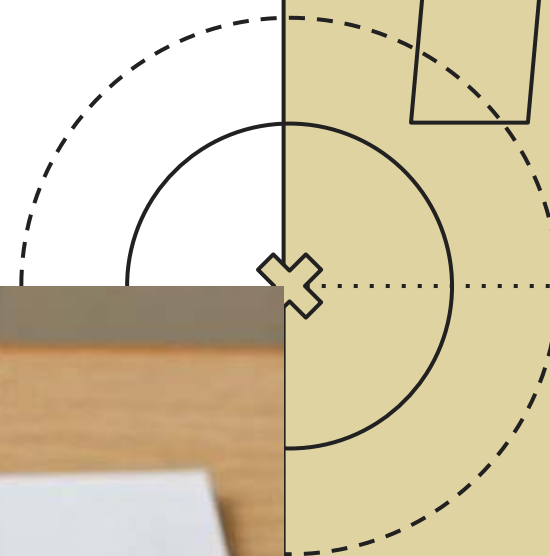
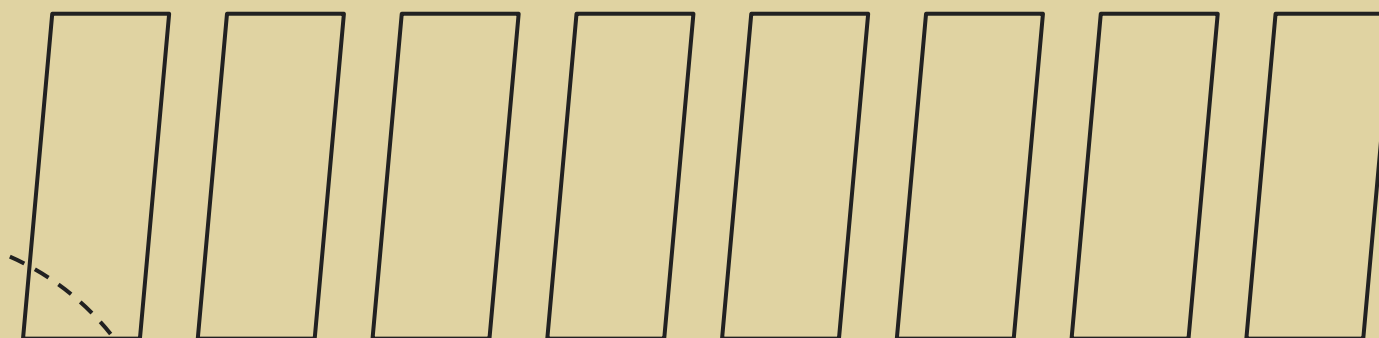


Взаимное расположение двух окружностей

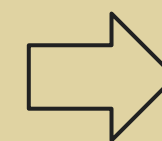
Как определить, пересекутся ли две окружности?



Окружности в школьной геометрии



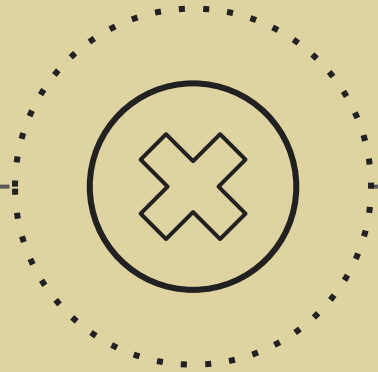
Эта тема помогает понять,
как две окружности могут
располагаться на плоскости
и сколько у них общих точек. Она
связана с радиусом, центром,
касанием и полезна
при построениях и решении задач.



