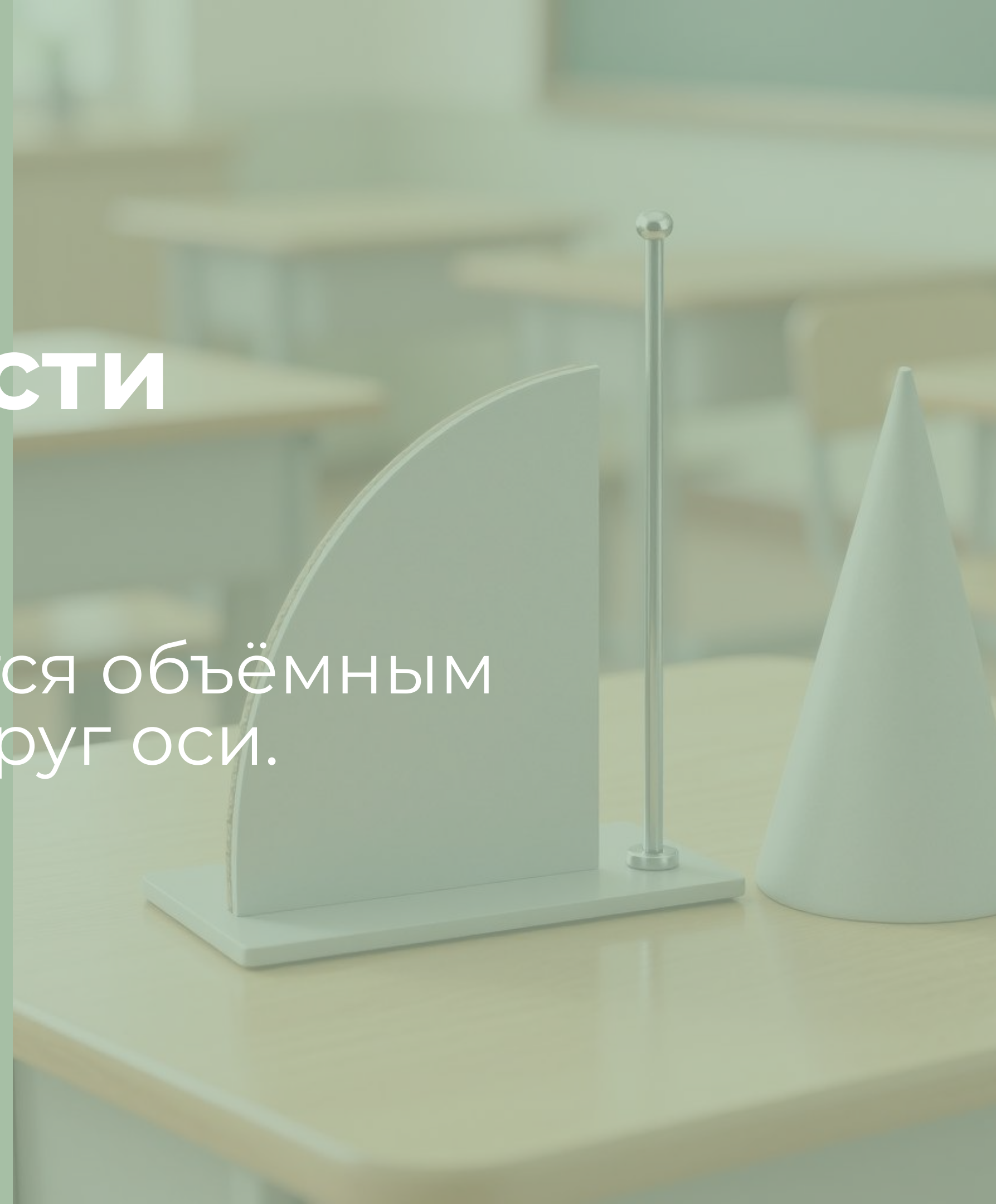


Тела и поверхности вращения

Плоская фигура становится объёмным
телом при вращении вокруг оси.





