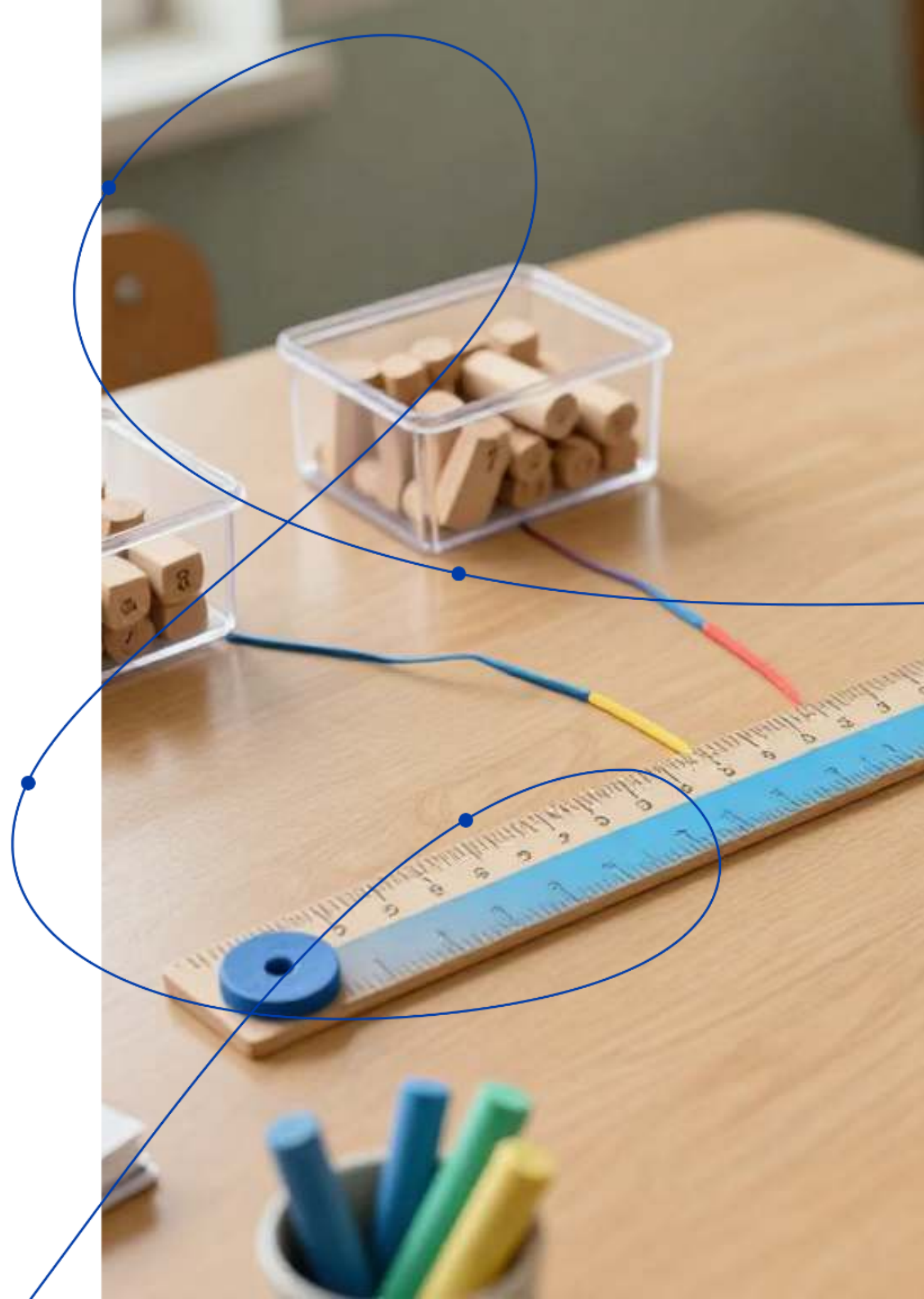


Числовые неравенства: сравнение чисел и границы значений

Сравниваем числа, находим границы и читаем ответы на прямой.



Почему неравенства встречаются каждый день

Неравенства нужны там, где важно не точное число, а допустимый диапазон: от возраста и скорости до температуры, массы и времени. Они помогают записывать условия задач и находить все возможные решения в алгебре 8 класса.



Что такое числовое неравенство

Запись сравнения

Числовое неравенство показывает, как одно число связано с другим: больше, меньше, не меньше или не больше. Для этого используют знаки $>$, $<$, $\geq$ и $\leq$.

