

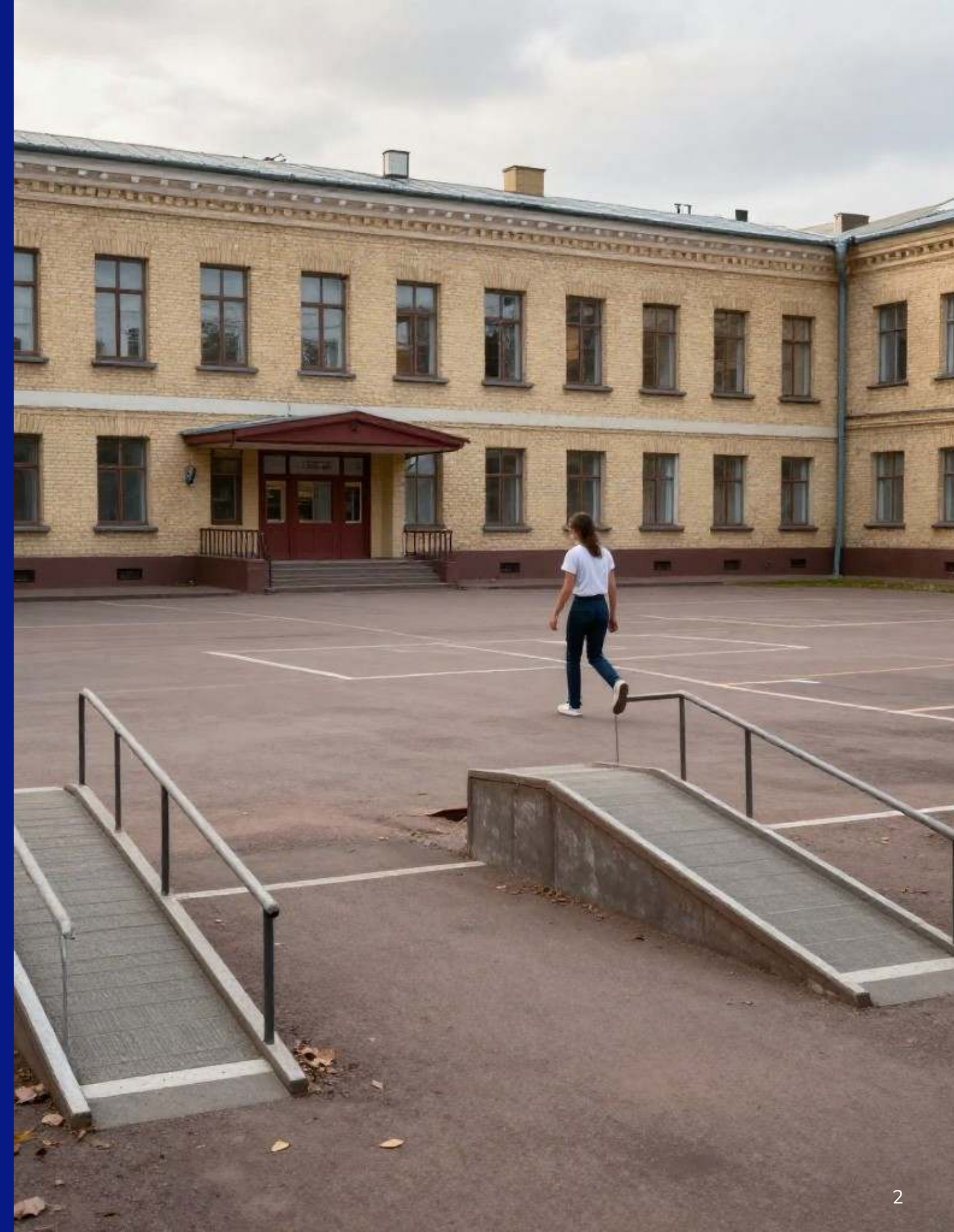
Равенство фигур и движения



Фигуры совпадают при наложении, а движения сохраняют их размеры и форму.

Почему это важно в 9 классе

Эти идеи помогают доказывать свойства фигур, решать задачи на треугольники и четырёхугольники, а также работать с чертежами, координатами и симметрией вокруг нас.



Что значит, что фигуры равны

1. Одинаковая форма

Равные фигуры имеют одинаковый контур и одинаковое строение, поэтому одна из них полностью совпадает с другой при наложении без разрывов и перекрытий.

2. Совпадение элементов

У равных фигур соответствующие стороны и углы равны. Это означает, что все части фигуры можно сопоставить попарно и без противоречий.