Зачем изучать тела вращения в 9 классе

Эта тема помогает перейти от плоских фигур к пространственным, понять объём и поверхность, а также подготовиться к задачам, которые часто встречаются в технике, быту и природе.



Как образуется тело вращения

Ось вращения

Плоская фигура вращается вокруг прямой линии, которая называется осью вращения. Именно она задаёт направление движения и определяет, каким окажется итоговое пространственное тело.

Движение точки

Каждая точка фигуры при вращении описывает окружность. Все такие окружности складываются в объёмную форму, поэтому из одной и той же фигуры можно получить разные тела.

Примеры преобразований

Если вращать прямоугольник вокруг стороны, получится цилиндр. Вращение прямоугольного треугольника вокруг катета даёт конус, а полукруга вокруг диаметра — шар.

Зависимость формы

Вид тела зависит не только от самой фигуры, но и от выбранной оси. Изменение оси вращения меняет размеры, сечения и общую геометрию полученной поверхности.

Цилиндр: основные элементы и примеры

01 Основания

Цилиндр имеет два равных круглых основания. Они лежат в параллельных плоскостях и одинаковы по размеру, поэтому фигура выглядит симметричной и устойчивой.

02 Высота и ось

Ось цилиндра соединяет центры оснований, а высота показывает расстояние между ними. В чертежах эти элементы помогают точно задать форму и размеры тела.

03 Радиус основания

Радиус основания обозначают буквой r . Он нужен для вычисления площади основания, боковой поверхности и объёма, поэтому часто встречается в задачах по геометрии.

04 Примеры вокруг нас

Цилиндр легко увидеть в консервной банке, стакане, трубе и барабане. Такие предметы помогают запомнить форму и быстро узнавать её в реальной жизни.





Сравнение основных тел вращения

Таблица показывает главные элементы тел вращения и помогает быстро увидеть их различия.

У всех фигур есть свои опорные признаки: основания, вершина, центр или образующая. Именно они позволяют не путать тела между собой.

Фигура	Главные элементы	Особенности
Цилиндр	2 основания, r , h	Основания равны
Конус	1 основание, вершина, l	Есть вершина
Шар	центр, r	Нет оснований
Усечённый конус	2 основания, h	Основания разного радиуса

Обобщение по теме «Тела и поверхности вращения»

Конус и его элементы

01 Как образуется

Конус можно получить вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов. Такой способ построения показывает, как плоская фигура превращается в объёмное тело.

02 Круглое основание

У конуса есть одно круглое основание. Его радиус обозначают r , а положение основания помогает определить размеры фигуры и форму её поперечных сечений.

03 Вершина и высота

Верхняя точка конуса называется вершиной. Высота соединяет вершину с основанием перпендикулярно ему и нужна для вычисления объёма тела.

04 Образующая и примеры

Образующая соединяет вершину с точкой окружности основания. Благодаря ей конус узнают в рожке мороженого, дорожном конусе, колпаке и воронке.



Тела вращения в предметах вокруг нас

Разные формы встречаются чаще, чем кажется: многие привычные предметы можно отнести к одному из четырёх типов.

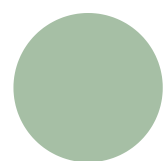
Чаще всего в быту встречаются цилиндры и конусы, но остальные тела тоже широко представлены в окружающих предметах.

Цилиндр Конус Шар Усечённый конус



Иллюстративное распределение примеров для учебной презентации

Шар как особый вид тела вращения



Центр шара

Шар состоит из точек пространства, которые находятся на одинаковом расстоянии от одной точки. Эта точка называется центром шара и задаёт его положение в пространстве.



Радиус

Расстояние от центра до любой точки поверхности шара — это радиус. Он одинаков для всей поверхности, поэтому шар выглядит совершенно равномерным и без острых переходов.



Нет оснований

У шара нет оснований, вершины и высоты в обычном смысле. Его поверхность непрерывна, поэтому для описания формы достаточно центра и радиуса.

