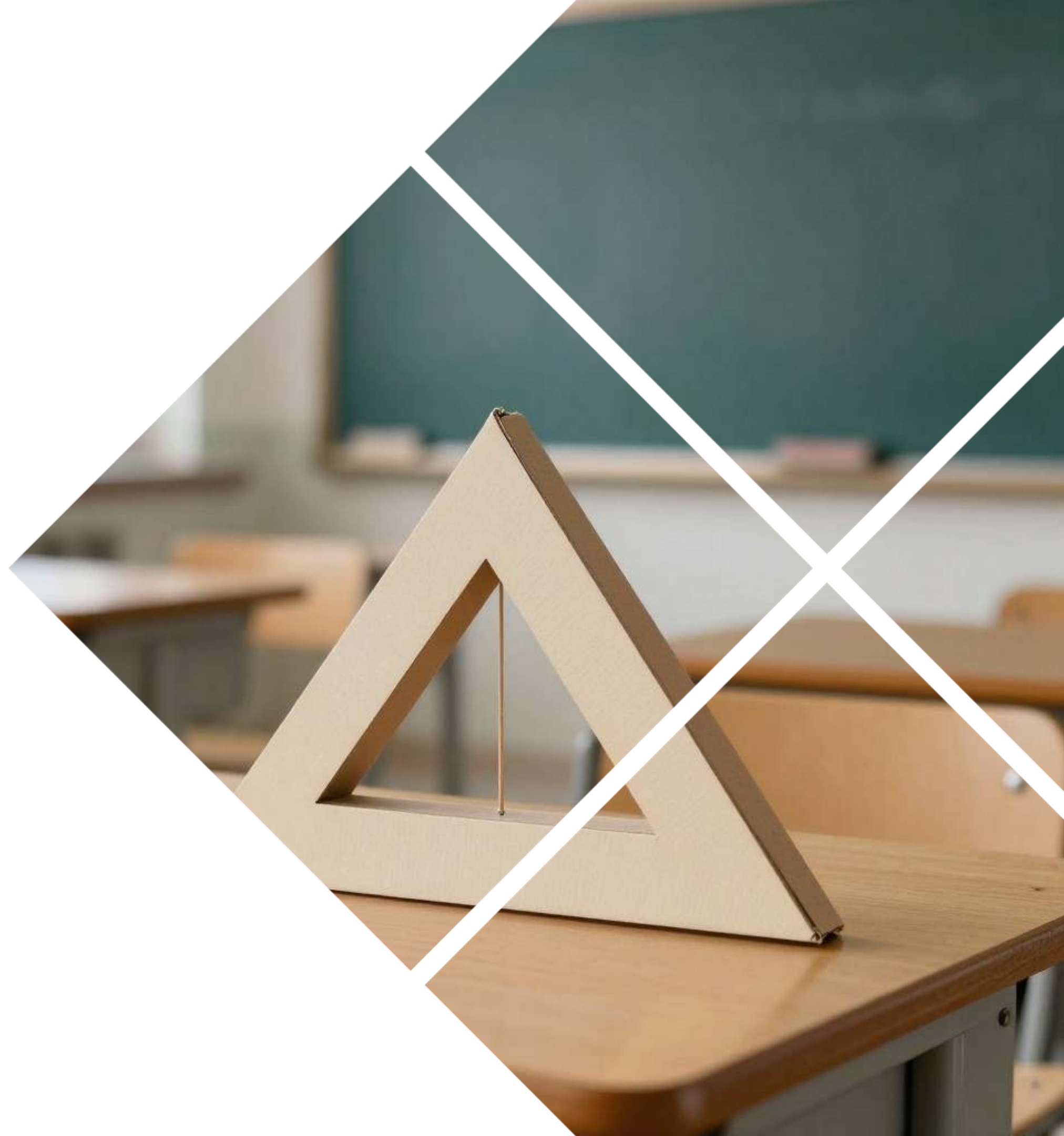


Свойство медианы равнобедренног о треугольника

В равнобедренном треугольнике медиана к основанию одновременно высота и биссектриса.



Зачем вспоминать равнобедренный треугольник

Вспомним базовые факты: равные углы при основании, высота под прямым углом, биссектриса делит угол пополам. Для вывода важно уметь работать с равенством треугольников, серединными точками и симметрией.



