

Теорема синусов: связь сторон и углов треугольника

Как по одной части треугольника узнать остальные?

Зачем нужна теорема синусов в 9 классе

01

Она соединяет свойства треугольника и тригонометрию, помогая находить стороны и углы там, где данных недостаточно. Особенно полезна, когда известны пара углов и одна сторона.

3 равенства

**связывают стороны
треугольника с синусами
противолежащих углов.**

Школьный курс геометрии, 9 класс

Эта запись позволяет находить неизвестные элементы
треугольника по уже известным данным.

Обозначения сторон и углов в треугольнике

Пара напротив пары

Сторона a всегда расположена напротив угла A , сторона b — напротив B , а сторона c — напротив C . Это правило сохраняется во всех задачах и помогает не ошибиться при подстановке.

Единая система записи

Когда обозначения выбраны правильно, формула читается одинаково в любой задаче. Тогда легко понять, какую дробь составлять и какой синус нужен для вычислений.

Удобство на чертеже

Полезно пометить угол и противоположную ему сторону одним цветом или одинаковой меткой. Такой приём делает рисунок наглядным и уменьшает риск перепутать элементы.

Основа решения

Без точного соответствия между стороной и углом теорема синусов работает неверно. Поэтому сначала всегда проверяют, где лежит нужная сторона и какой угол ей противолежит.

Когда теорема синусов особенно удобна



Два угла и сторона

Если в треугольнике известны два угла и одна сторона, сначала находят третий угол, а затем выбирают нужную пропорцию. Это один из самых удобных случаев применения теоремы.



Две стороны и угол напротив

Когда известны две стороны и угол напротив одной из них, теорема помогает связать данные через синус и найти недостающий элемент. Такой тип задач часто встречается в школе.



Произвольный треугольник

Теорема подходит не только для прямоугольных треугольников. Она работает для любых треугольников, если правильно определить соответствующие пары и выбрать нужный синус.

Как решать задачи по теореме синусов

Последовательность действий от условия к проверке ответа



Доказательство через площадь треугольника

Три формулы площади

Площадь одного и того же треугольника можно записать через разные пары сторон и угол между ними. Для этого используют выражения с синусом соответствующего угла.

Сравнение выражений

Если приравнять формулы площади, получаются равенства между отношениями сторон и синусов. Из них постепенно складывается основная запись теоремы синусов.

Связь с площадью

Такое доказательство показывает, что теорема синусов не случайна: она вытекает из общей формулы площади и связывает между собой углы, стороны и измерение фигуры.