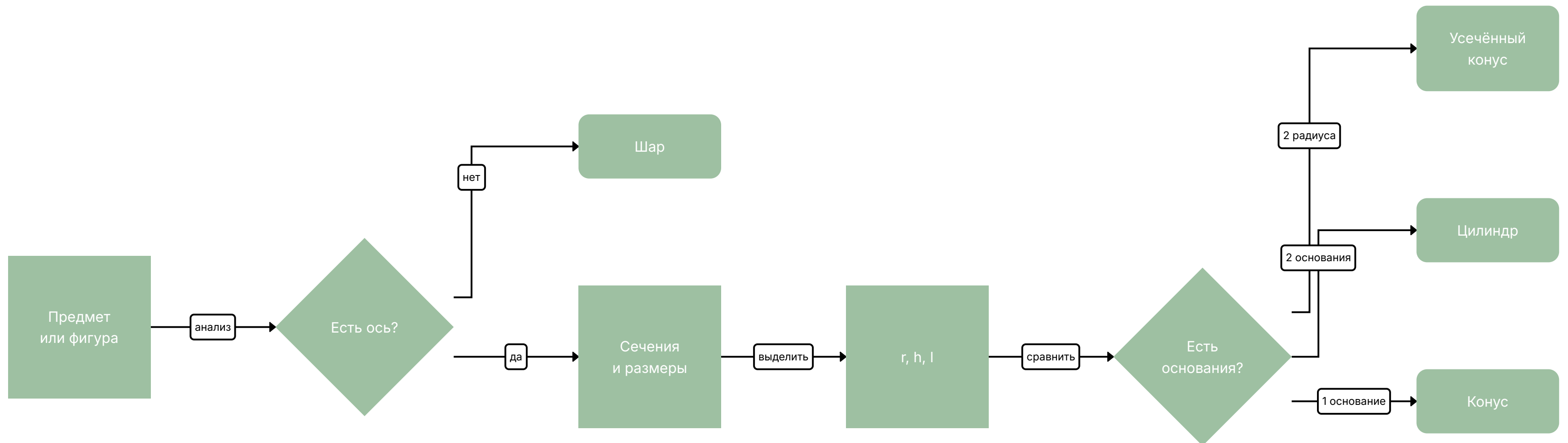


Примеры шара

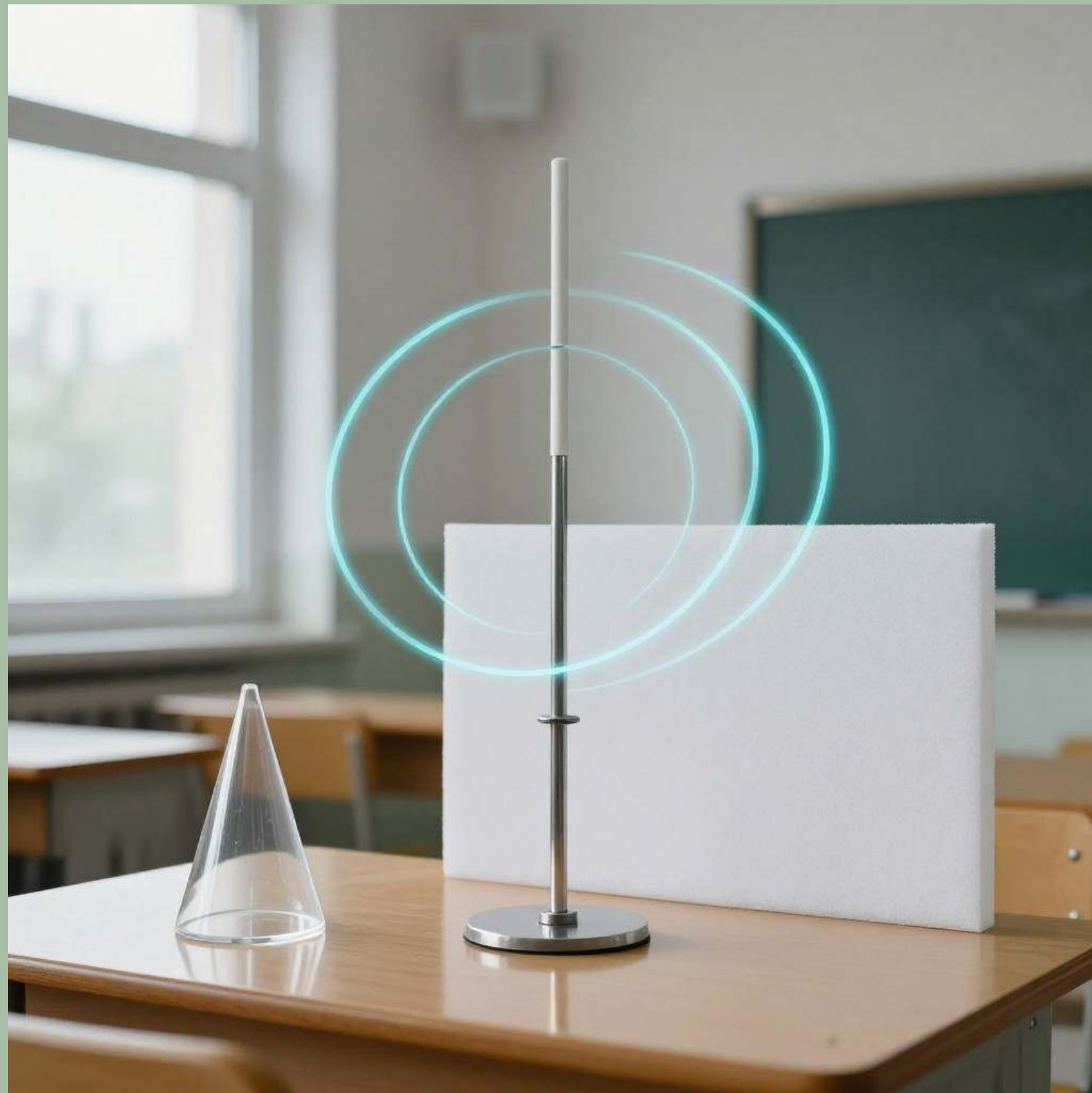
Шарообразные предметы встречаются часто: мяч, глобус, апельсин и мыльный пузырь. Эти примеры хорошо показывают, что шар не имеет выделенной стороны или ребра.

Пошаговое распознавание тела вращения

Алгоритм основан на форме исходного предмета, его оси симметрии и ключевых геометрических признаках.



Поверхность вращения и её образование



Идея вращения

Поверхность вращения появляется, когда линия, отрезок или кривая поворачиваются вокруг оси. Из этого движения постепенно складывается гладкая поверхность объёмного тела.

След точки

При вращении любая точка образующей описывает окружность. Если представить множество таких окружностей, становится понятно, как возникает вся поверхность фигуры.

Боковые поверхности

Боковая поверхность цилиндра и конуса является поверхностью вращения. Она образуется не сразу целиком, а как результат движения каждой точки образующей по окружности.

Связь со схемой

На рисунке удобно показать ось вращения, путь движения точки и полученную поверхность. Такая схема помогает увидеть, откуда берётся форма тела и как она строится.

Сечения тел вращения

01 Цилиндр

Если цилиндр рассечь плоскостью, параллельной основаниям, получится круг. Его размеры совпадают с основанием, потому что все точки сечения находятся на одинаковом расстоянии от оси фигуры.

02 Конус

У конуса сечение плоскостью, параллельной основанию, тоже является кругом, но его радиус уменьшается по мере приближения к вершине. Поэтому положение плоскости влияет на размер сечения.

03 Шар

Любая плоскость, пересекающая шар, даёт круг. Чем дальше плоскость находится от центра шара, тем меньше радиус полученного круга, а при касании сечение превращается в точку.