3. Равные измерения

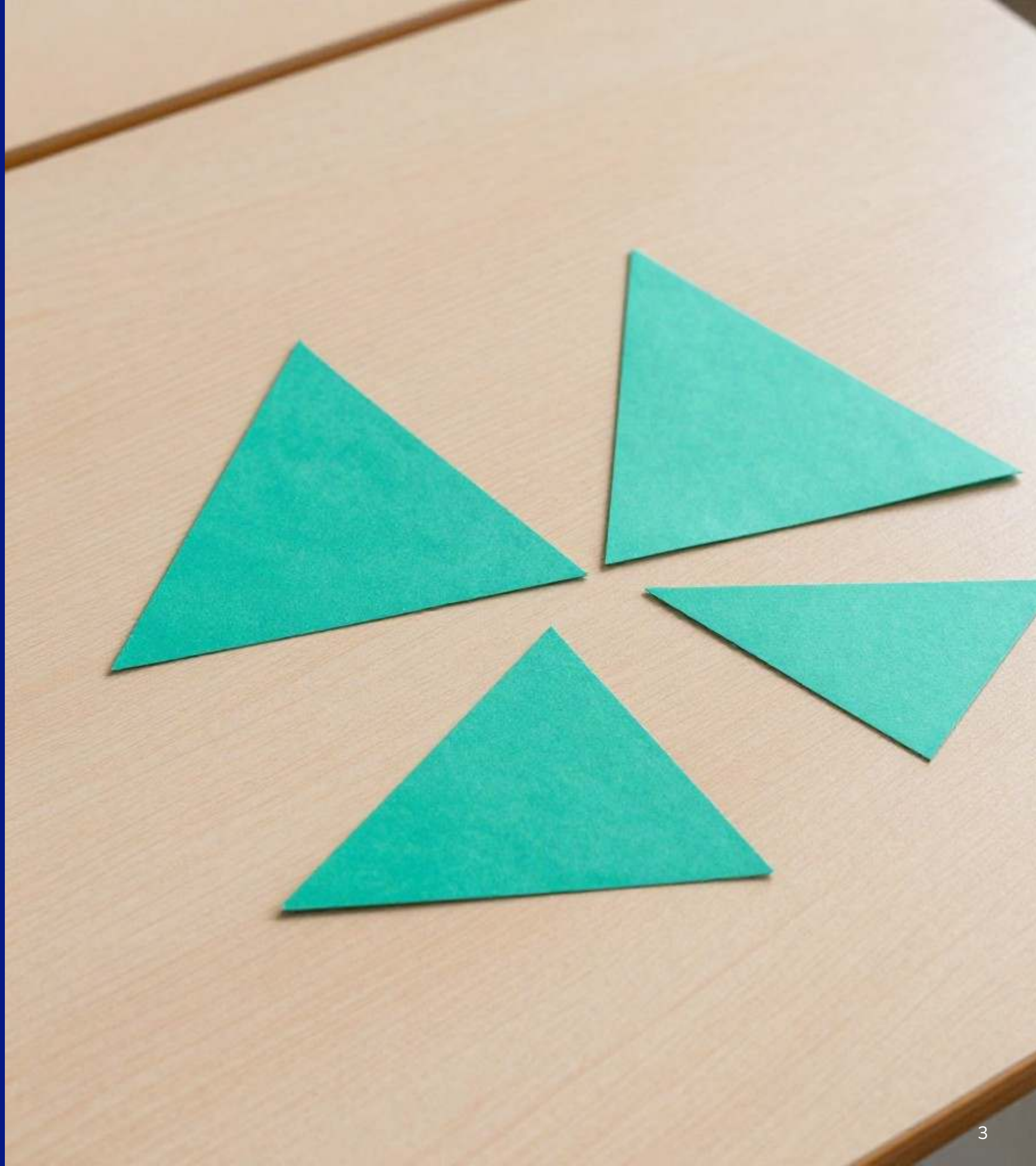
При равенстве совпадают не только отдельные элементы, но и общие характеристики: периметр и площадь оказываются одинаковыми у обеих фигур.

4. Движения не искажают

Поворот, перенос и отражение меняют только положение фигуры на плоскости. Сама форма сохраняется, поэтому фигура остаётся равной своему образу.

5. Проверка наложением

Если после мысленного или реального совмещения все вершины, стороны и углы совпали, значит, фигуры равны. Любое расхождение нарушает это равенство.



Наложение как проверка равенства фигур

Совместить фигуры

Надёжная проверка начинается с попытки совместить одну фигуру с другой. Если при наложении совпадают все части, можно говорить о равенстве без сомнений.