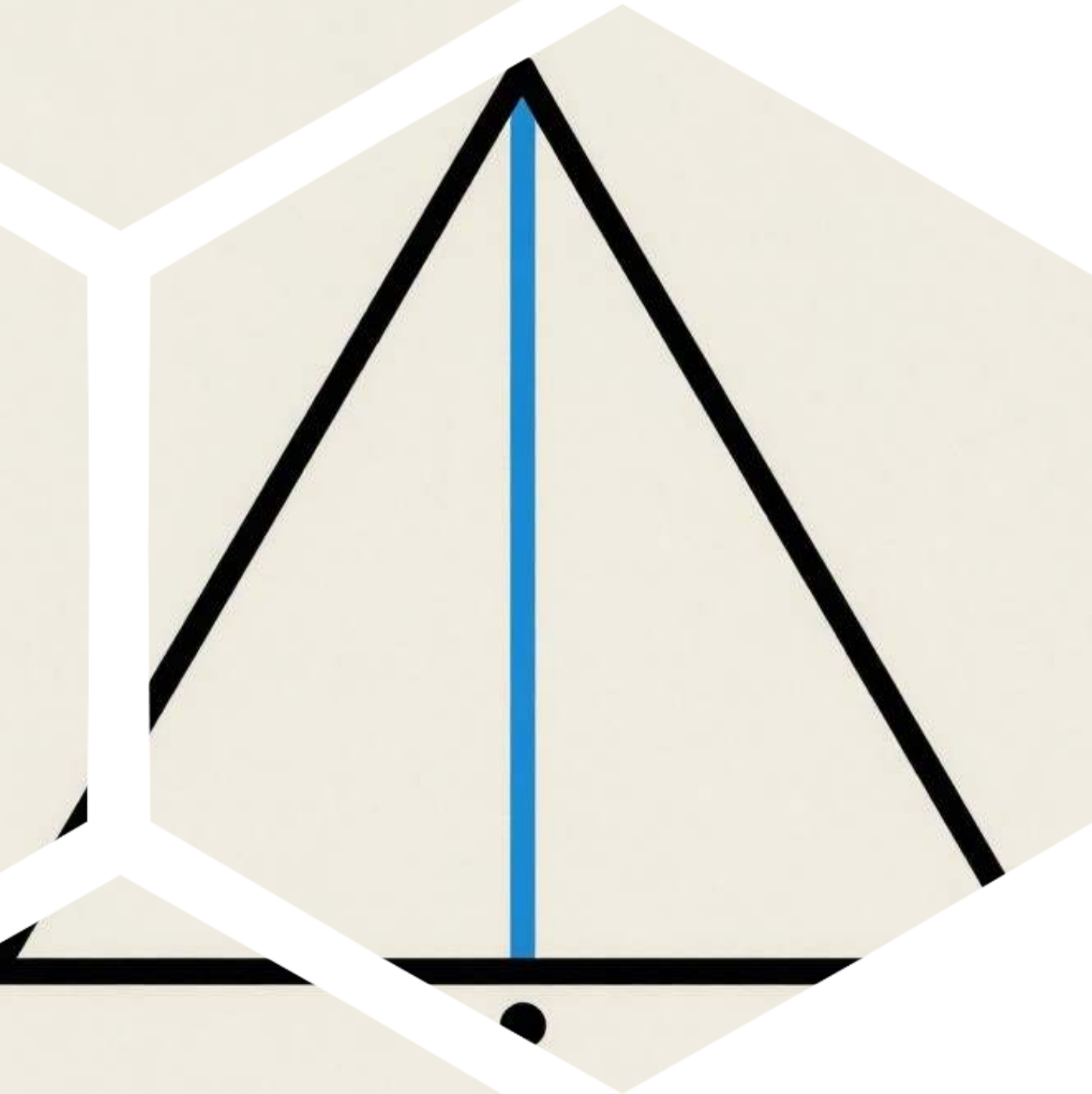
Три линии в треугольнике

Медиана соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны. Она всегда приводит к двум треугольникам с общим элементом — частью основания.

Высота проводится из вершины перпендикулярно противоположной стороне. Она «включает» прямой угол и помогает находить длины и сравнивать треугольники.