04 Усечённый конус

Если усечённый конус рассечь плоскостью, параллельной основаниям, получится круг. Его радиус будет лежать между радиусами нижнего и верхнего оснований и зависеть от высоты сечения.

Формулы объёма и площади поверхности

Фигура	Объём	Площадь
Цилиндр	$\pi r^2 h$	$2\pi r h$
Конус	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	$\pi r l$
Шар	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$4\pi r^2$

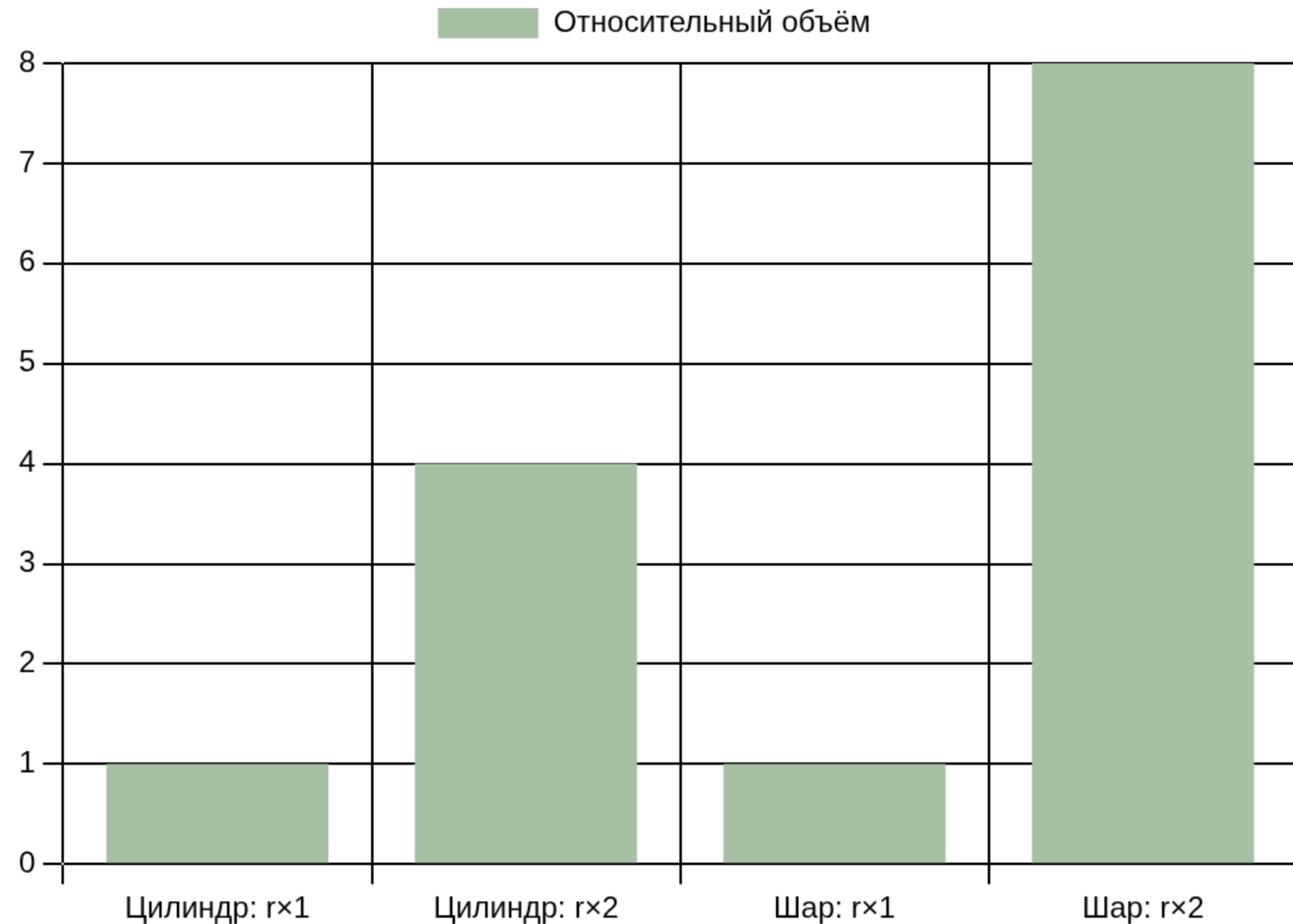
Таблица показывает основные формулы для трёх тел вращения и помогает увидеть, какие величины нужно знать для вычислений.

