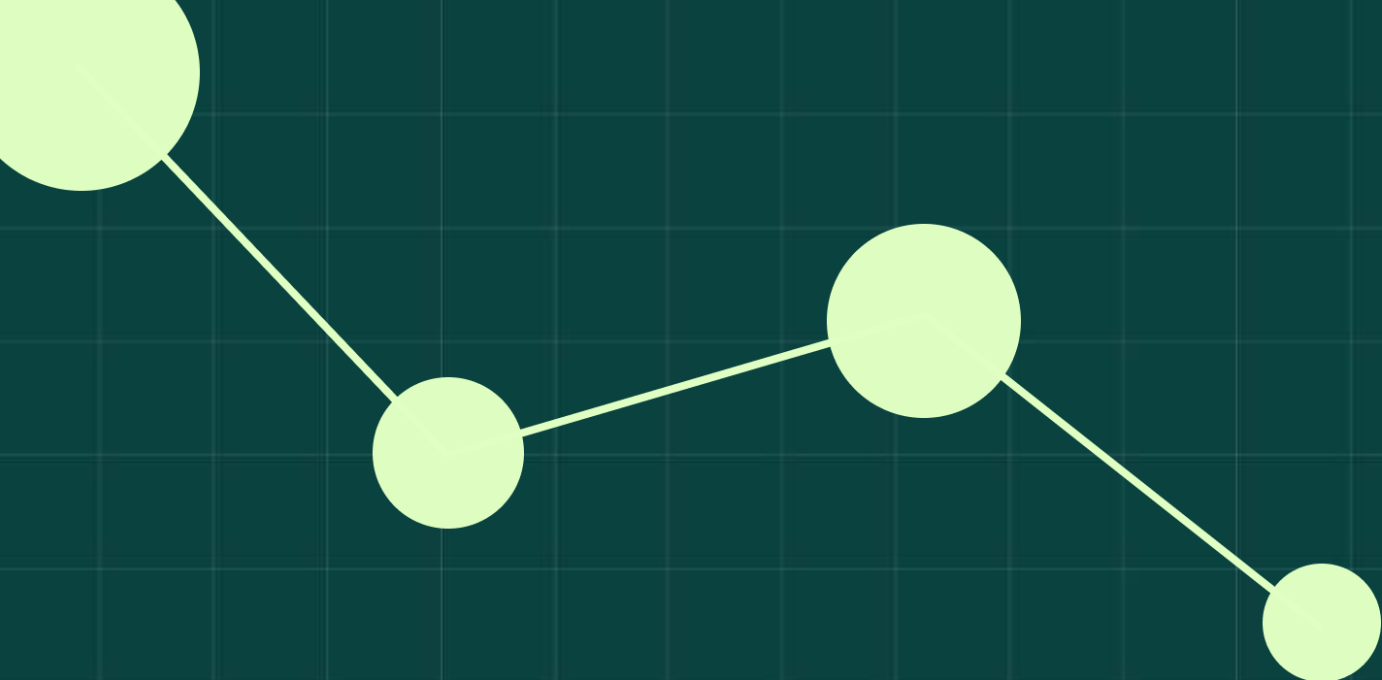
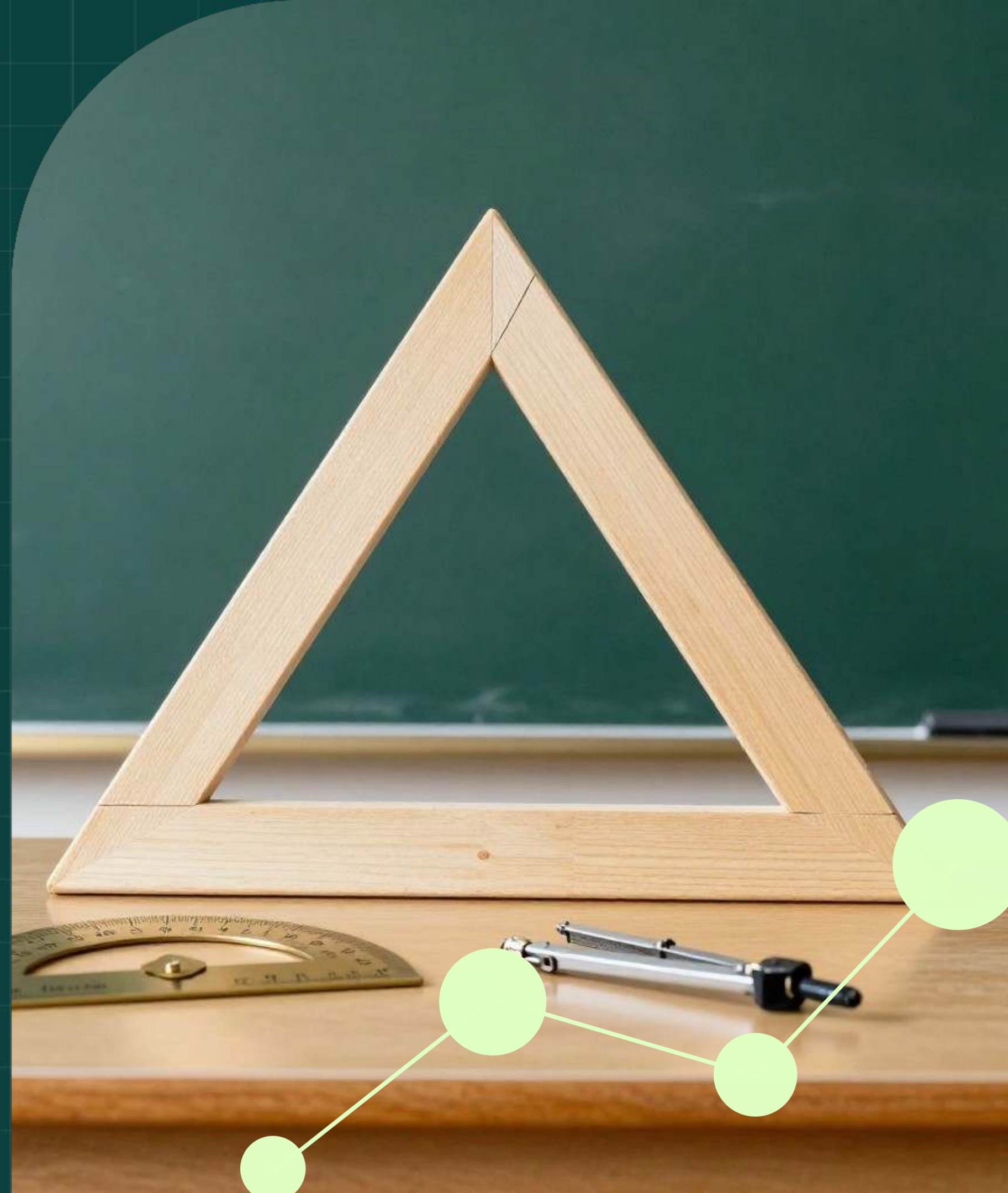