Биссектриса делит угол при вершине на две равные части. В равнобедренном треугольнике, если линия проведена к основанию, она сразу выполняет все три роли.

Схема равнобедренного треугольника



Что обозначено на рисунке

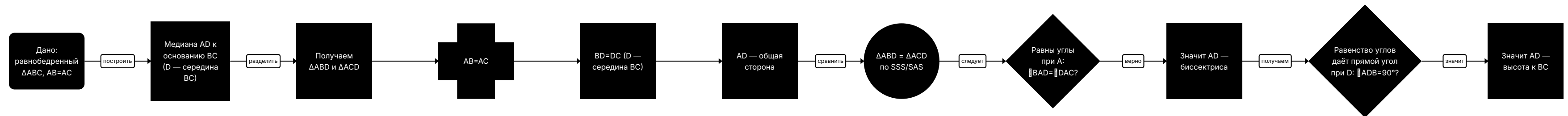
На рисунке показаны боковые стороны и основание равнобедренного треугольника. Отмечены вершина треугольника и середина основания, через которую проходит ключевая линия — медиана.

Какие равенства видны сразу

Подписи фиксируют, что боковые стороны равны, а углы при основании равны. Также видно, что медиана образует с основанием прямой угол, то есть совпадает с высотой в этой конфигурации.

Почему медиана к основанию становится высотой и биссектрисой

Доказательство через равенство двух треугольников, получающихся при проведении медианы



Какие свойства совпадают у одной линии

В равнобедренном треугольнике линия, проведённая к основанию через середину, одновременно выполняет три условия.

Когда медиана делит основание пополам, возникающее равенство двух треугольников «переключает» её в высоту и биссектрису.

Обобщение школьного доказательства
(материал по геометрии, 7 класс)

Сравнение свойств в разных треугольниках

В таблице отмечено, можно ли встретить совпадение медианы, высоты и биссектрисы в одном отрезке.

Полное совпадение трёх линий — характерный признак равнобедренного треугольника при медиане, проведённой к основанию.

Тип треугольника	Медиана к основанию	Высота	Биссектриса
Равнобедренный	совпадает	совпадает	совпадает
Прямоугольный	обычно нет	по определению есть	обычно нет
Произвольный	обычно нет	по определению есть	по определению есть