Сравнить вершины

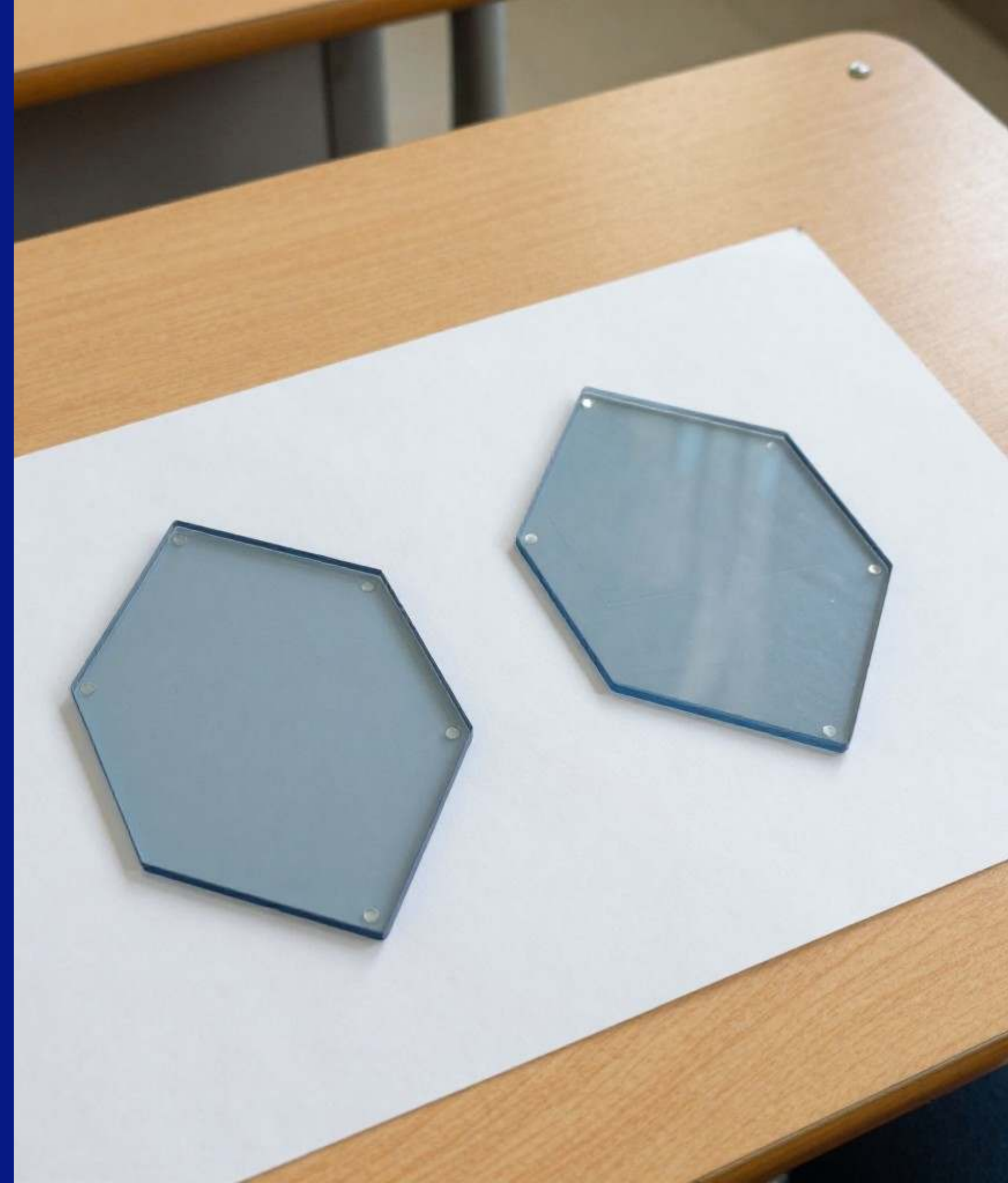
Особенно важно проверить соответствие вершин. Если хотя бы одна вершина не совпадает с нужной точкой, фигуры не являются равными, даже если выглядят похоже.

Проверить стороны и углы

Совпадение контура недостаточно: нужно убедиться, что равны все соответствующие стороны и углы. Именно эти элементы показывают истинное совпадение фигур.

Не доверять виду

Фигура может казаться одинаковой по внешнему виду, но иметь иные размеры или расположение. Поэтому вывод делают только после точной проверки наложением.



Основные движения на плоскости и их свойства

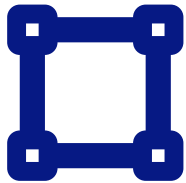
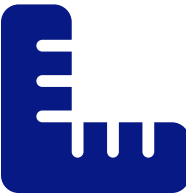
Движение	Что меняется
Перенос	Положение
Поворот	Ориентация
Осевая симметрия	Лево-право
Центральная симметрия	Положение

Школьный курс геометрии, тема «Движения на плоскости»

Сравним четыре основных движения и увидим, что они меняют положение фигуры, но не её размеры.

Все перечисленные движения сохраняют длины, углы, периметр и площадь, но могут менять расположение и ориентацию фигуры.