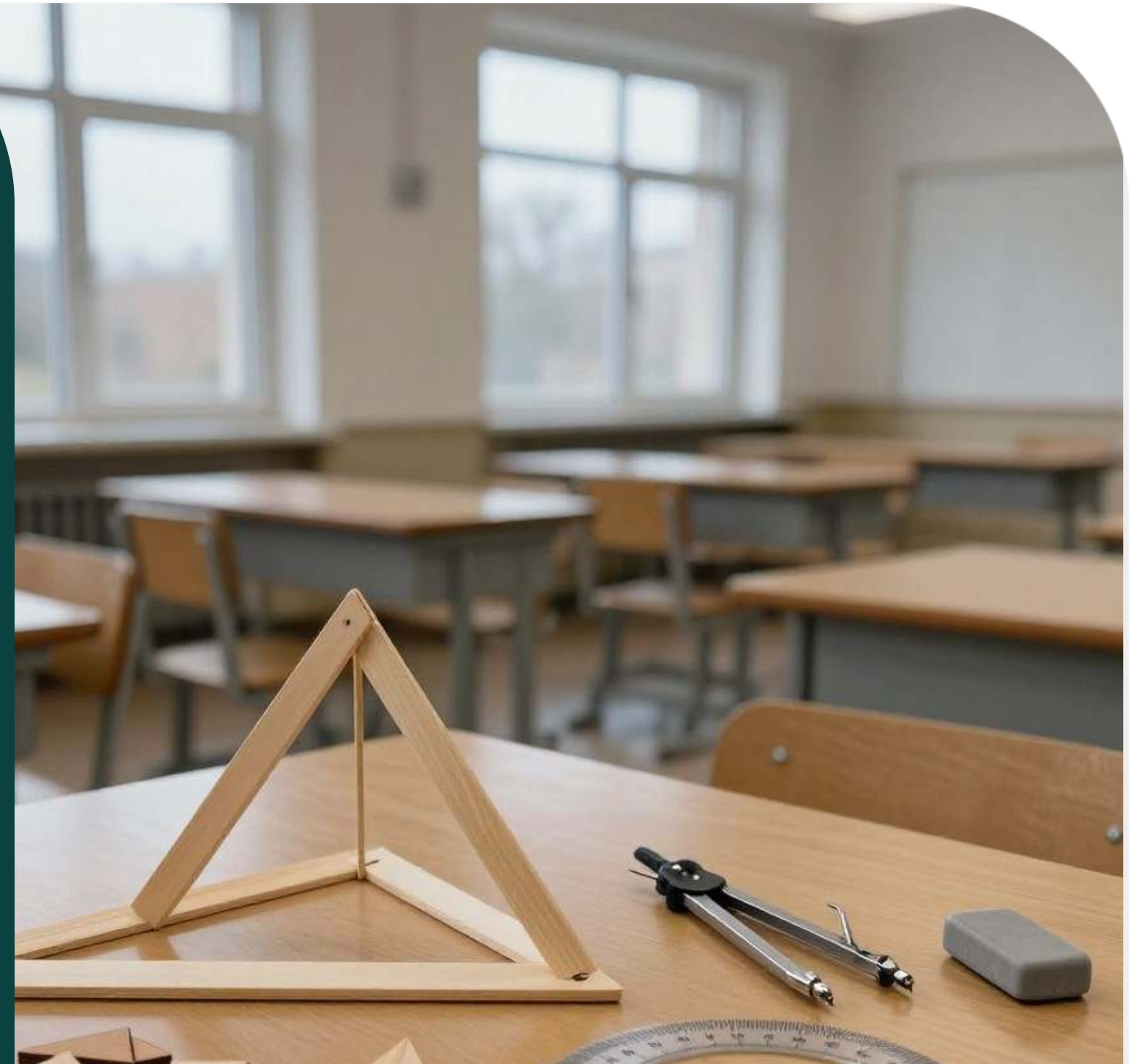
Первые теоремы о треугольниках

Треугольник — ключ к первым
геометрическим
доказательствам.