Равенство отношений в одном треугольнике

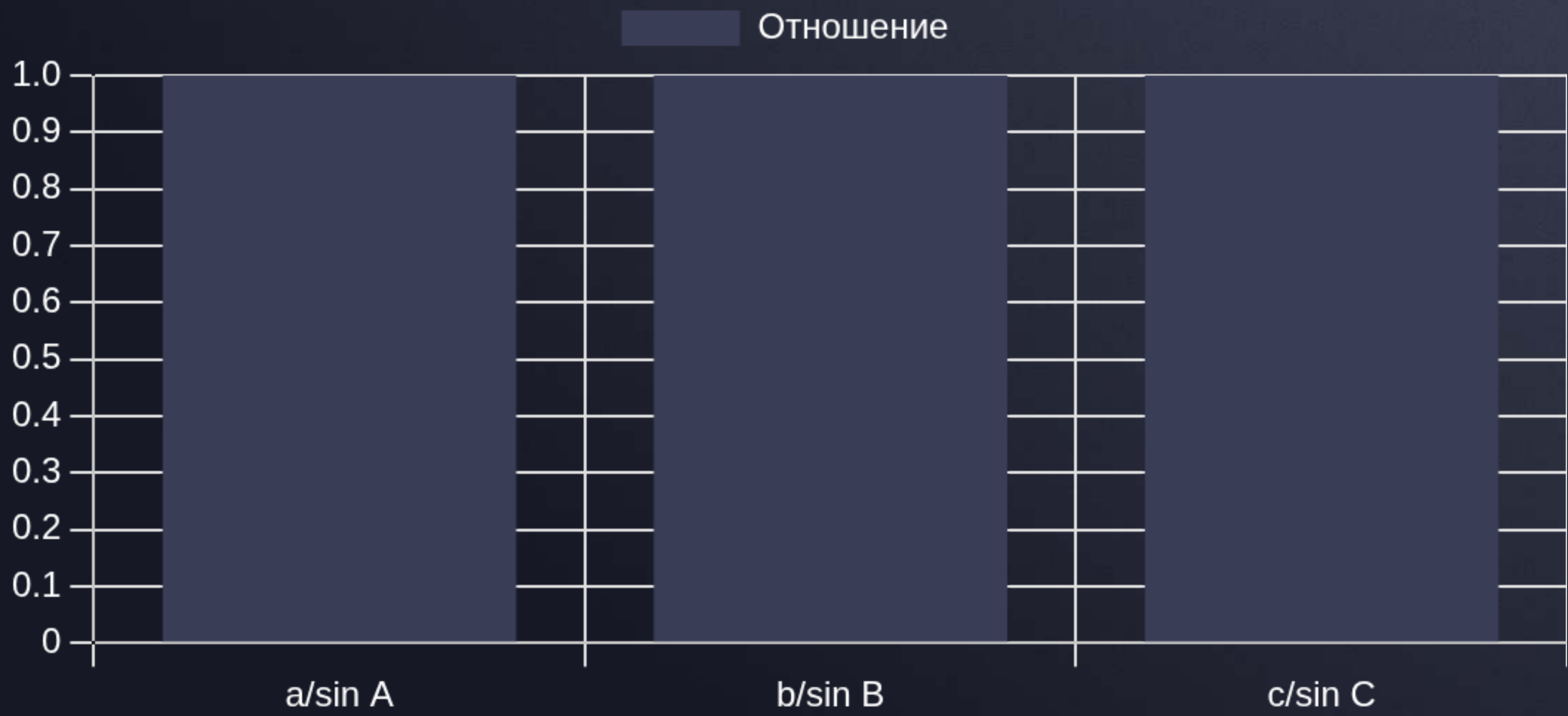


Диаграмма использует нормированное значение, чтобы показать равенство трёх отношений без лишних вычислений.

Все три выражения совпадают, значит формула теоремы синусов выполняется для всего треугольника, а не только для одной пары сторон и углов.

Иллюстрация по теореме синусов; нормированное сравнение

Пример вычисления стороны по двум углам и одной стороне

Покажем, как теорема синусов помогает найти неизвестную сторону по уже известным данным.

При большем угле противолежащая сторона обычно длиннее, поэтому ответ согласуется с рисунком и свойством треугольника.

Дано	Формула	Ответ
$A=30^\circ, B=45^\circ, a=8\text{ см}$	$b=a\cdot\sin B/\sin A$	$b\approx 11,3\text{ см}$

Расчёт по теореме синусов

Чертёж как основа правильного решения

01

1. Подпиши данные

Сначала на рисунке отмечают все известные углы и стороны. Это помогает увидеть, каких данных не хватает и где именно нужно применять теорему синусов.

02

2. Найди противолежащие пары

Затем у каждой стороны отыскивают её угол напротив. Если пары определены верно, легче выбрать нужную дробь и избежать путаницы в формуле.

03

3. Проверь запись

Перед вычислением полезно ещё раз посмотреть на чертёж. Так можно заметить, не перепутаны ли числитель и знаменатель и тот ли синус используется.

04

4. Сверь с логикой

После решения ответ сравнивают с рисунком и правилом: большему углу соответствует большая противолежащая сторона. Это помогает быстро обнаружить ошибку.



Связь теоремы синусов и теоремы косинусов

Известны углы

Если в задаче даны два угла и одна сторона, удобнее начинать с теоремы синусов: по одной известной паре «сторона — противолежащий угол» можно быстро найти остальные элементы треугольника.

Известны две стороны

Когда заданы две стороны и угол между ними, чаще выбирают теорему косинусов: она напрямую связывает стороны и позволяет найти третью сторону без предварительного вычисления углов.

Обе формулы вместе

В сложных задачах теоремы работают как единый инструмент: одна помогает найти недостающие углы или стороны, а другая уточняет ответ и завершает решение треугольника.

Как связаны величины углов и сторон



Здесь показано не точное измерение, а наглядная модель одного треугольника: чем больше угол, тем длиннее противоположная сторона.

Порядок углов совпадает с порядком противоположных сторон, поэтому теорема синусов помогает быстро сравнивать элементы треугольника.

Иллюстративные значения, построенные по свойству теоремы синусов

Теорема синусов для разных видов треугольников

01

Остроугольный случай

В остроугольном треугольнике все углы меньше 90° , поэтому теорема синусов применяется напрямую и без дополнительных оговорок. Она помогает находить стороны и углы по уже известным данным.