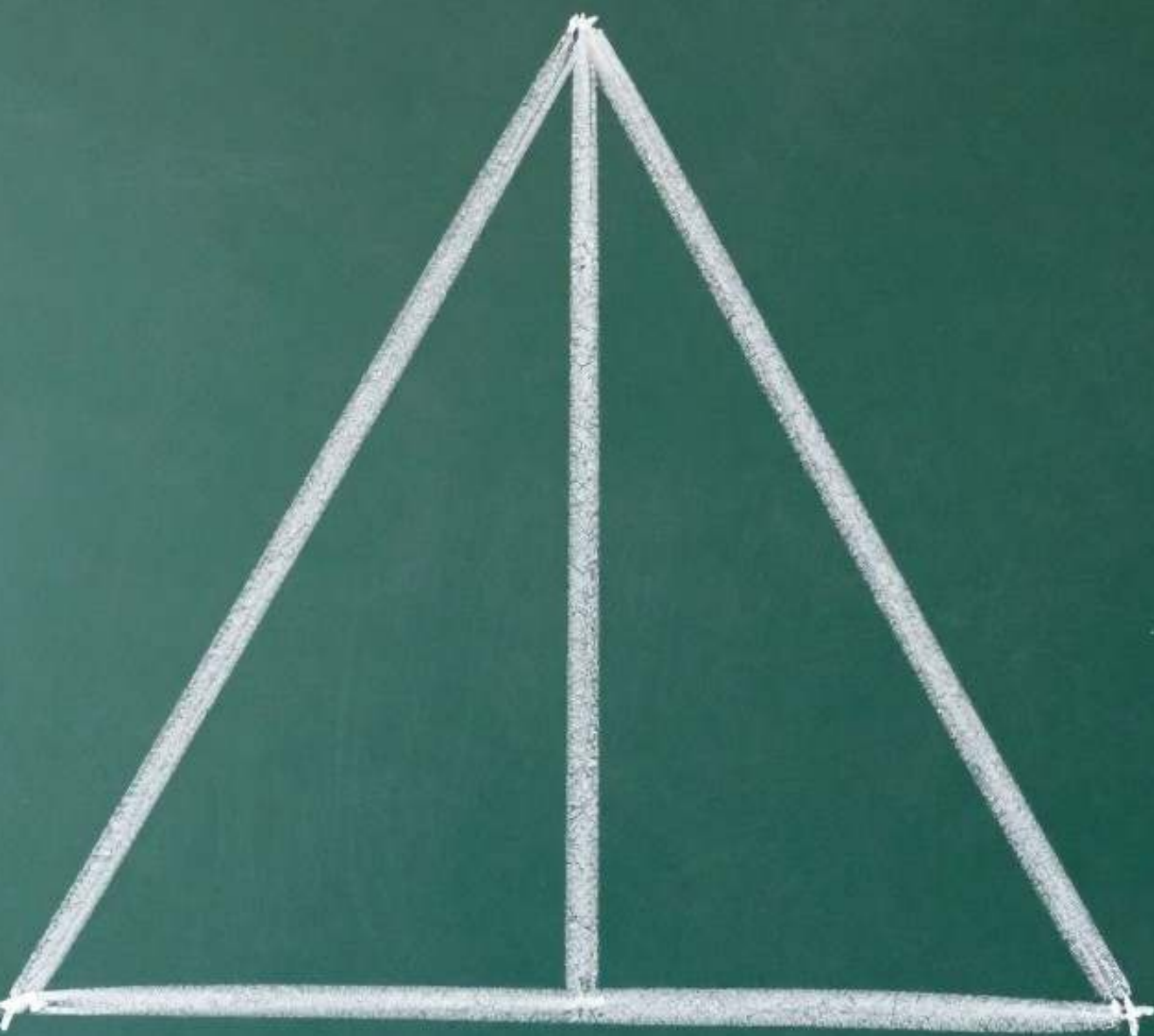
Почему это свойство верно

Медиана делит равнобедренный треугольник на два треугольника. Они имеют равные боковые стороны, потому что исходный треугольник симметричен.

Кроме того, основание делится медианой пополам: $BD=DC$. Сторона AD входит в оба треугольника как общая, поэтому треугольники оказываются равными.

Из равенства треугольников следует равенство соответствующих углов. Тогда медиана делит угол при вершине пополам и одновременно стоит перпендикулярно основанию.

Ось симметрии равнобедренного треугольника



Зеркальные части фигуры

Если мысленно сложить равнобедренный треугольник так, чтобы одна половина совпала с другой, их «отражённые» контуры становятся одинаковыми. Это хорошо видно на рисунке: левая и правая части зеркальны.