Почему треугольник изучают одним из первых

У треугольника всего три стороны, три угла и три вершины, поэтому его свойства легко проверять. Эта фигура особенно важна в черчении, строительстве и измерениях.

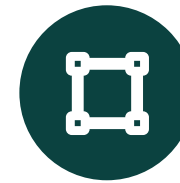


Основные элементы треугольника



Обозначение вершин

Треугольник записывают по вершинам, например ABC. Такая запись сразу показывает порядок точек и помогает без путаницы читать чертёж и формулировки теорем.



Стороны и углы

Стороны треугольника — это отрезки AB, BC и CA, а углы обозначают как $\angle A$, $\angle B$ и $\angle C$. Каждый элемент связан с двумя соседними элементами фигуры.



Противолежащая сторона

Сторона, которая лежит напротив угла, называется противолежащей ему. Это обозначение часто используют при доказательствах, когда нужно сравнить углы и соответствующие им стороны.



Равнобедренный случай

В равнобедренном треугольнике выделяют основание и две равные боковые стороны. Именно эти части чаще всего участвуют в первых теоремах и помогают находить равные углы.

Обозначение треугольника на чертеже

4

● Запись на рисунке

Треугольник обычно подписывают заглавными буквами по вершинам, например $\triangle ABC$. Такое обозначение помогает сразу понять, о каких точках идёт речь в задаче.

● Основание фигуры

В равнобедренном треугольнике основание лежит между двумя равными боковыми сторонами. Его удобно выделять цветом или линией другой толщины, чтобы подчеркнуть симметрию.

● Углы и стороны

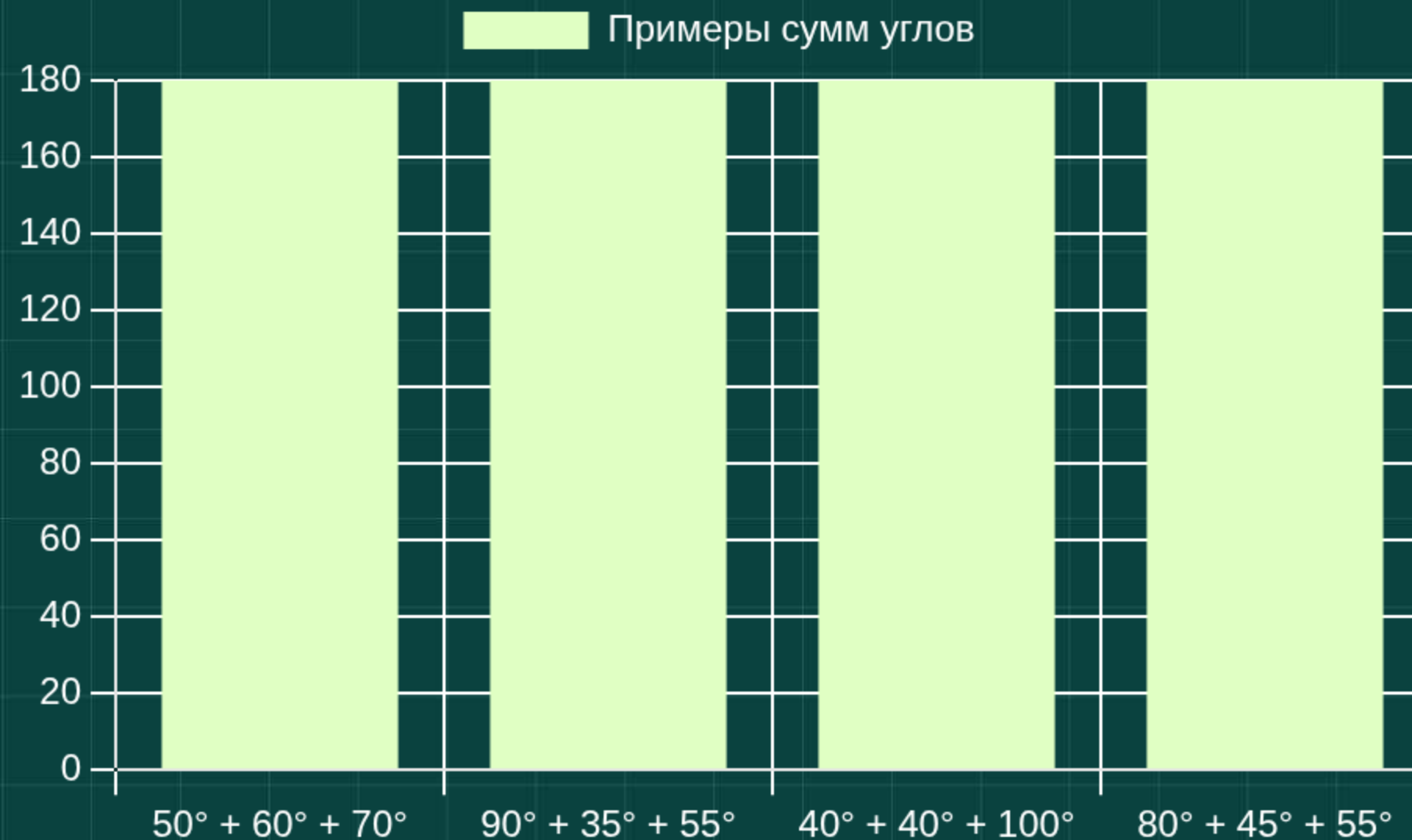
У вершины A отмечают угол $\sphericalangle A$, а напротив него находится сторона BC . Подобная связь между вершиной и противоположной стороной нужна для точных формулировок.