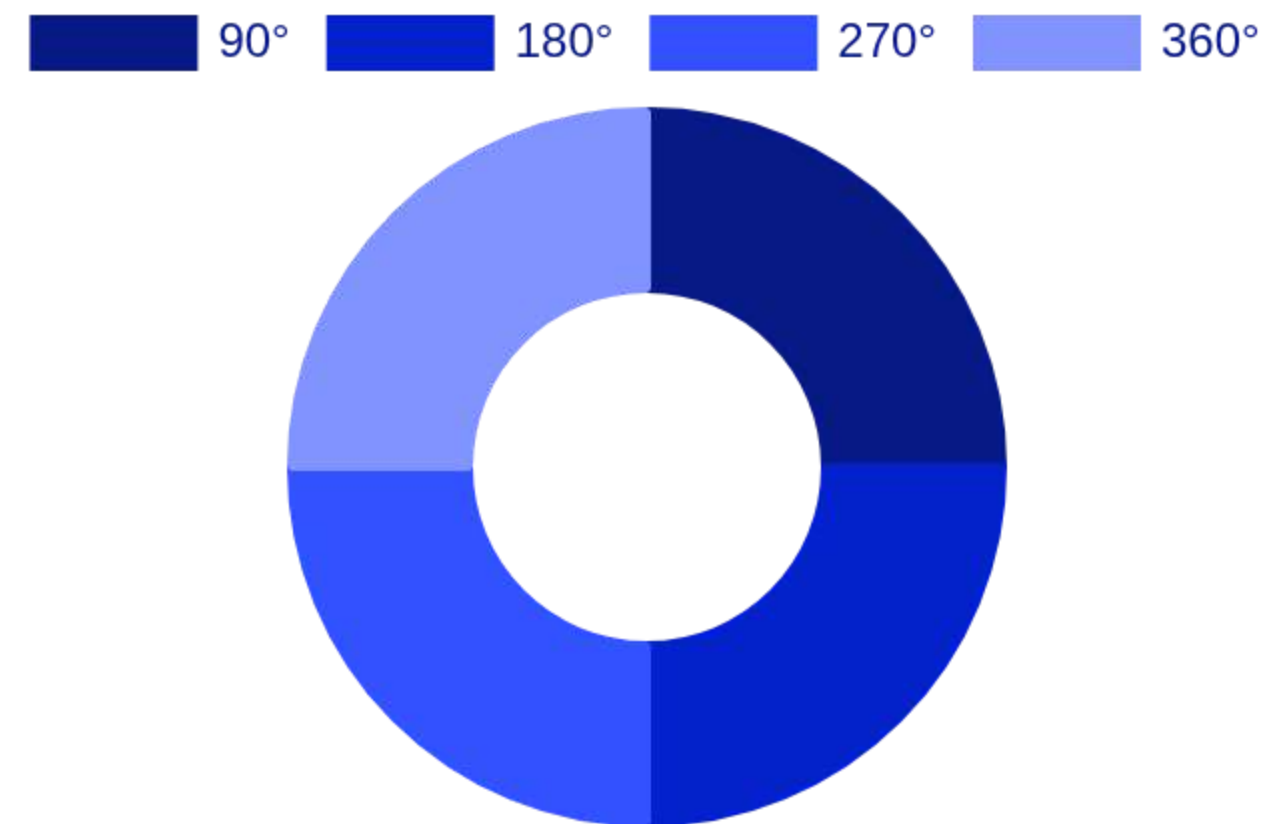
Параллельный перенос

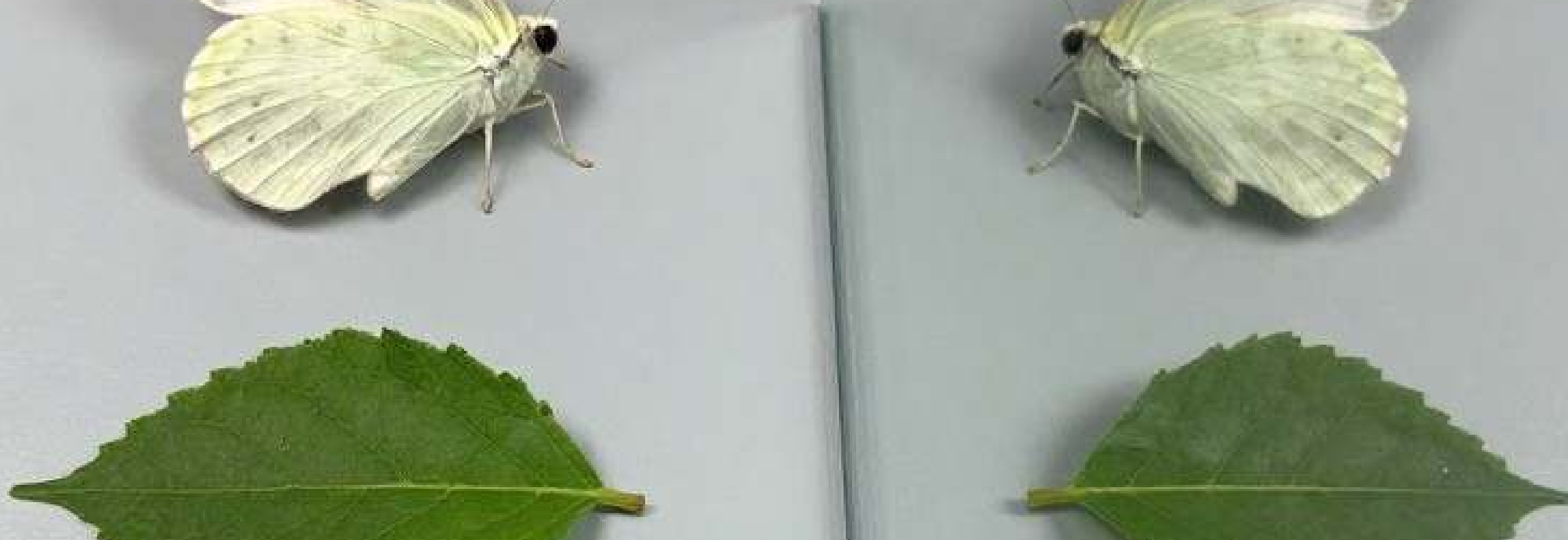
	Одно направление Каждая точка фигуры смещается на одно и то же расстояние и в одном направлении, поэтому вся фигура как будто «сдвигается» целиком.
	Без поворота При переносе фигура не вращается и не отражается. Её форма остаётся прежней, а изменяется только место на плоскости.
	Вектор переноса На координатной плоскости перенос удобно задавать вектором, например: на несколько клеток вправо и вверх. Это помогает точно построить образ фигуры.
	Сохраняет размеры После переноса не меняются длины сторон, углы, площадь и периметр. Поэтому исходная фигура и её образ остаются равными.