Почему линия — ось симметрии

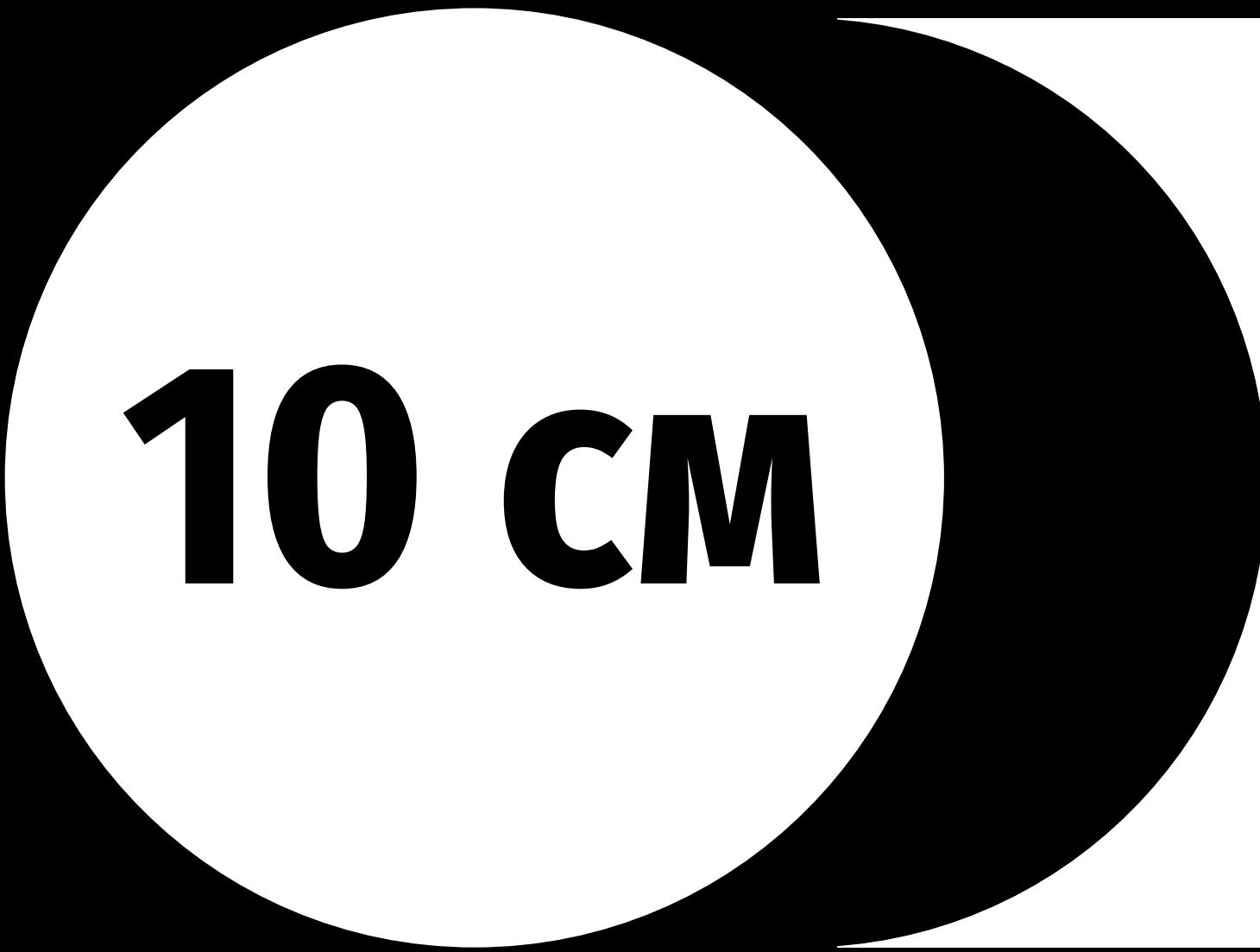
Медиана к основанию проходит через вершину и середину основания и делит фигуру на две одинаковые части. Поэтому именно эта линия служит осью симметрии треугольника.

Как меняются углы после проведения медианы

При проведении медианы к основанию равными становятся углы у основания. А угол при вершине делится на две равные части.

Симметрия превращает геометрию в «две одинаковые половины»: поэтому медиана одновременно даёт деление углов и прямой угол.

Свойство равнобедренного треугольника,
доказательство через равенство треугольников
(учебный материал)



10 см

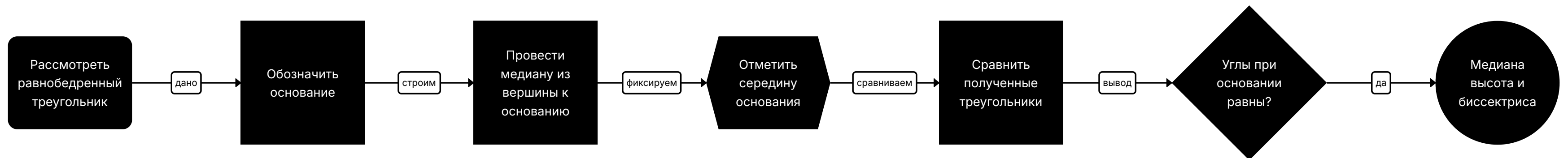
Если боковые стороны равнобедренного треугольника равны 10 см, а основание равно 12 см, медиана делит основание на два отрезка по 6 см. Вершинный угол делится пополам, а медиана перпендикулярна основанию.

При равенстве боковых сторон по 10 см медиана к основанию становится инструментом для нахождения равных частей и углов.

Свойство из школьной геометрии; расчёт по исходным данным задачи.