● Что показать на схеме

На рисунке полезно подписать вершины, стороны и углы, а основание сделать заметнее. Тогда чертёж становится наглядным и легче использовать его в доказательствах.



Сумма углов треугольника на примерах



Разные наборы углов показывают одно и то же правило в числах.

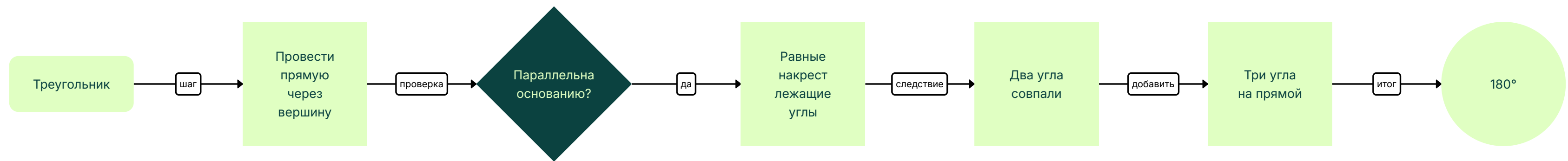
Во всех примерах сумма равна 180° , значит форма треугольника может меняться, а правило остаётся постоянным.



Составлено по материалам школьного курса геометрии, 7 класс.

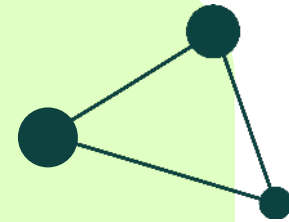
Как доказывают сумму углов треугольника

Построение доказательства через параллельную прямую и свойства углов при пересечении параллельных прямых.



Первый признак равенства треугольников

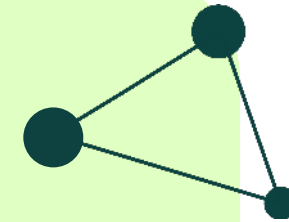
1



Что сравнивают

Если у двух треугольников равны две стороны и угол между ними, то они равны полностью. Этот признак удобно применять, когда на чертеже известны именно соседние стороны.

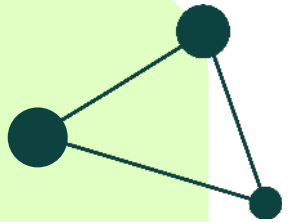
2



Почему это работает

Угол между двумя сторонами задаёт их взаимное положение. Поэтому при совпадении двух сторон и заключённого угла форма треугольника уже не может измениться.

3



Где используется

Признак SAS часто встречается в задачах на построение и доказательство. Он помогает делать вывод о равенстве фигур, не измеряя все остальные элементы по отдельности.

Три признака равенства треугольников

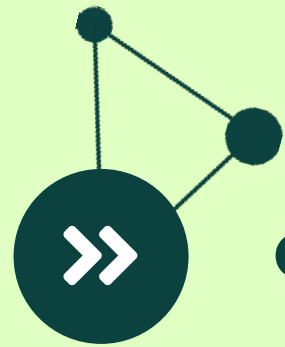
Признак	Что должно совпасть	Коротко
1	2 стороны + угол	SAS
2	Сторона + 2 угла	ASA
3	3 стороны	SSS

Таблица показывает, какие элементы должны совпадать, чтобы можно было утверждать равенство треугольников.

Любой из трёх признаков достаточно, чтобы сделать вывод о равенстве всех соответствующих сторон и углов.

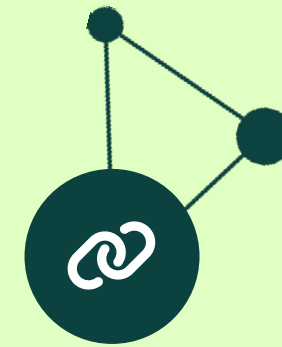


Второй признак равенства треугольников



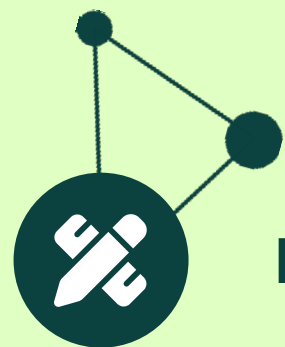
Сторона и два угла

Если одна сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника равны соответствующим элементам другого, треугольники равны. Это очень удобный признак для доказательств.



Связь с параллельными прямыми

Во многих задачах равные углы появляются как накрест лежащие или соответственные при параллельных прямых. Тогда признак помогает быстро сравнить два треугольника.



Полезен в построениях

Этот признак позволяет находить равные отрезки и углы в чертежах. Он особенно полезен там, где нужно обосновать равенство фигур по уже известным углам.

Третий признак равенства треугольников

10

1

Сравнение трёх сторон

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого, то треугольники равны. Здесь углы можно даже не знать заранее.