У цилиндра и конуса объём зависит от радиуса и высоты, а у шара — только от радиуса. Площадь поверхности требует учитывать образующую лишь у конуса.

Как меняется объём при увеличении радиуса

Диаграмма сравнивает не конкретные размеры, а изменение объёма при одинаковом увеличении радиуса. Это удобно, когда нужно понять, насколько сильно влияет одна величина.

У цилиндра объём растёт по квадрату радиуса, у шара — по кубу. Поэтому даже небольшое увеличение радиуса резко увеличивает объём.



Вывод по формулам $V=\pi r^2 h$ и $V=4/3 \pi r^3$

Ключевые признаки усечённого конуса



Получение срезом

Усечённый конус возникает, когда у обычного конуса верхнюю часть отсекают плоскостью, параллельной основанию. Именно поэтому фигура сохраняет конусную форму, но не имеет вершины.



Два основания

У этой фигуры два круглых основания, причём верхнее и нижнее обычно имеют разные радиусы. По этому признаку усечённый конус легко отличить от цилиндра и полного конуса.



Высота и боковая часть

Высота усечённого конуса показывает расстояние между основаниями, а боковая поверхность соединяет их по наклонной линии. Эти элементы особенно важны при вычислении размеров и площади поверхности.

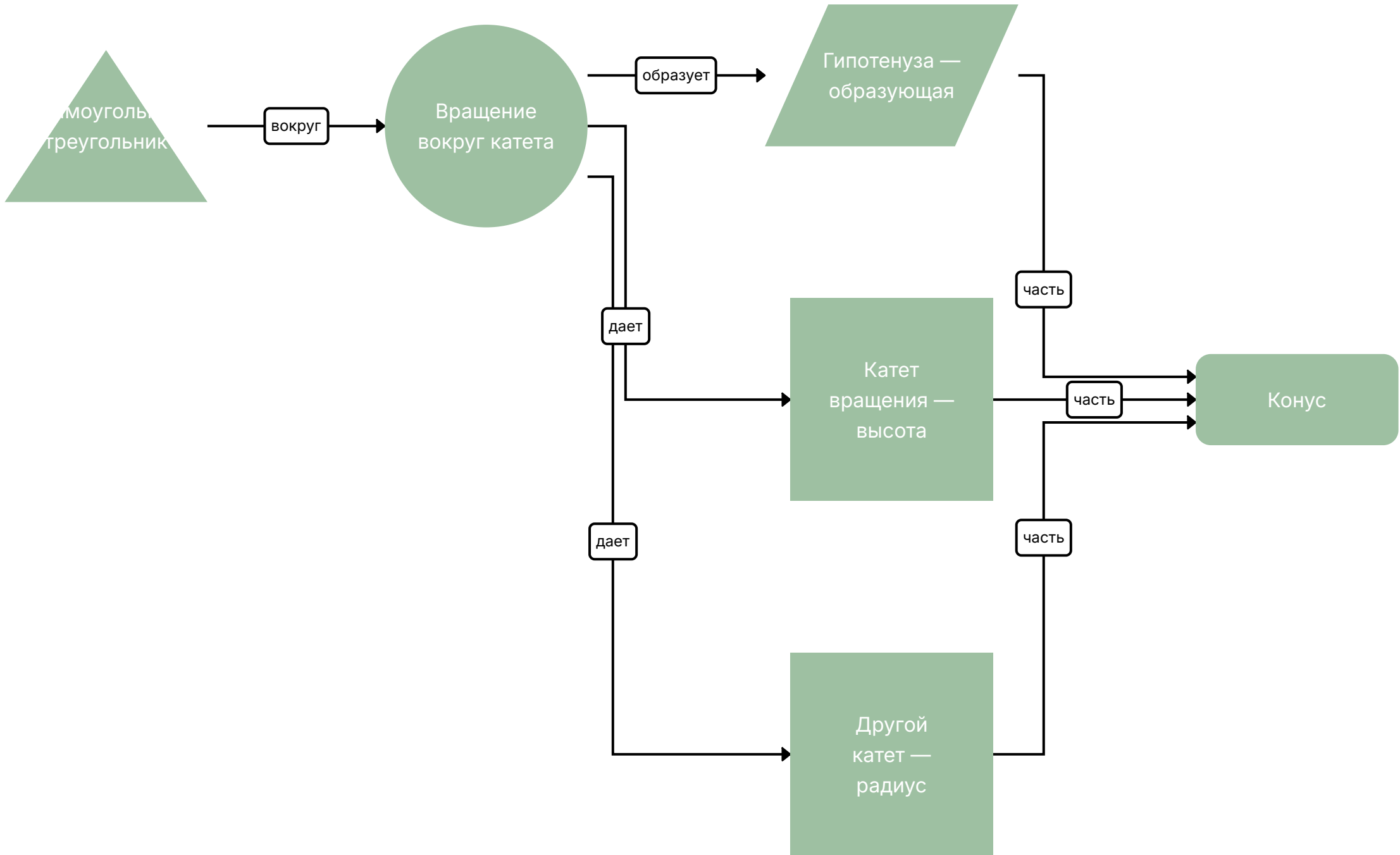


Примеры вокруг нас

Абажур, ведро, некоторые вазы и ёмкости напоминают усечённый конус. Такие предметы часто используют как наглядные модели, потому что их форма хорошо заметна в повседневной жизни.

Как из треугольника получается конус

Схема показывает, как при вращении прямоугольного треугольника вокруг катета образуется конус и как его элементы связаны с исходной фигурой.





Развёртка цилиндра и конуса

Цилиндр

Развёртка цилиндра состоит из прямоугольника и двух равных кругов. Прямоугольник соответствует боковой поверхности, а круги показывают оба основания, поэтому по развёртке легко восстановить всю фигуру.

Конус

У конуса развёртка включает круг-сектор и одно круглое основание. Сектор образует боковую поверхность, а его радиус связан с образующей, поэтому развёртка помогает понять геометрию конуса.