Алгоритм решения: что доказывать и как

Пошаговый путь от определения равнобедренного треугольника к выводу о медиане

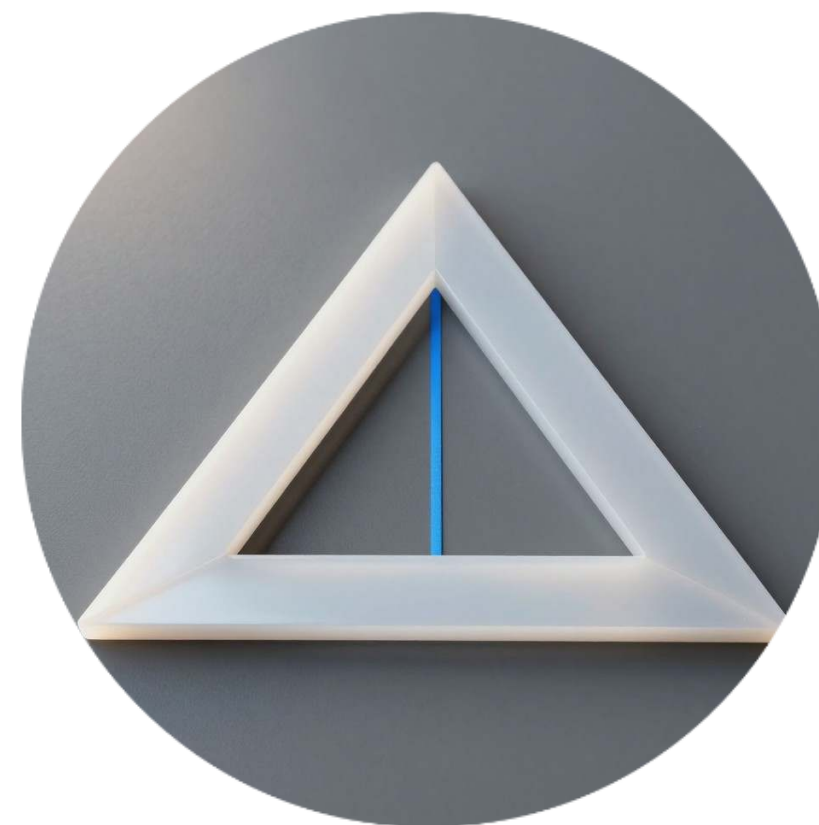


Типичные ошибки в задачах



«Любая медиана — высота?»

Иногда ученики автоматически считают: если есть медиана, значит она перпендикулярна основанию. Но в произвольном треугольнике это не так. Перпендикулярность появляется только в равнобедренном треугольнике для медианы, проведённой к основанию.



Путаница: медиана к основанию и к боковой стороне

Ещё одна частая ошибка — провести медиану к боковой стороне и попытаться применить свойство равнобедренного треугольника. Однако нужное утверждение относится именно к медиане к основанию. Тогда она становится и высотой, и биссектрисой.

Как проверить, можно ли сделать вывод

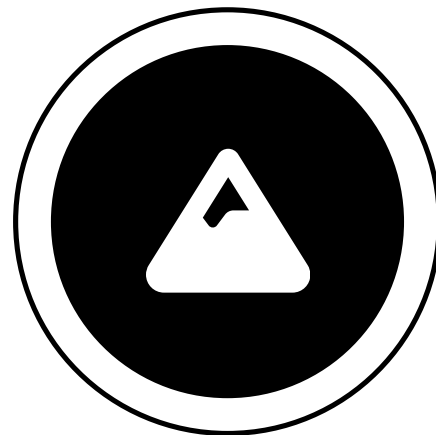
► Сопоставьте признаки, которые уже даны или доказаны, с тем, какой вывод можно сделать о медиане в равнобедренном треугольнике.

► Когда равнобедренность сочетается с «делит основание пополам» и подтверждается угловым или перпендикулярным признаком, вывод о медиане как высоте и биссектрисе становится обоснованным.