2

Обозначение SSS

Этот признак обозначают как SSS. Он показывает, что длины всех сторон уже полностью определяют форму треугольника и не оставляют возможности для другого варианта.

3

Значение в задачах

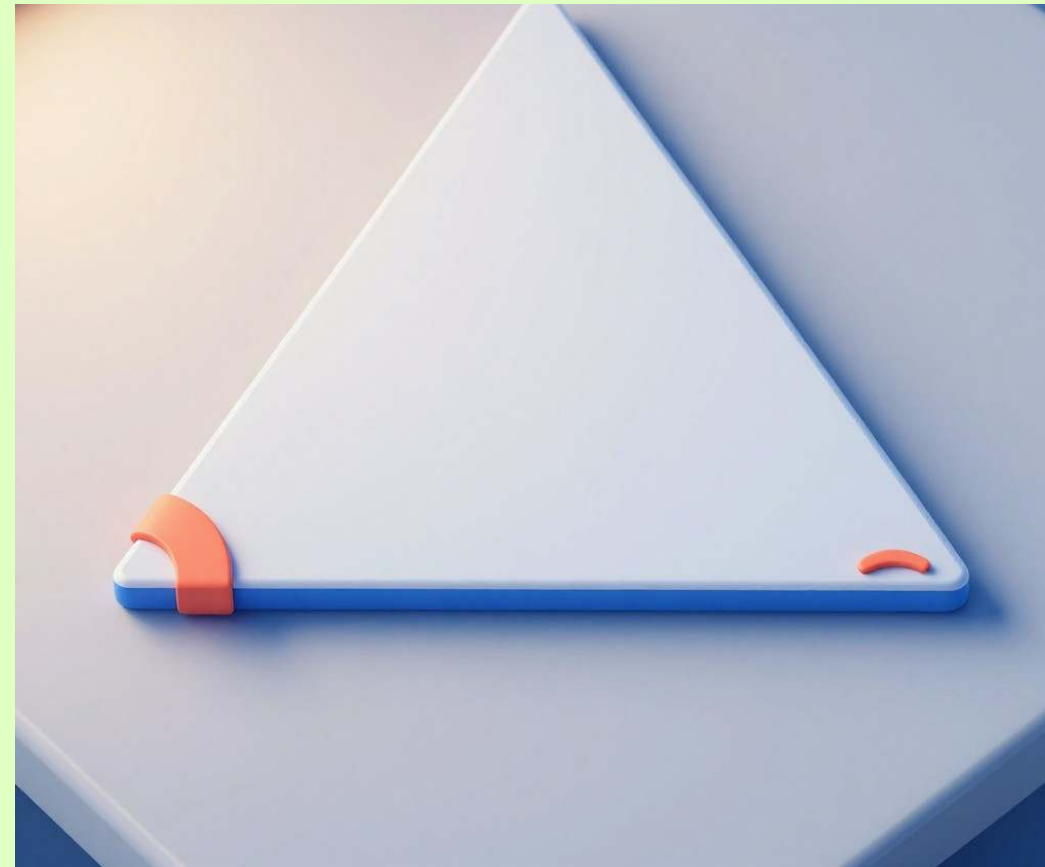
Признак часто используют при проверке построений и в доказательствах совпадения фигур. Он помогает убедиться, что полученный треугольник действительно тот же самый по форме.

Равнобедренный треугольник и его свойства



Фигура с двумя равными сторонами

Равнобедренный треугольник легко узнать по двум одинаковым боковым сторонам и отдельному основанию. На чертеже его удобно выделять симметрией: если провести линию из вершины к основанию, она делит фигуру на две зеркальные части.



Что происходит у основания

Углы, прилежащие к основанию, всегда равны, поэтому их часто отмечают одинаковыми дугами. Это свойство позволяет быстро находить неизвестные углы и превращает рисунок в готовую подсказку для доказательства.



Одна линия — несколько свойств

Высота, опущенная из вершины на основание, в равнобедренном треугольнике становится сразу и медианой, и биссектрисой. На рисунке это удобно показать одной линией, которая соединяет симметричные части и подчёркивает особую роль основания.

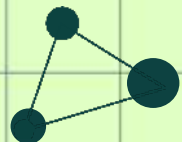
Как доказывают равенство углов при основании

Построение по высоте, проведённой к основанию равнобедренного треугольника, и признакам равенства треугольников



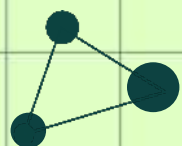
Медиана, биссектриса и высота

13



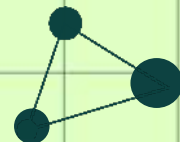
Медиана делит сторону

Медиана соединяет вершину с серединой противоположной стороны. В равнобедренном треугольнике эта линия, проведённая к основанию, часто проходит точно посередине и помогает находить равные отрезки без дополнительных измерений.



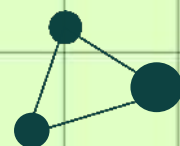
Высота образует прямой угол

Высота перпендикулярна стороне или её продолжению. В задачах её удобно отмечать значком прямого угла, потому что именно он помогает разбить фигуру на два одинаково устроенных прямоугольных треугольника.