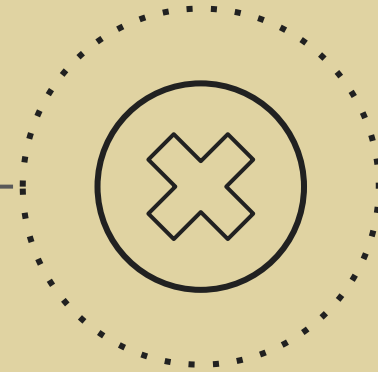
Три величины, которые решают задачу



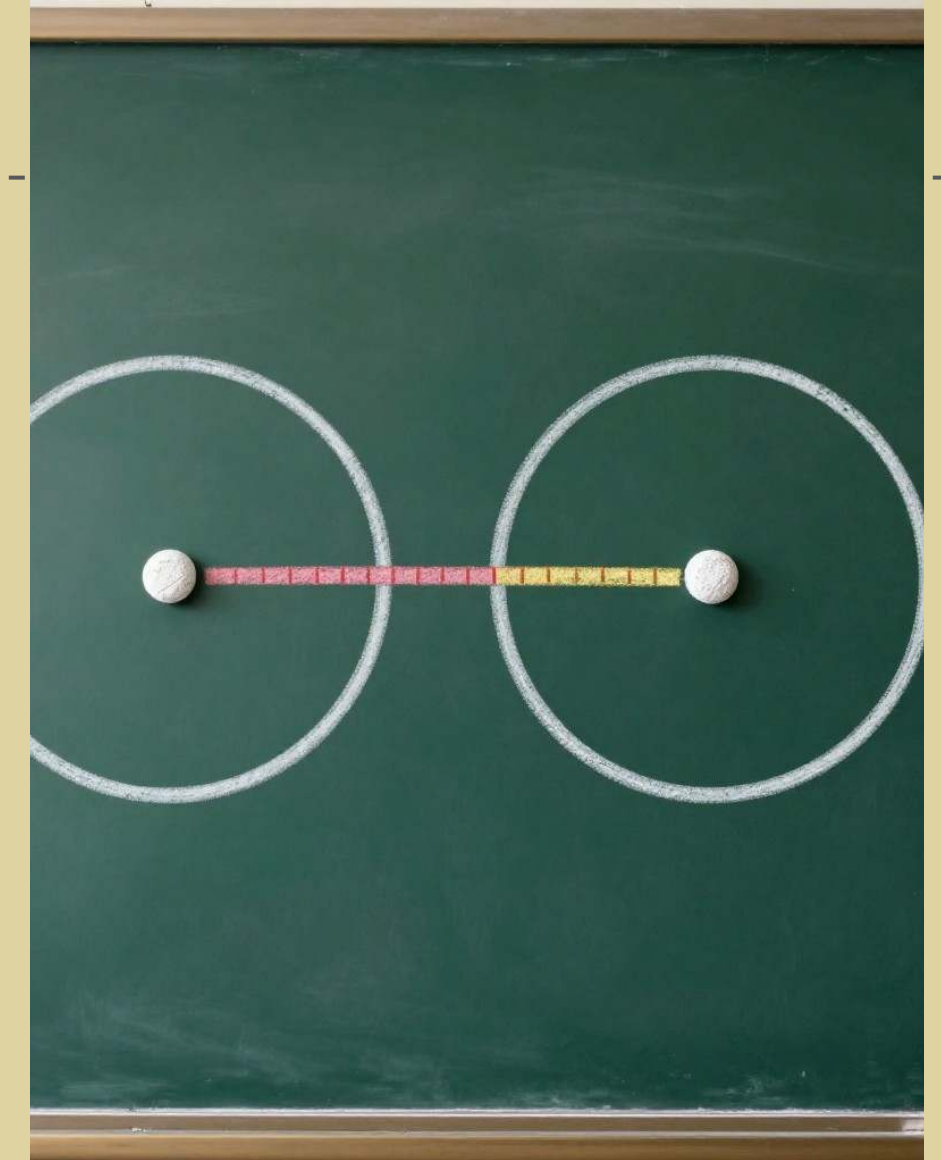
Расстояние между центрами
Величина d показывает, насколько далеко друг от друга расположены центры O_1 и O_2 . Именно с неё начинают анализ, потому что она задаёт общее положение фигур на плоскости.



Сумма радиусов
Сравнение d с $r_1 + r_2$ отвечает на вопрос, могут ли окружности встретиться снаружи. Если расстояние больше или равно этой сумме, наружное пересечение уже исключается.



Разность радиусов
Сравнение d с $|r_1 - r_2|$ показывает, может ли одна окружность оказаться внутри другой. Эта граница особенно важна, когда нужно отличить касание от полного вложения.



Две границы, которые делят все случаи

На схеме видно, что две числовые границы полностью определяют взаимное расположение окружностей.

Между границами возможны пересечение и касания, а за пределами — отсутствие общих точек.



Схема составлена по правилам взаимного расположения окружностей в школьной геометрии.

Основные случаи взаимного расположения

Таблица показывает связь между условием, числом общих точек и названием случая.

Все варианты сводятся к пяти случаям, и каждый из них определяется только сравнением d с двумя границами.

Условие	Точки	Случай
$d > r_1 + r_2$	0	Снаружи
$d = r_1 + r_2$	1	Внешнее касание
$ r_1 - r_2 < d < r_1 + r_2$	2	Пересечение
$d = r_1 - r_2 $	1	Внутреннее касание
$d < r_1 - r_2 $	0	Внутри

общие точки бывают у окружностей в случае пересечения

Это происходит только тогда, когда расстояние между центрами больше разности радиусов, но меньше их суммы.