Поворот фигуры вокруг точки

Чем больше угол поворота, тем заметнее меняется расположение фигуры, но не её размеры и форма.

Повороты на 90° , 180° и 270° дают разные положения, а поворот на 360° возвращает фигуру в исходное состояние.





Осевая симметрия в окружающих предметах

Зеркальное отражение

Осевая симметрия похожа на отражение в зеркале: каждая точка и её образ находятся по разные стороны от оси и на одинаковом расстоянии от неё.

Природные примеры

Бабочка, лист и снежинка часто имеют ось симметрии. Такие формы легко узнаются, потому что правая и левая части у них согласованы.

Буквы и знаки

Некоторые буквы тоже обладают осевой симметрией. Это удобно показывать на уроках, потому что симметрию можно увидеть прямо в знакомых символах.

Размеры сохраняются

При отражении фигура не становится больше или меньше. Меняется только её расположение относительно оси, а также направление частей слева и справа.

Практическая польза

Осевая симметрия помогает быстро проверять, как должна выглядеть вторая половина рисунка, орнамента или чертежа, если известна только одна половина.

180°

**— это поворот,
при котором фигура
совмещается со своим
образом.**

Именно такой поворот помогает увидеть центральную симметрию как простое и наглядное движение, сохраняющее все основные размеры фигуры.

Свойства центральной симметрии в школьной геометрии

Как проверить равенство фигур

Последовательность основана на сопоставлении элементов фигуры и поиске движения, которое переводит одну фигуру в другую.

Признаки равенства треугольников

1. Две стороны и угол

Если у двух треугольников совпадают две стороны и угол между ними, то треугольники равны. Этот признак особенно удобен, когда нужно доказать равенство без полного наложения фигур.

2. Сторона и два угла

Когда одна сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника равны соответствующим элементам другого, треугольники тоже равны. Такой признак часто встречается в задачах на построение и доказательство.

3. Три стороны

Если у двух треугольников попарно равны все три стороны, то равны и сами треугольники. Этот признак называют самым наглядным: он опирается только на длины сторон и не требует дополнительных данных.

Что сохраняют движения, а что меняют

Свойство	При движении	Комментарий
Длина отрезков	сохраняется	Фигура не растягивается
Величина углов	сохраняется	Форма не искажается
Площадь и периметр	сохраняются	Размер фигуры тот же
Положение и координаты	меняются	Фигура переносится
Ориентация	может меняться	При отражении меняется

Таблица показывает, какие свойства фигуры остаются неизменными при движении, а какие зависят только от её положения на плоскости.

Движения сохраняют основные измеримые свойства фигуры, поэтому она остаётся равной самой себе после переноса, поворота или отражения.