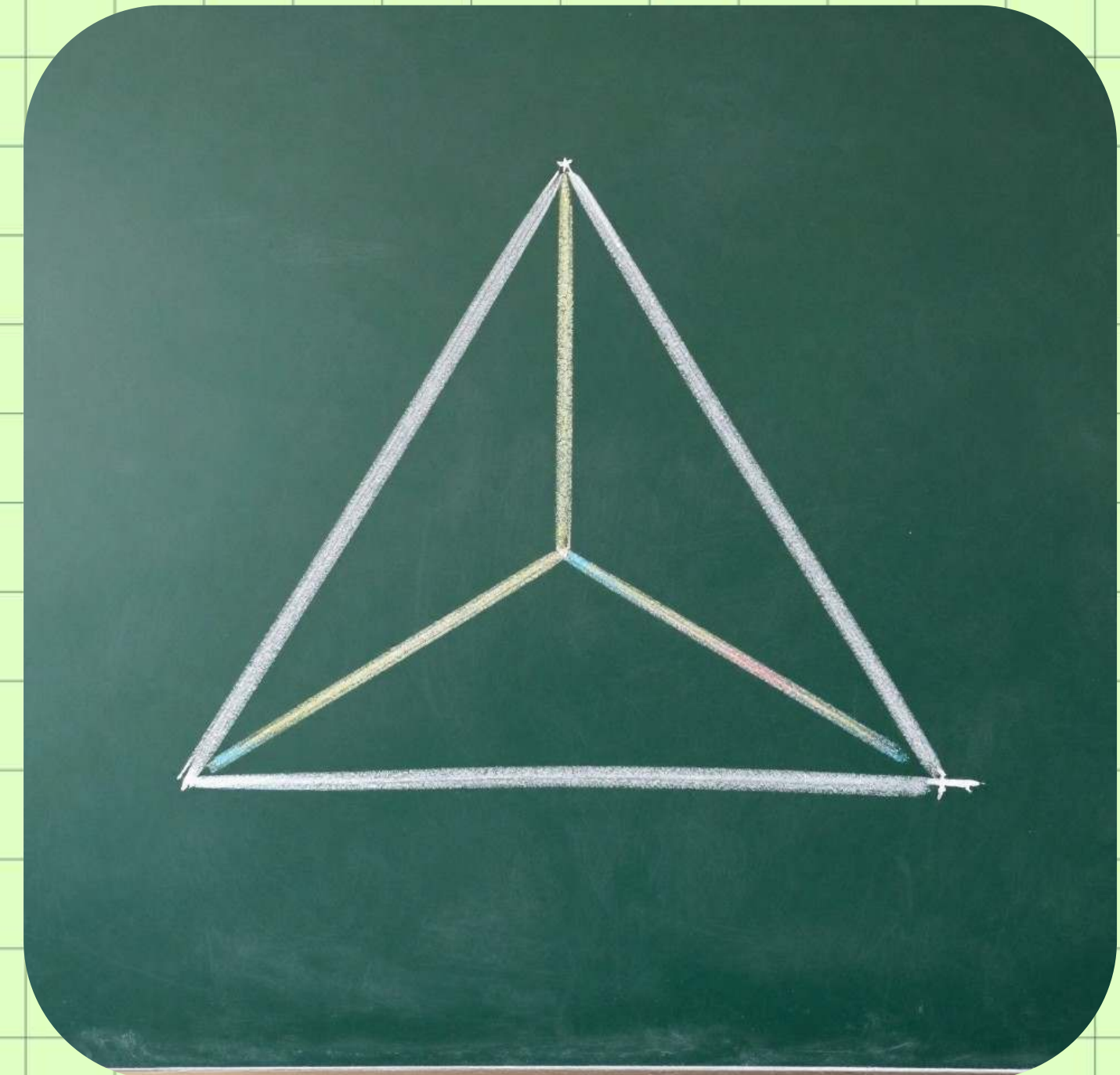
Биссектриса делит угол

Биссектриса разбивает угол на две равные части. Если она совпадает с линией к основанию, то сразу упрощает чертёж: один отрезок отвечает и за равные углы, и за симметрию фигуры.