2

■ Школьное правило для случая $|r_1 - r_2| < d < r_1 + r_2$.

Внешнее касание

01

Одна точка соприкосновения

Если $d=r_1+r_2$, окружности касаются снаружи и имеют только одну общую точку. Этот случай не считается пересечением, потому что общая точка всего одна.

02

Прямая через центры

Центры обеих окружностей и точка касания лежат на одной прямой. Так легче проверить чертёж и понять, что окружности расположены именно в касании, а не просто близко друг к другу.

03

Радиусы в касании

Радиусы, проведённые к точке касания, направлены навстречу друг другу. В этом месте они образуют общую касательную, которая касается обеих окружностей только в одной точке.



Внутреннее касание

01

Касание изнутри

При $d = |r_1 - r_2|$ меньшая окружность касается большей изнутри. Общая точка только одна, а сама меньшая окружность остаётся внутри большей.

02

Общая прямая

Как и во внешнем касании, центр большей окружности, центр меньшей и точка касания лежат на одной прямой. Это главный признак такого расположения.

03

Разные радиусы

Внутреннее касание возможно только при разных радиусах. Если радиусы равны, разность равна нулю, и речь уже идёт не о касании, а о другом случае.



Когда окружности не имеют общих точек снаружи

Фигуры отдельно

Если $d > r_1 + r_2$, окружности расположены далеко друг от друга и не пересекаются.

Между их границами остаётся промежуток, поэтому общих точек нет.

Проверка на чертеже

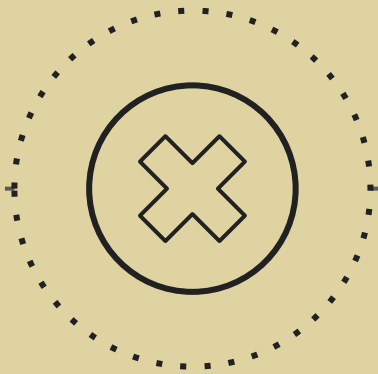
Этот случай легко увидеть на рисунке: окружности как будто стоят по разные стороны и не дотягиваются друг до друга. Сумма радиусов меньше расстояния между центрами.



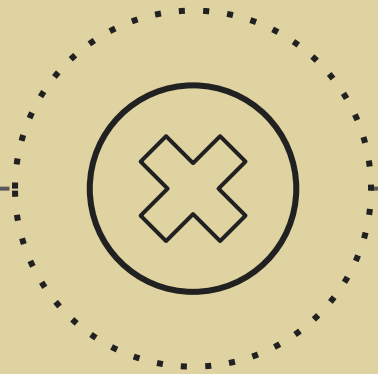
Практический смысл

Такое сравнение помогает сразу понять, нужно ли искать точки пересечения. Если расстояние слишком велико, ответ однозначен: окружности не встречаются.

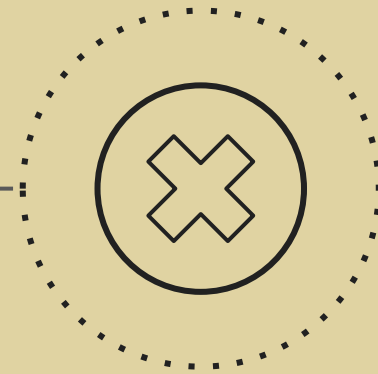
Когда одна окружность лежит внутри другой



Полное вложение
Если $d < |r_1 - r_2|$,
меньшая
окружность
целиком находится
внутри большей.
Её граница
не касается
внешней
окружности,
поэтому общих
точек нет.



**Не путать
с касанием**
Здесь нет даже
одной точки
соприкосновения.
Это важно
отличать
от внутреннего
касания, где
окружности имеют
ровно одну общую
точку.