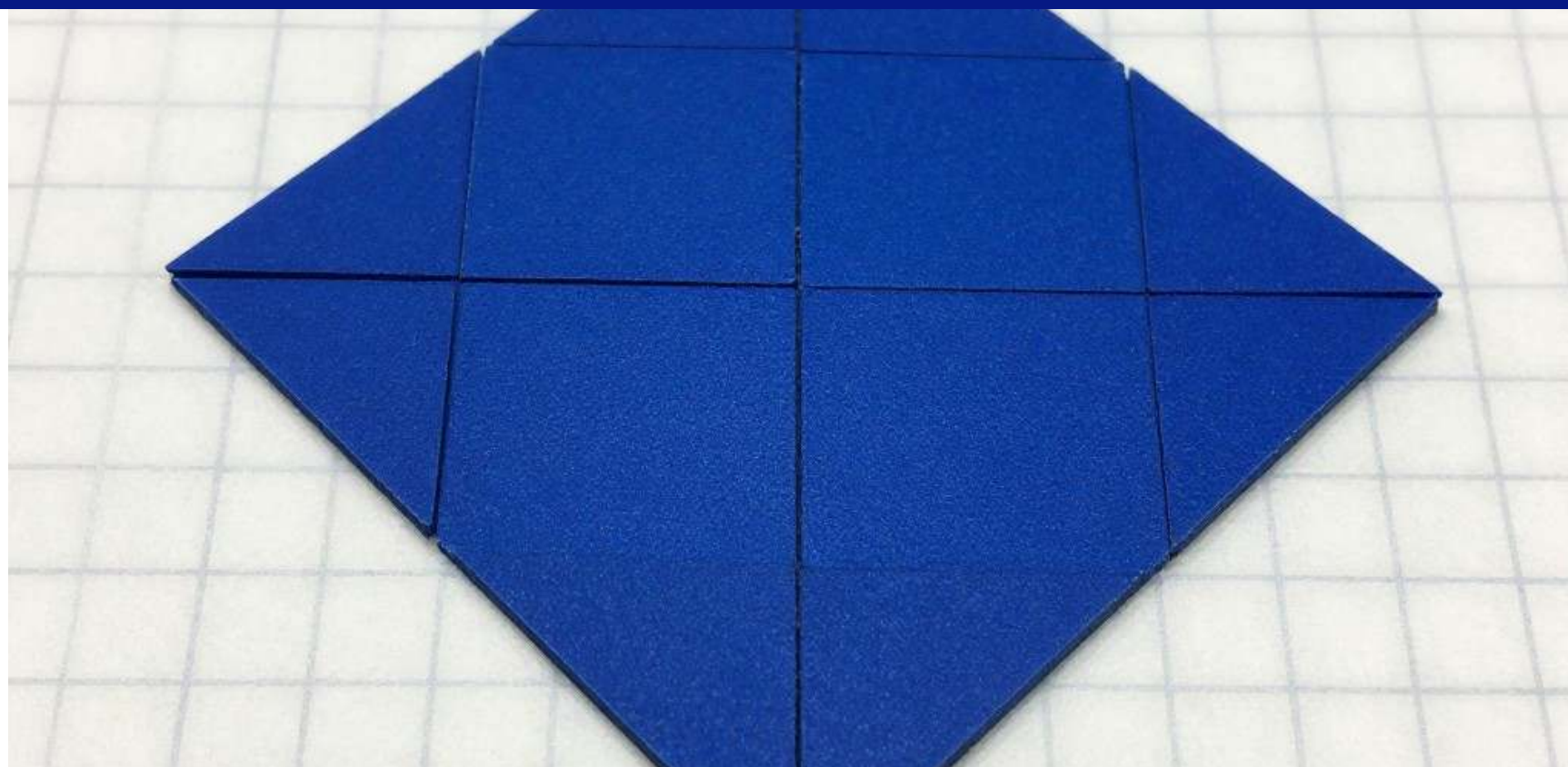
Равенство фигур на клетчатой бумаге

Фигура на клетках

На клетчатой бумаге сразу видно, сколько клеток занимает фигура и как расположены её стороны. Если две фигуры совпадают по размерам и углам, их можно сравнить очень точно, даже без специальных измерительных инструментов.