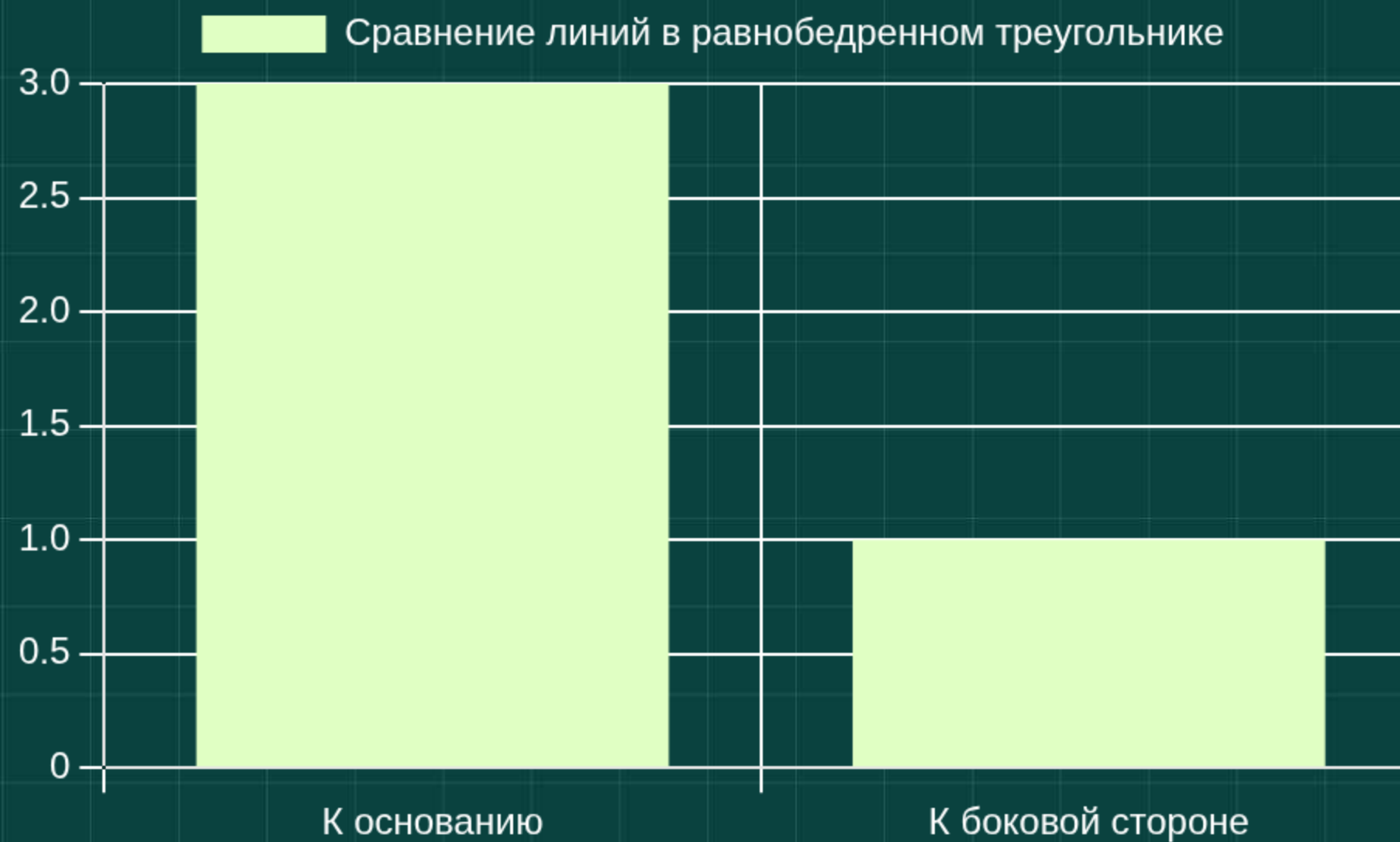


В равнобедренном треугольнике

Для линии, проведённой из вершины к основанию, все три свойства могут совпасть. Это делает доказательства короче: достаточно установить одно совпадение, чтобы получить сразу несколько выводов.



Какие линии совпадают в равнобедренном треугольнике



Линия к основанию особенно важна, потому что она связана с осью симметрии и часто используется сразу в нескольких доказательствах.

К основанию совпадают три свойства, а к боковой стороне — обычно нет. Значит, основание играет ключевую роль в симметрии фигуры.



Чтобы построение было возможным, самая длинная сторона должна быть меньше суммы двух других. Одного только набора длин недостаточно — важна их совместимость.

Школьная геометрия, 7 класс



3

**отрезка ещё не гарантируют
существование треугольника**

Можно ли построить треугольник по трём отрезкам

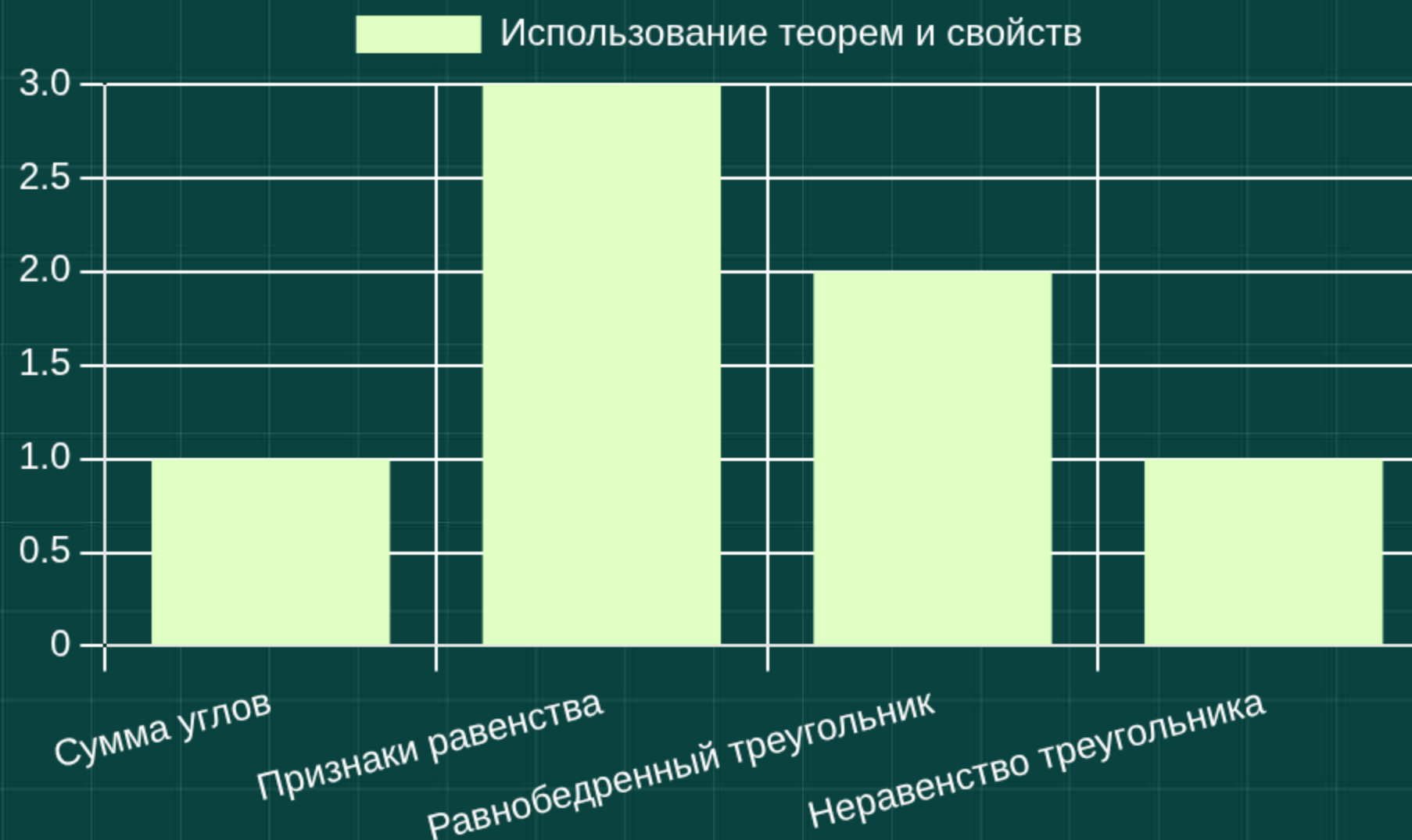
Отрезки	Можно?	Проверка
3, 4, 5	да	$5 < 3+4$
2, 2, 5	нет	$5 \geq 2+2$
6, 7, 12	да	$12 < 6+7$
1, 3, 4	нет	$4 \geq 1+3$