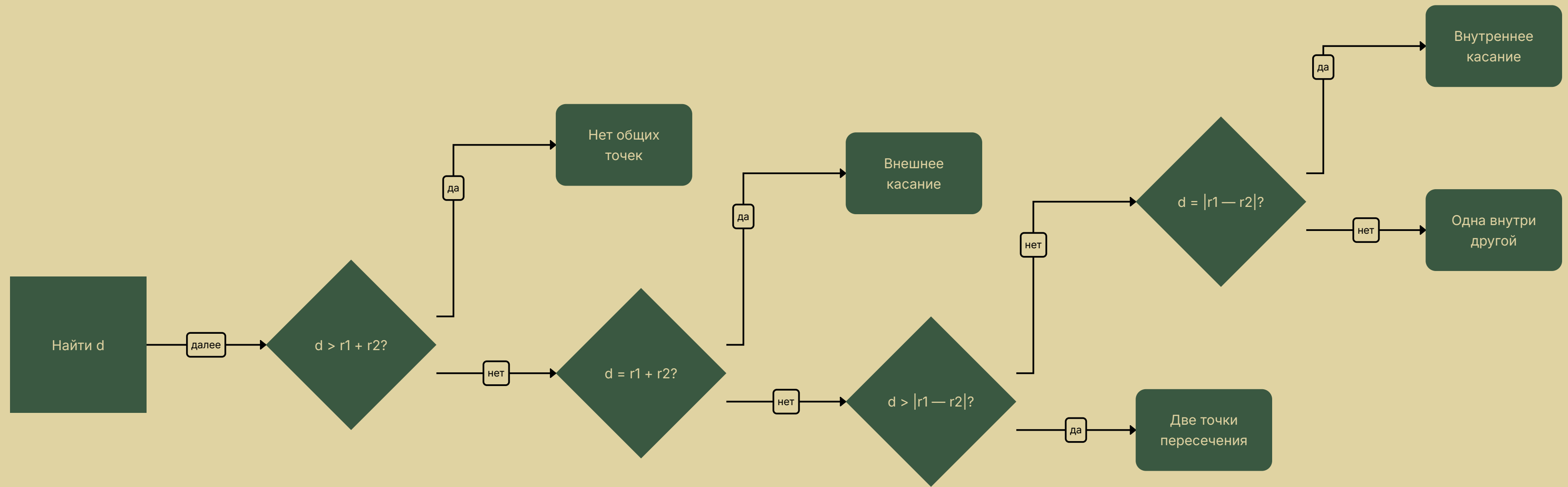


**Что показывает
сравнение**
Разность радиусов
задаёт внутреннюю
границу,
а расстояние
между центрами
оказывается
меньше неё.
Значит, одна
окружность
помещается внутри
другой,
не достигая
её границы.



Алгоритм определения положения окружностей

✗ Сначала сравнивают расстояние между центрами d с суммой и разностью радиусов, чтобы выбрать нужный случай.



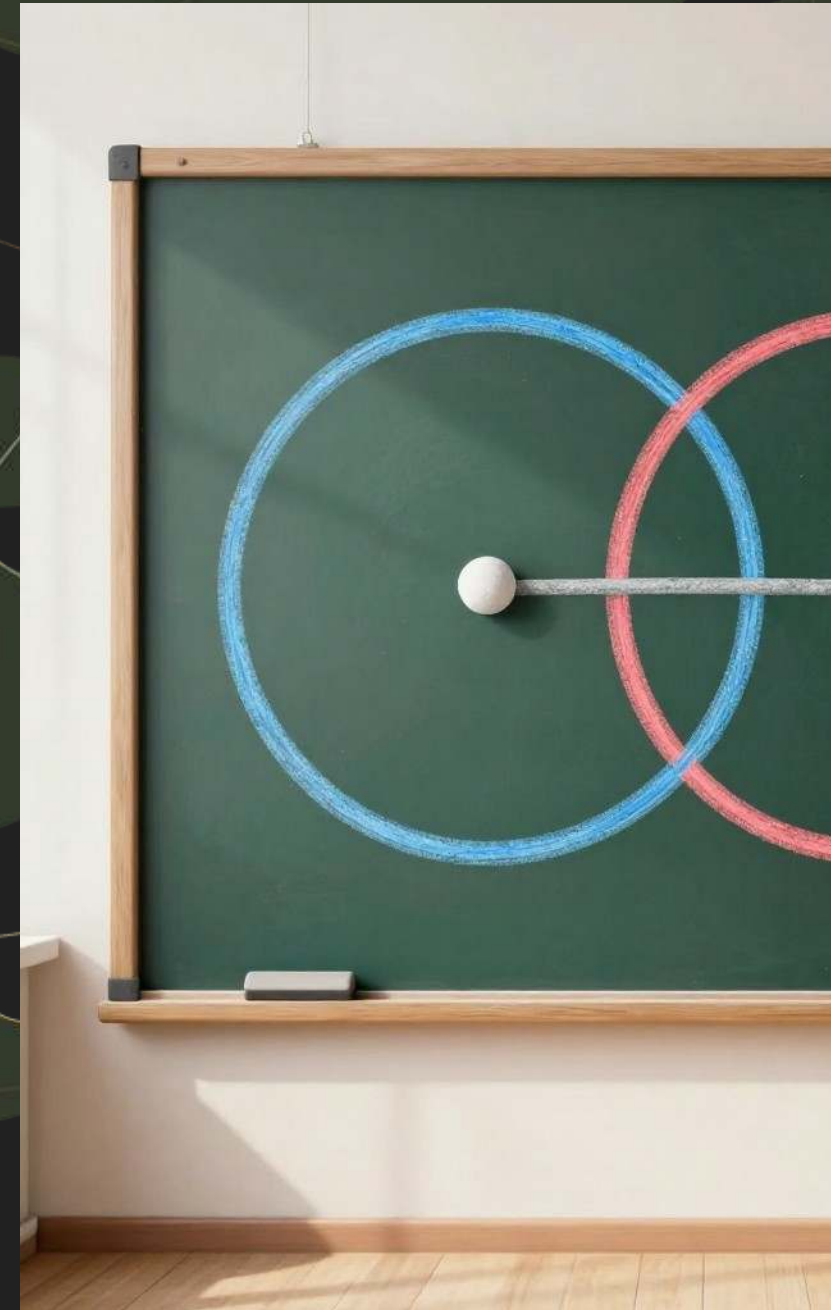
Как выглядит пересечение двух окружностей