Сдвиг, поворот, отражение

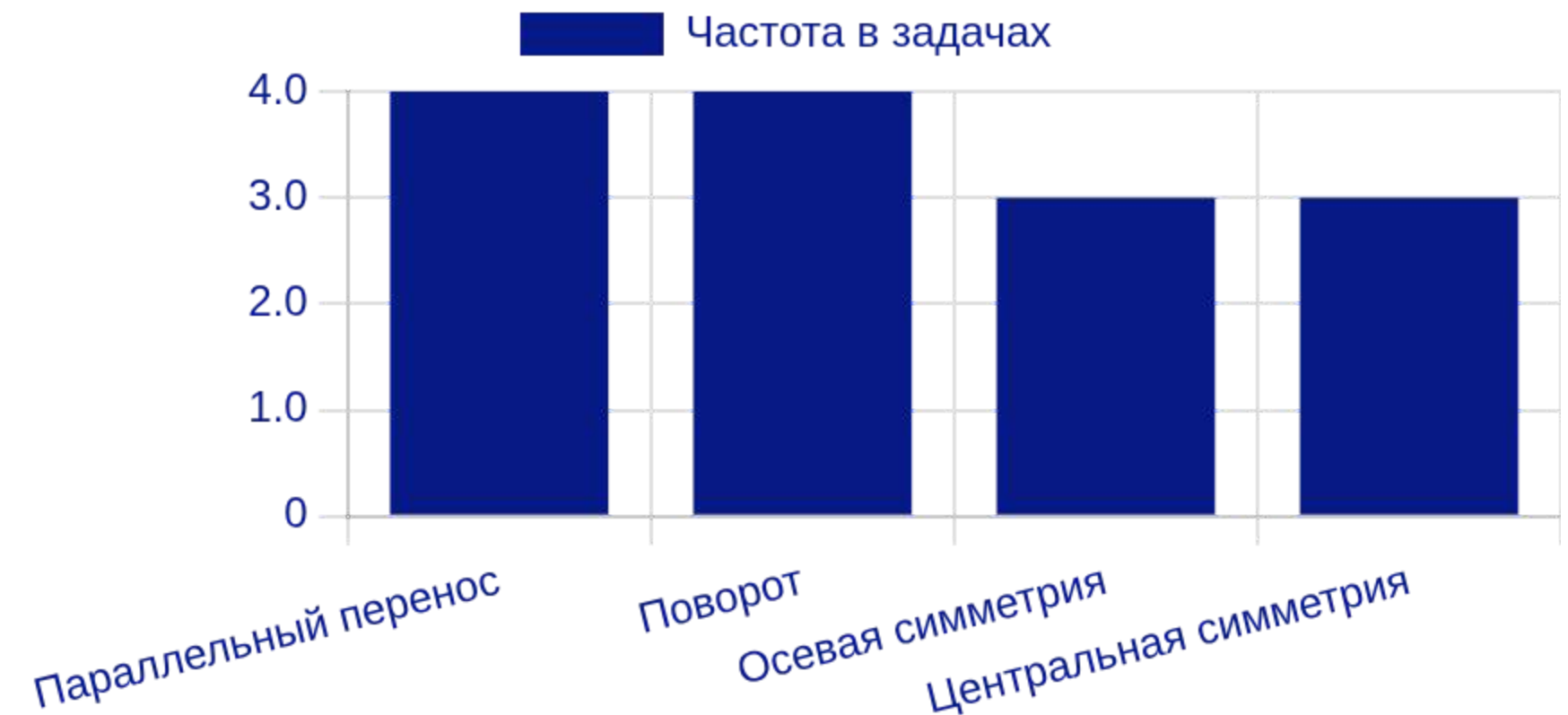
Одинаковые фигуры могут стоять в разных местах листа, быть повернуты или отражены. На клетчатой бумаге такие изменения легко заметить: сохраняются длины, углы и площадь, а различается только положение фигуры.



Какие движения чаще всего встречаются в задачах

На уроках чаще всего рассматривают движения, которые удобно строить на клетчатой бумаге и проверять по рисунку.

Все четыре движения одинаково важны: они помогают менять положение фигуры, не изменяя её размеров и формы.



Учебная иллюстрация, без статистических данных.

Частые ошибки при сравнении фигур

Только стороны

Нельзя судить о равенстве фигур, сравнив лишь длины сторон. У треугольников и четырёхугольников важно также проверить углы, иначе можно перепутать равные и разные фигуры.

Путают с подобием

Подобные фигуры действительно похожи, но их размеры могут отличаться. Равные фигуры совпадают полностью, поэтому равенство нельзя заменять простым сходством внешнего вида.

Неверные вершины

Если перепутать соответствие вершин, можно сравнить не те стороны и углы. Поэтому важно заранее отметить, какие элементы одной фигуры соответствуют элементам другой.

Забывают отражение

Иногда фигура совпадает с другой только после отражения. Если не учитывать осевую симметрию, можно ошибочно решить, что фигуры не равны.

Судят по виду

Внешнее сходство ещё не доказывает равенство. Нужна точная проверка всех соответствующих элементов и, при необходимости, поиск движения, которое переводит одну фигуру в другую.

Равенство и подобие: в чём разница

Схема помогает сначала проверить совпадение размеров, а затем — одинаковость формы и пропорций.

Движения фигур в орнаментах и архитектуре

Ритм узора

В орнаментах повторяющиеся фигуры создают ощущение порядка и ритма. Один и тот же элемент может многократно переноситься, образуя ровную полосу, рамку или заполнение поверхности.

Симметрия в деталях

Повороты и отражения делают узоры выразительными и уравновешенными. Благодаря им снежинки, витражи и декоративные решётки выглядят цельно, хотя состоят из повторяющихся частей.

Архитектурные мотивы

На фасадах и в мозаиках геометрические движения помогают строить точные композиции. Повторение равных фрагментов делает рисунок аккуратным и хорошо читаемым издали.