02

Прямоугольный случай

Даже в прямоугольном треугольнике теорема остаётся верной, хотя обычно здесь достаточно более простых отношений. Она особенно полезна, когда известны не катеты, а другие элементы фигуры.

03

Тупоугольный случай

Если один угол больше 90° , формула не меняется, но нужно внимательно отмечать сторону напротив этого угла. Именно правильная пара «угол — сторона» делает вычисления верными.

Типы задач, где используется теорема синусов

Ситуация	Что известно	Что делать
1	2 угла, 1 сторона	Найти третье
2	2 стороны, 1 угол	Использовать пару
3	Пара «сторона–угол»	Записать пропорцию

Школьные типовые задачи по геометрии

Таблица показывает, в каких ситуациях теорема синусов помогает решить задачу быстрее всего и что нужно искать в первую очередь.

Теорема особенно удобна там, где есть хотя бы одна связка «сторона — противолежащий угол»; именно она открывает путь к остальным вычислениям.

Проверка полученного ответа



Сумма углов

После вычислений важно убедиться, что все углы треугольника в сумме дают 180° . Если сумма не совпадает, значит, где-то допущена ошибка в исходных данных или подстановке.



Соответствие чертежу

Найденная сторона должна выглядеть правдоподобно на рисунке: слишком большое или слишком маленькое значение часто указывает на перепутанные дроби, неправильный синус или неверный выбор формулы.

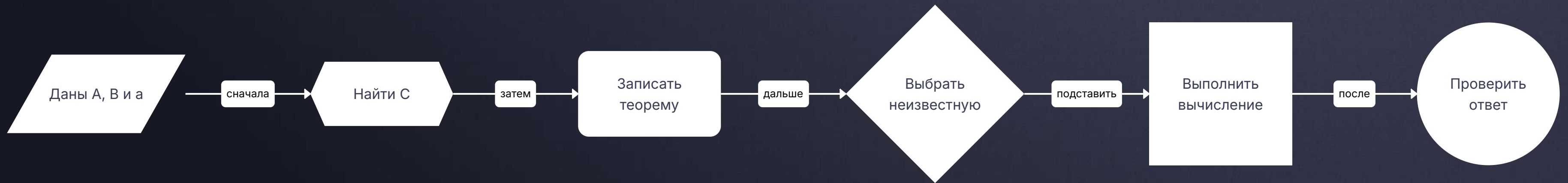


Логика сравнения

Напротив большего угла должна лежать большая сторона. Если получился обратный порядок, нужно ещё раз проверить обозначения на чертеже и шаги вычисления.

Решение задачи, если известны два угла и одна сторона

Последовательность действий при применении теоремы синусов в типовой задаче по геометрии



Применение теоремы синусов в жизни и измерениях

Как измерить ширину реки

На одном берегу выбирают две точки наблюдения и измеряют расстояние между ними. Затем по углам на противоположный объект строят треугольник и находят недоступное расстояние без переправы.



План местности без прямого доступа

При съёмке территории геодезист может видеть ориентир, но не иметь возможности подойти к нему. Тогда по нескольким измеренным углам и одной базе определяют стороны треугольника и наносят их на план.



Навигация и ориентирование

В навигации теорема помогает связывать направление движения с расстоянием до точки назначения. Когда известны два направления наблюдения, можно восстановить нужный участок пути и уточнить положение объекта.



Частые ошибки при работе с теоремой синусов



Большинство промахов связано не с вычислениями, а с невнимательностью к обозначениям, поэтому чертёж нужно читать так же внимательно, как условие.

Чаще всего ошибки появляются на этапе записи формулы и выбора пары «сторона — угол», а не на этапе арифметики.

Иллюстративное распределение типичных ошибок при разборе задач

Главная идея теоремы синусов

01

Связь элементов

Теорема показывает, что стороны и углы треугольника связаны не случайно, а по строгому правилу. Если известна часть данных, можно восстановить недостающие элементы фигуры.

02

Удобство решения

Формула $a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C$ помогает находить неизвестные стороны и углы в разных задачах, когда полный набор измерений отсутствует.

03

Основа для 9 класса

Это одна из ключевых формул школьной геометрии. Она соединяет свойства треугольника, тригонометрию и умение работать с чертежом в одном способе решения.

Теорема синусов открывает треугольник с новой стороны

Она позволяет находить неизвестные стороны и углы по неполным данным, развивает точность вычислений и учит видеть связь между чертежом, формулой и логикой геометрической задачи.