Два центра

На чертеже отмечены центры O_1 и O_2 , а также отрезок между ними. Именно расстояние d помогает понять, будет ли встреча окружностей, касание или полное разобщение.

Две точки пересечения

Если выполнено неравенство $|r_1 - r_2| < d < r_1 + r_2$, линии окружностей пересекаются в двух точках. Это видно по симметричному расположению дуг относительно отрезка O_1O_2 .



Радиусы и расстояние

Подписи r_1 , r_2 и d показывают, какие величины сравнивают в задаче. По ним легко проверить, что окружности не просто соприкасаются, а действительно пересекаются.

Сколько общих точек бывает у окружностей



Одинаковое число общих точек может возникать при разных условиях, поэтому важен не только результат, но и сам характер расположения окружностей.



Две точки встречаются только в одном случае, а ноль и одна точка получаются в двух разных ситуациях каждая.



Схема классификации взаимного расположения окружностей по сравнению d , r_1+r_2 и $|r_1-r_2|$

Примеры с числами

01

Пересечение

При $r_1=5$, $r_2=3$ и $d=7$ получаем $2 < 7 < 8$. Значит, окружности расположены так, что их границы пересекаются ровно в двух точках.

02

Внешнее касание

Если $r_1=5$, $r_2=3$ и $d=8$, то $d=r_1+r_2$. В этом случае окружности касаются снаружи в одной общей точке, без пересечения.

03

Внутреннее положение

При $r_1=5$, $r_2=3$ и $d=1$ выполняется $1 < 2$. Меньшая окружность целиком находится внутри большей и не имеет с ней общих точек.

Сводная таблица для запоминания

✕ Короткая таблица помогает быстро определить тип расположения и число общих точек по сравнению расстояния между центрами с двумя границами.

✕ Достаточно сравнить d с двумя порогами, чтобы сразу определить и число общих точек, и название случая.

Условие	Точек	Случай	Смысл
$d > r_1 + r_2$	0	снаружи	отдельно
$d = r_1 + r_2$	1	внешнее касание	соприкосновение
$ r_1 - r_2 < d$	2	пересечение	две точки
$d = r_1 - r_2 $	1	внутреннее касание	изнутри
$d < r_1 - r_2 $	0	внутри	без встречи

Правила взаимного расположения двух окружностей

Особый случай равных радиусов

01

Окружности совпадают

Когда $r_1=r_2$ и $d=0$, центры совпадают, а значит, совпадают и сами окружности. В школьных задачах это считают одной и той же окружностью.

02

Две общие точки

Если радиусы равны и $0 < d < 2r$, окружности пересекаются в двух точках. Расстояние между центрами достаточно велико для пересечения, но не для касания.

03

Внешнее касание

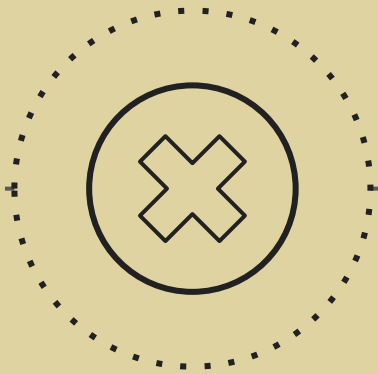
При $d=2r$ окружности касаются снаружи в одной точке. Это пограничный случай между пересечением и полным отсутствием общих точек.