Признак	Что уже известно	Какой вывод
Равные боковые стороны	Δ равнобедренный	Есть основание и ось симметрии
Основание делится пополам	медиана на середину	готовое условие для равных частей
Угол при вершине делится пополам	медиана делит $\sphericalangle$ при вершине	медиана — биссектриса
Линия перпендикулярна основанию	есть прямой угол	медиана — высота

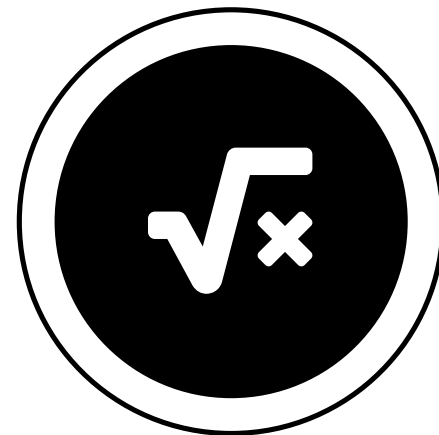
Обобщение признаков из школьных доказательств свойства медианы.

Где используется это свойство



Поиск середины основания

Если треугольник равнобедренный, середину основания можно находить через медиану. Лишние измерения не нужны: достаточно понять, что основания делятся пополам.



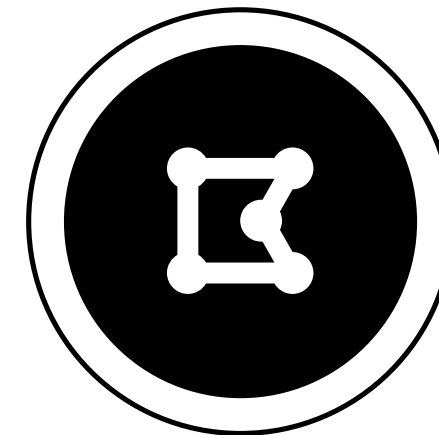
Нахождение прямого угла

Медиана к основанию в равнобедренном треугольнике перпендикулярна основанию. Это помогает быстро отмечать 90° и затем считать длины и углы в задачах.



Проверка симметрии

Совпадение медианы, высоты и биссектрисы показывает, что фигура «зеркально» устроена. По этой линии можно объяснять равенство частей треугольника.



Построения и вычисления углов

Свойство используется при построениях: где провести линию, чтобы получить нужные углы. Также оно помогает находить углы, опираясь на то, что вершины делятся пополам.