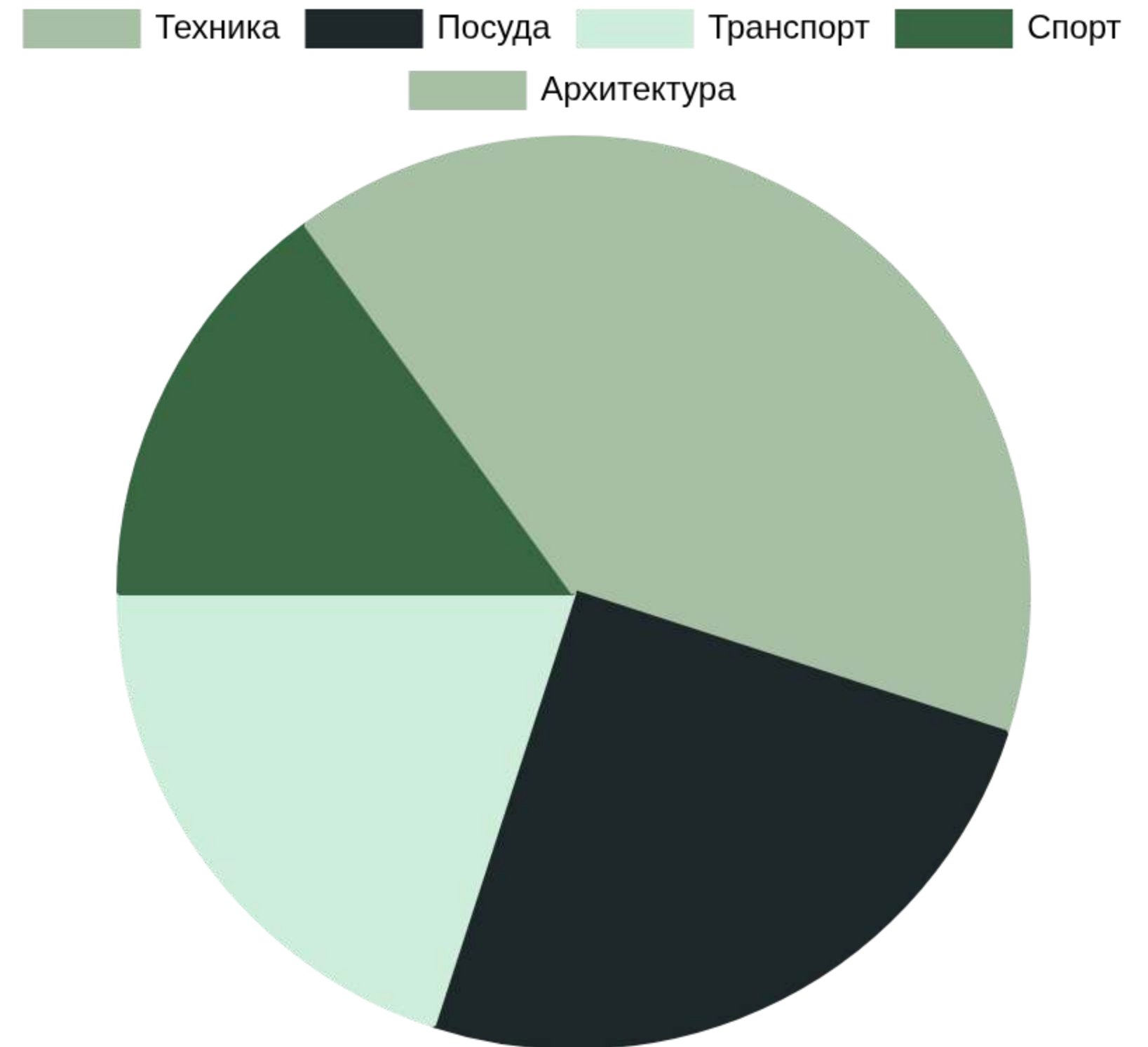
Польза развёртки

Развёртка показывает, какие части плоской фигуры превращаются в объёмное тело. Это удобно при решении задач на площадь поверхности, а также при создании моделей из бумаги.

Где используются тела вращения

Тела вращения встречаются почти везде: от деталей машин до спортивного инвентаря и архитектурных элементов. Их форма удобна, прочна и часто экономична в изготовлении.

Чаще всего такие фигуры применяются в технике и быту, но они заметны и в спорте, и в архитектуре. Значит, тема связана с реальными предметами.



Иллюстративное распределение по примерам из повседневной жизни

3

самые частые путаницы
связаны с радиусом,
высотой и образующей.

Если различать эти три величины заранее, легче избежать ошибок в формулах объёма и площади поверхности, особенно при решении задач на конус и усечённый конус.



Как быстро различать основные тела вращения

Таблица помогает сравнить фигуры по самым заметным признакам и быстро определить нужное тело вращения без долгих вычислений.

Главное отличие видно сразу по основаниям и наличию вершины. Если запомнить эти признаки, распознавать тела вращения становится значительно проще.

Фигура	Основания	Особенность
Цилиндр	2 равных	Нет вершины
Конус	1 круглое	Есть вершина
Шар	Нет	Поверхность непрерывна
Усечённый конус	2 разных	Вершина срезана

Что важно запомнить о телах вращения

Тела вращения соединяют плоскую геометрию с объёмными фигурами. Если помнить ось вращения, радиус, высоту и образующую, легче узнавать тела, читать схемы и решать задачи по формулам.