04

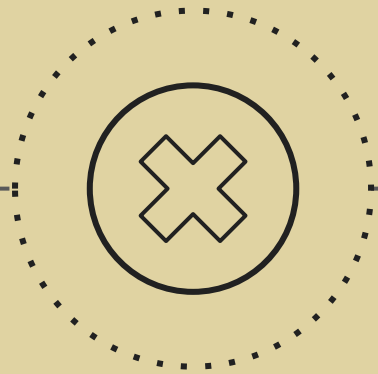
Нет общих точек

Если $d > 2r$, окружности находятся слишком далеко друг от друга и не имеют общих точек. Их границы не соприкасаются ни в одной точке.

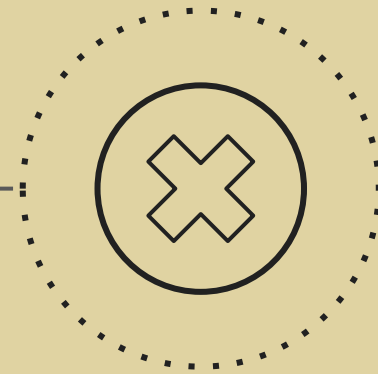
Геометрический смысл касания



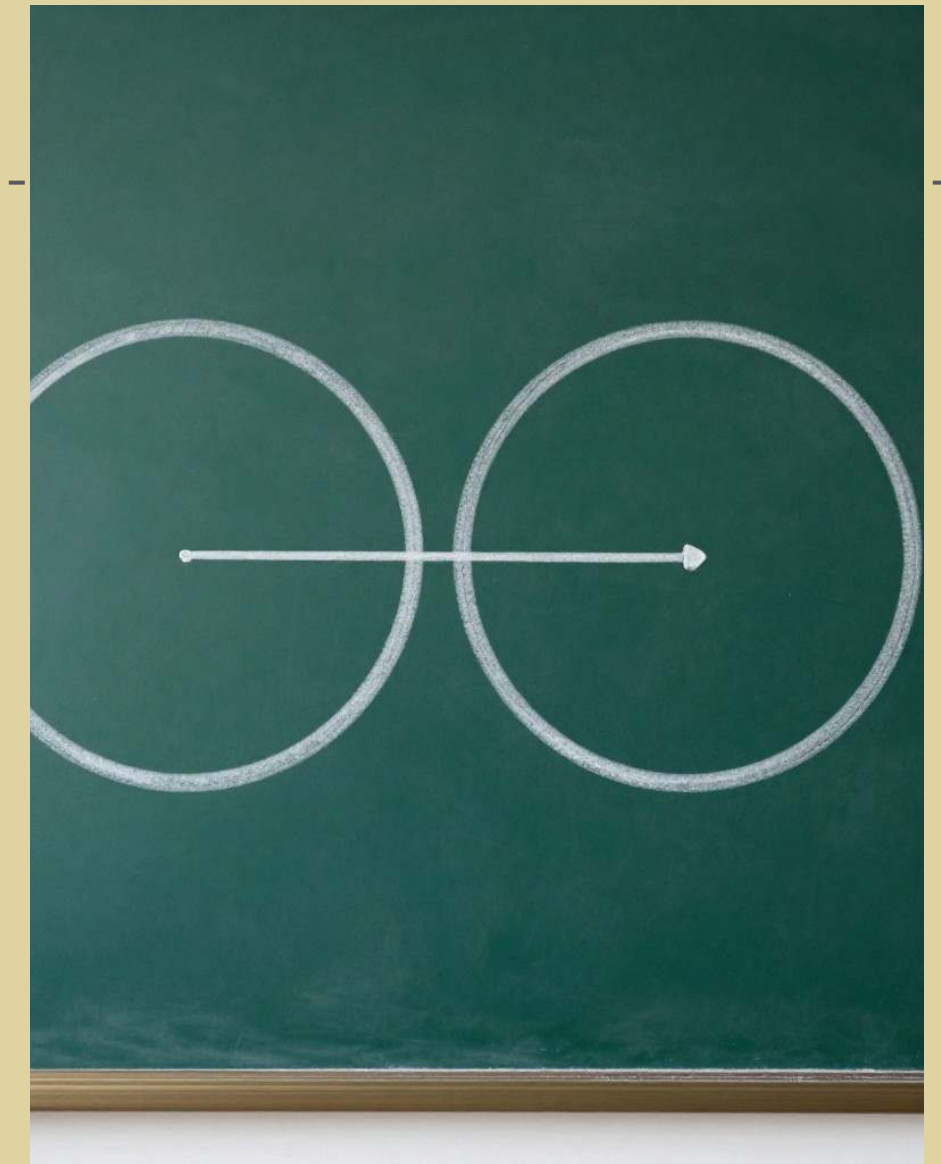
Одна общая точка
Касание означает, что у окружностей есть только одна общая точка. Именно это отличает его от пересечения, где общих точек две.