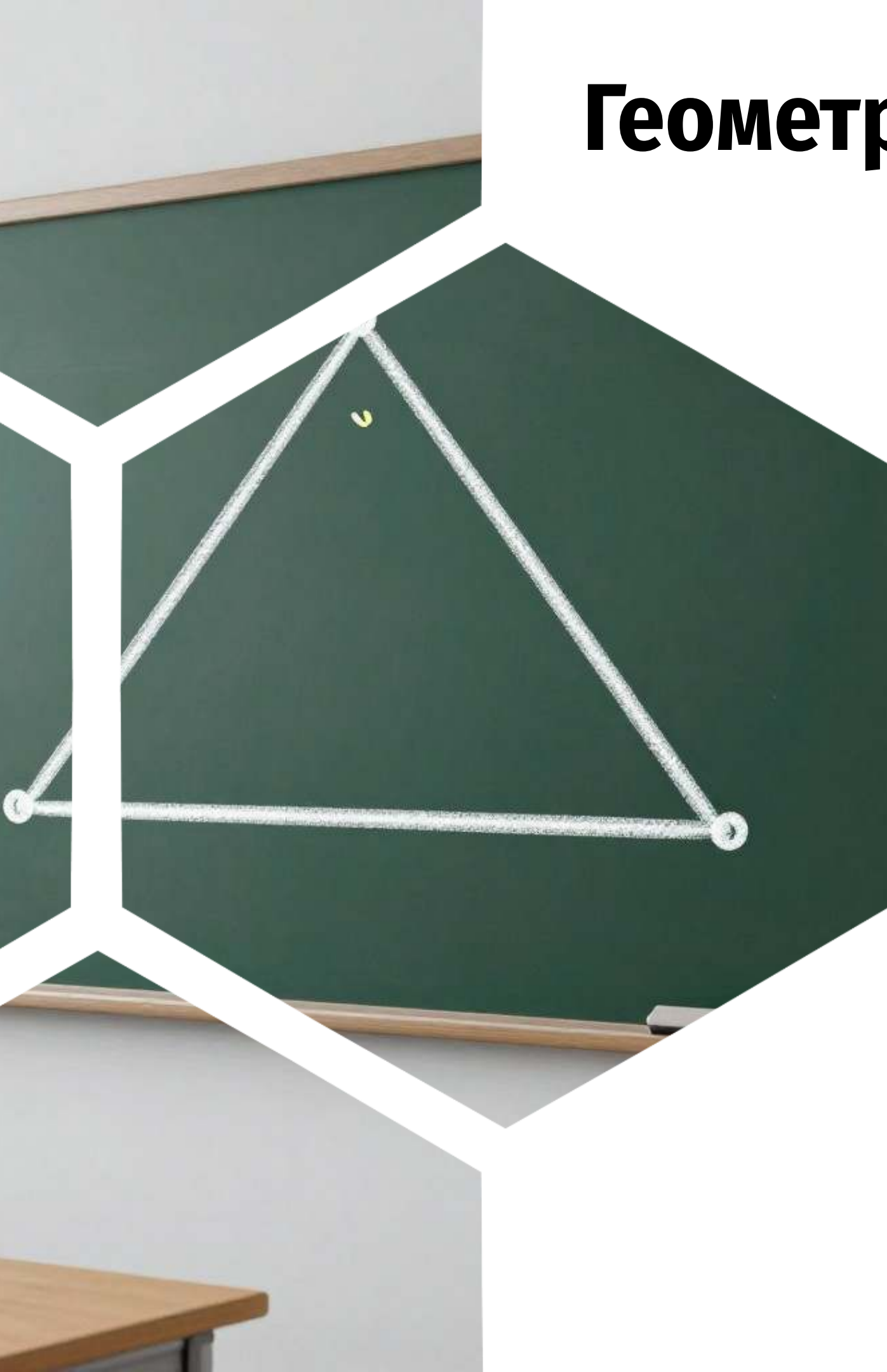
Логическая цепочка доказательства

Равенство треугольников возникает потому, что медиана делит основание на равные части, а боковые стороны равны. Поэтому углы в соответствующих положениях тоже равны.

Когда углы при основании совпали, становится ясно, что медиана одновременно образует прямой угол с основанием и делит вершину пополам.

Школьное доказательство свойства медианы в равнобедренном треугольнике.

Геометрический смысл свойства



Медиана «делит поровну»

Медиана к основанию в равнобедренном треугольнике не просто проходит «через середину». Она разбивает фигуру на два равных треугольника, то есть делает их похожими по расположению и равными по размерам.

Какие точки объединяет линия

Эта линия соединяет ключевые точки: вершину, середину основания и середину угла при вершине. Поэтому по ней удобно проверять равенство частей и симметричность рисунка.

Краткая формулировка теоремы

- В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является одновременно высотой и биссектрисой. Значит, она образует прямой угол с основанием и делит вершину пополам.
- Поскольку треугольник симметричен относительно этой линии, медиана служит осью симметрии. Это позволяет рассматривать отражение как способ доказательства равенства частей.
- Обратно: если отрезок из вершины делит основание пополам и перпендикулярен ему, то он играет роль оси симметрии треугольника. Следовательно, треугольник становится равнобедренным, а линия — искомой медианой.

Что нужно запомнить для проверки задачи

В таблице собраны факты, которые позволяют сделать вывод о том, что одна и та же линия в равнобедренном треугольнике обладает сразу тремя свойствами.

Если одновременно выполняются равнобедренность и «деление поровну» (включая перпендикулярность или деление угла), то вывод о медиане как высоте и биссектрисе подтверждён.

Факт	Значение для задачи
Боковые стороны равны	треугольник равнобедренный
Основание делится пополам	линия проходит через середину основания
Образуется прямой угол	линия — высота к основанию
Угол при вершине делится пополам	линия — биссектриса угла при вершине
Совпадение условий	эта линия = медиана, высота и биссектриса

Классическое свойство медианы в равнобедренном треугольнике из школьной геометрии.

Итог: одна линия — три свойства

В равнобедренном треугольнике медиана к основанию одновременно является высотой, биссектрисой и осью симметрии. Это позволяет быстро решать задачи на углы, длины и построения в 7 классе.