Для каждого набора проверяется одно условие: самая длинная сторона должна быть меньше суммы двух остальных. Если это не так, фигура не построится.

Успех зависит не от числа отрезков, а от их соотношения. Нарушение неравенства сразу делает построение невозможным.



Какие теоремы и свойства используются чаще



На уроках эти факты встречаются вместе, но одни используются заметно чаще других. Особенно часто к ним обращаются в доказательствах и при проверке построений.

Самый большой вес у признаков равенства треугольников. Именно они чаще всего становятся главным инструментом решения задач по теме.



Типичные задачи по теме



Найти угол

По двум известным углам или по сумме 180° находят неизвестный угол треугольника. Такие задания учат внимательно работать с уже известными данными.



Доказать равенство

По трём признакам равенства устанавливают, что два треугольника совпадают по форме и размерам. Это основа многих доказательств в 7 классе.



Работа с равнобедренным треугольником

В равнобедренных треугольниках находят равные углы и равные отрезки, используя симметрию. Часто достаточно одной проведённой линии, чтобы получить несколько выводов.



Проверить построение

В задачах на построение проверяют, можно ли составить треугольник из трёх данных отрезков. Здесь сразу работает неравенство треугольника.

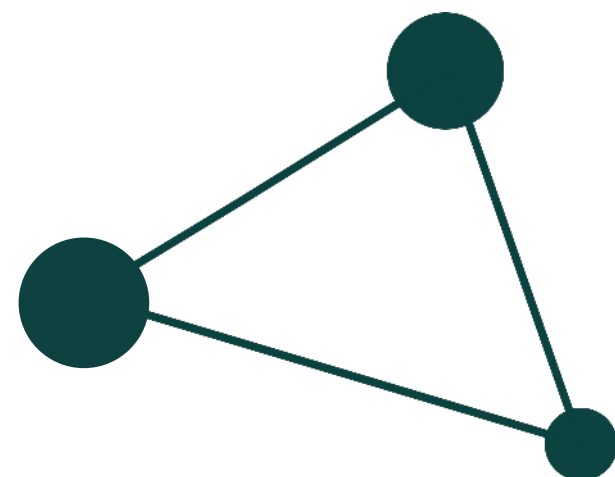
Значение первых теорем для всей геометрии

19

1

От рисунка к доказательству

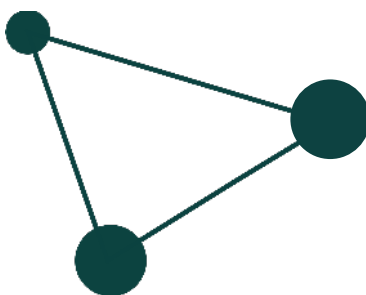
Первые теоремы учат не просто смотреть на чертёж, а читать его как математическое утверждение. Благодаря этому обычный рисунок превращается в точную схему с логическими связями.



2

Основа для новых тем

Знания о треугольниках нужны дальше почти везде: при изучении параллельных прямых, четырёхугольников, окружности и более сложных построений. Без них последующие темы становятся гораздо труднее.



3

Инструмент для задач

Сумма углов, признаки равенства и свойства равнобедренного треугольника помогают быстро находить неизвестные элементы. Эти правила делают решения короче, а рассуждения — аккуратнее и убедительнее.





Что важно запомнить о треугольниках

Треугольники помогают учиться доказывать, считать и строить. Если помнить их главные свойства, задачи становятся понятнее, а чертёж — надёжной опорой для точного решения.