Перпендикуляр к касательной
Радиус, проведённый в точку касания, всегда перпендикулярен касательной. Это важное свойство помогает проверять чертёж и строить касательные аккуратно.



Полезный признак
Если на рисунке видно касание, можно сразу сделать вывод о числе общих точек и о том, что окружности не пересекают друг друга.



Сравнение чисел в пяти случаях

Обе границы работают как ориентиры: одна отделяет внутреннее положение, другая — внешнее. Между ними остаётся единственный случай пересечения.

Пять положений полностью покрывают все варианты. Достаточно проверить две границы, чтобы без лишних вычислений выбрать нужный случай.

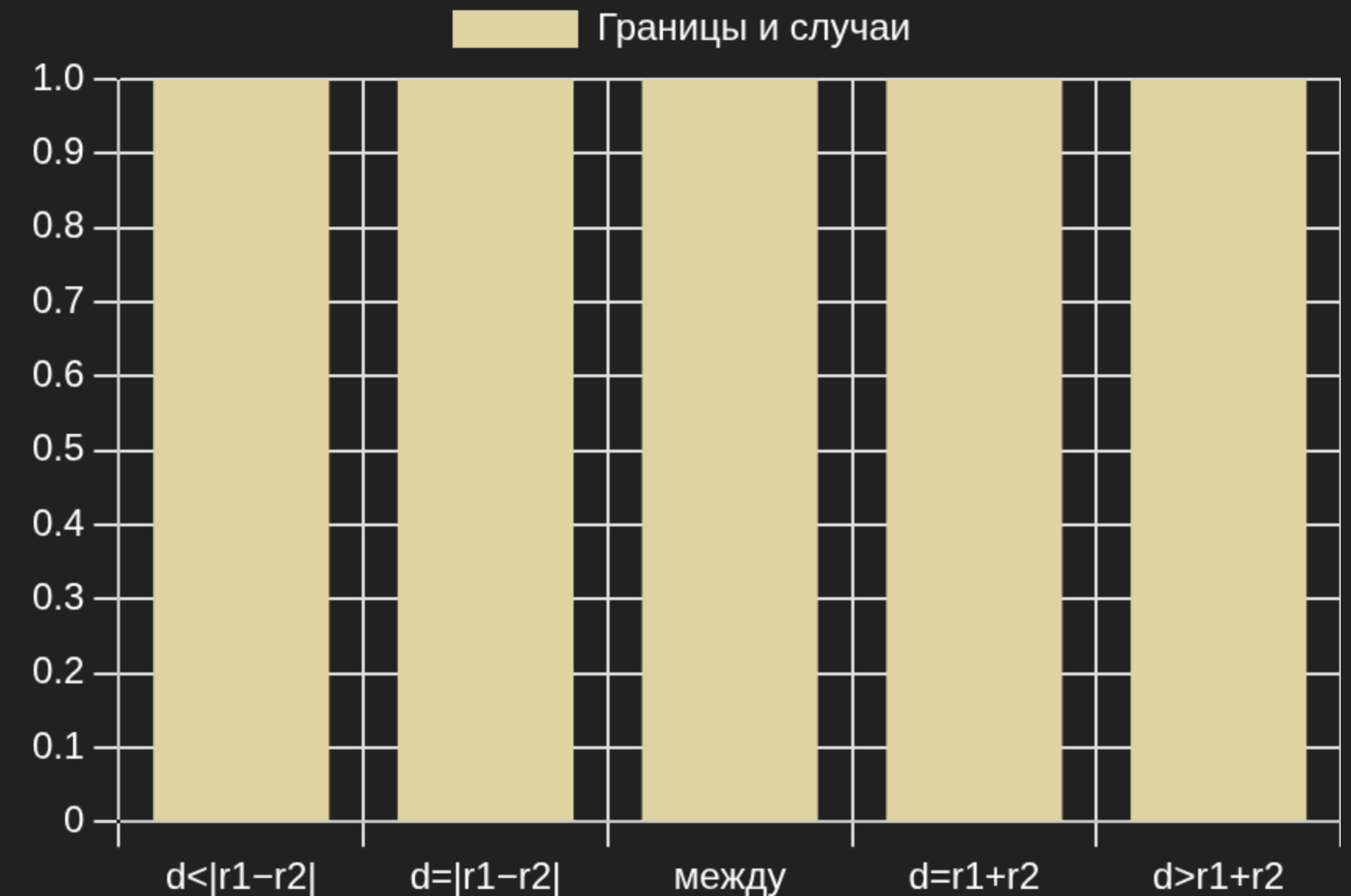


Схема сравнения d с $|r1-r2|$ и $r1+r2$ в теме взаимного расположения окружностей