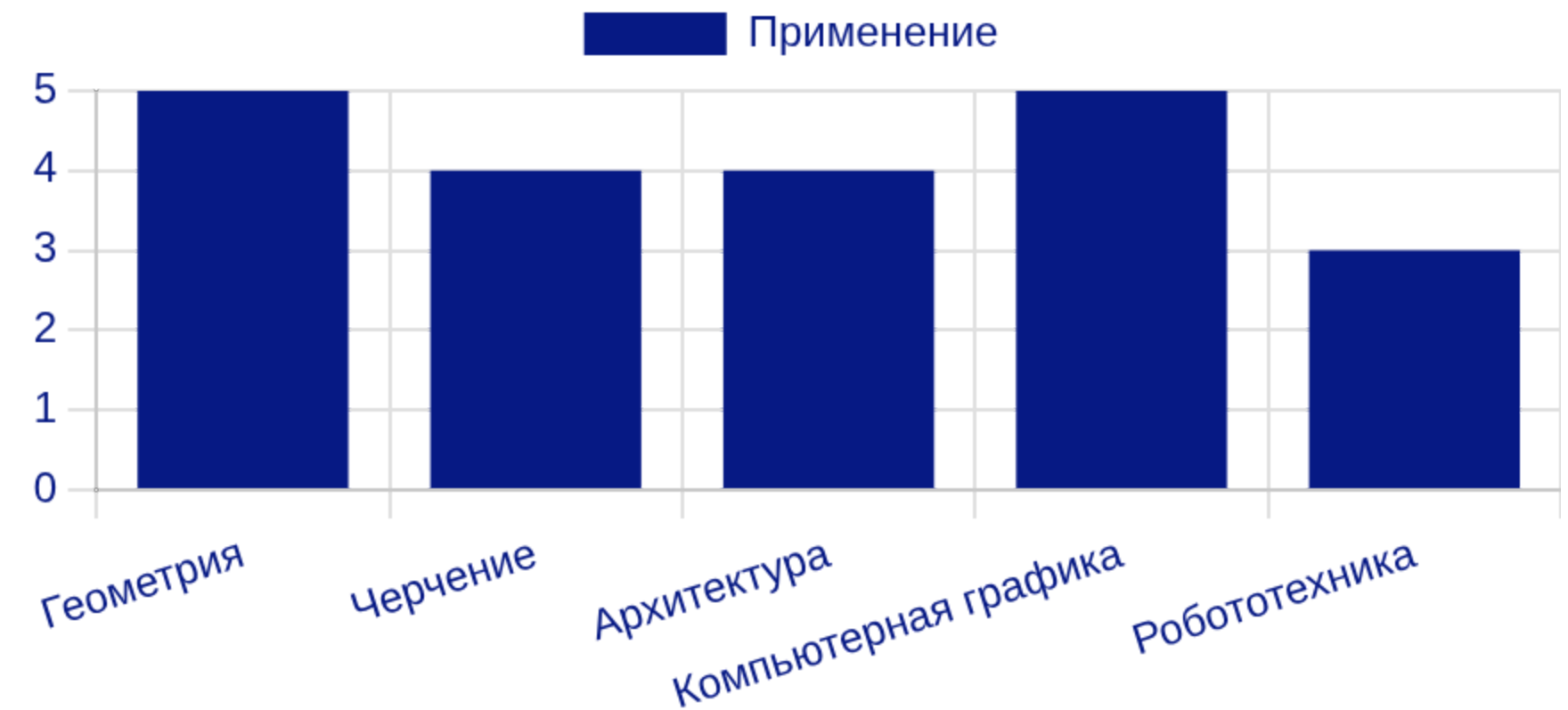
Почему это удобно

Геометрические преобразования позволяют проектировать украшения без случайных искажений. Поэтому архитектор и художник могут изменять положение элемента, сохраняя его форму и размеры.

Где применяются движения фигур

Разные области используют одни и те же идеи: перенести объект, повернуть его или отразить без изменения формы.

Движения фигур нужны там, где важны точность, согласованность и сохранение размеров при изменении положения объекта.



Учебная иллюстрация, без статистических данных.

Ключевые выводы по теме



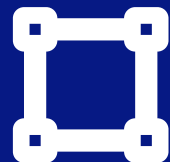
Равенство при наложении

Если фигуры можно совместить полностью, значит, они равны. Совпадают не только контуры, но и все соответствующие стороны, углы, периметр и площадь.



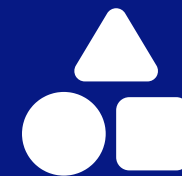
Движение без искажения

Параллельный перенос, поворот и симметрия меняют положение фигуры, но сохраняют её форму и размеры. Поэтому движение не делает фигуру другой по сути.



Треугольники доказывают многое

Три признака равенства треугольников позволяют строго сравнивать фигуры в задачах. Они помогают доказывать равенство без полного построения наложением.



Симметрия вокруг нас

Орнаменты, снежинки, буквы и архитектурные детали часто построены по законам симметрии. Это делает изображения упорядоченными и легко узнаваемыми.



Главный вывод

Чтобы сравнить фигуры правильно, нужно учитывать все соответствующие элементы и возможное движение. Тогда вывод о равенстве будет точным и обоснованным.

Итог урока: геометрия сохраняет форму

Равенство фигур и движения показывают, что геометрические объекты могут менять положение, но сохранять свои размеры и свойства. Эти идеи нужны для доказательств, построений и понимания симметрии вокруг нас.