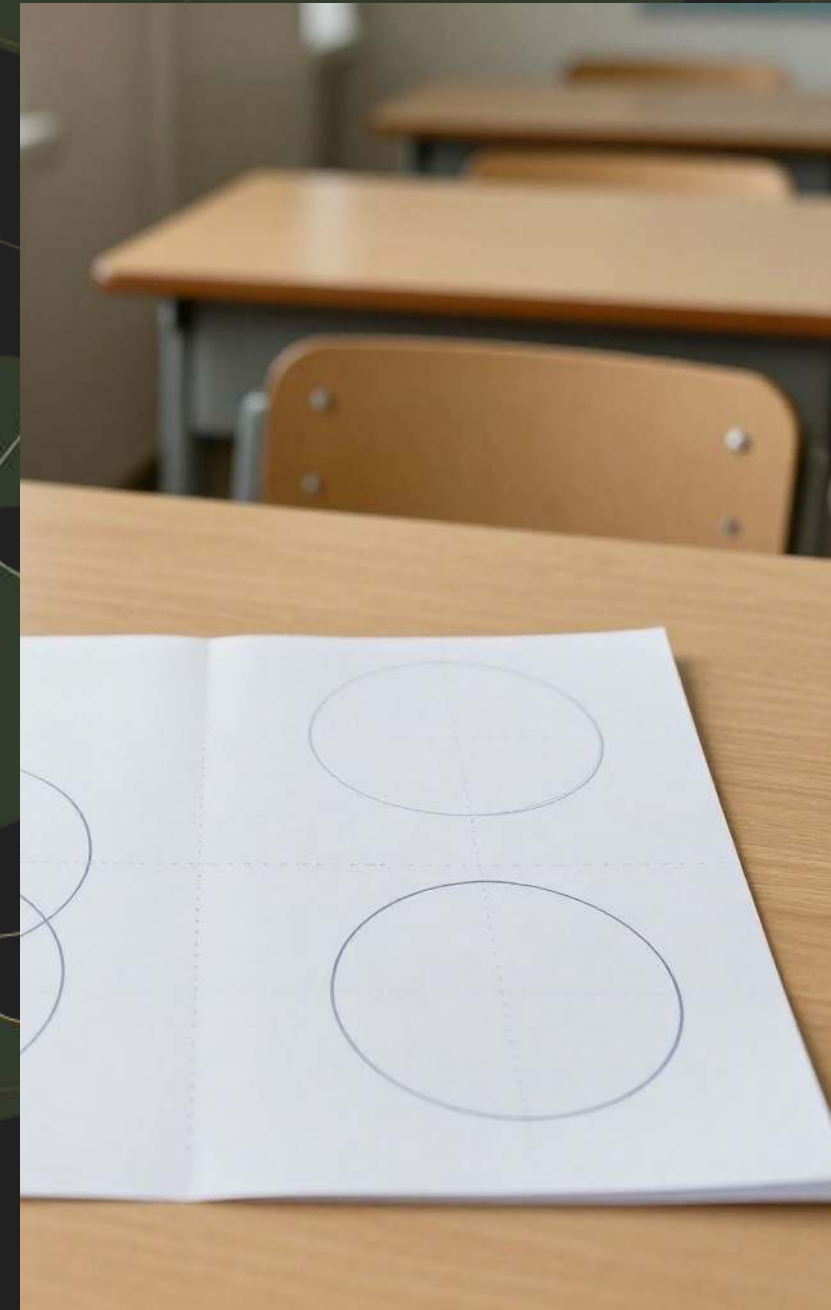
Задачи, где это правило особенно полезно

Построения

При построении окружностей по условию задачи важно заранее понять, возможны ли одна, две или совсем ни одной общей точки. Это экономит время и помогает избежать ошибки.

Проверка чертежа

Правило удобно при проверке рисунков в тетради: можно быстро определить, верно ли показаны касание, пересечение или полное разобщение окружностей.



Практические схемы

Такие ситуации встречаются в моделях колец, мишеней, диаграммах и других чертежах, где нужно сравнить расстояние между центрами и размеры фигур.

Одно правило — все случаи

- Сравнение d с r_1+r_2 и $|r_1-r_2|$ позволяет без догадок определить положение двух окружностей. Это простое правило связывает чертёж, числа и число общих точек.