Смысл знаков

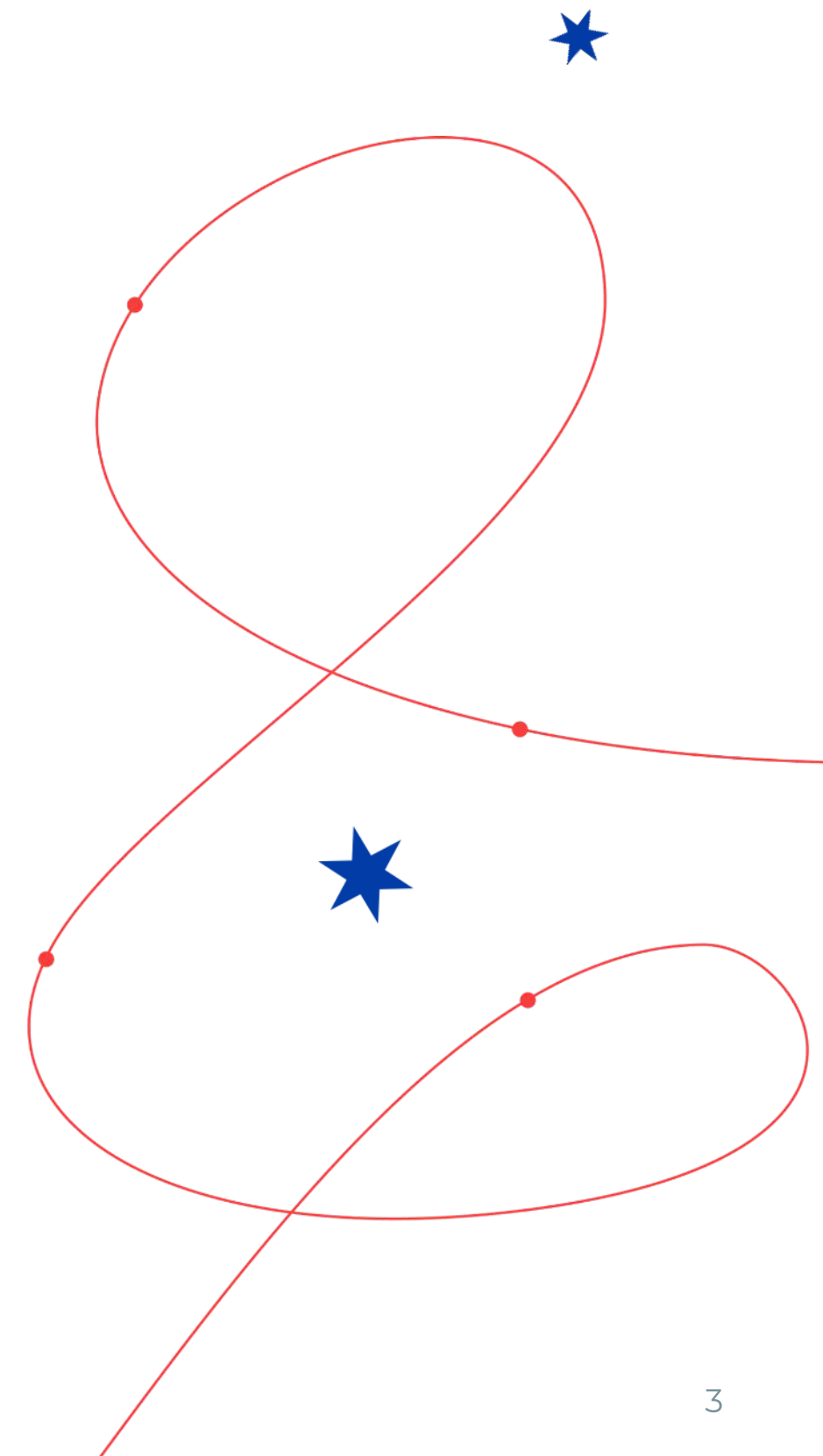
Знак $>$ означает, что число слева больше числа справа, а $<$ — что меньше. Знаки $\geq$ и $\leq$ добавляют возможность равенства, поэтому граница может входить в ответ.

Отличие от равенства

В равенстве оба значения совпадают, а в неравенстве сравнение показывает порядок чисел или границу допустимых значений. Поэтому одно и то же выражение может иметь разные условия ответа.

Связь с алгеброй

В 8 классе неравенства используют для записи множества решений, работы с переменной и проверки найденного ответа. Это помогает кратко описывать целый набор подходящих чисел.



Знаки сравнения и их чтение

1. Читаем запись

Запись $7 > 4$ читается как «семь больше четырёх», а $-2 < 3$ — как «минус два меньше трёх».

Произношение не меняется для десятичных и отрицательных чисел.

2. Помним направление

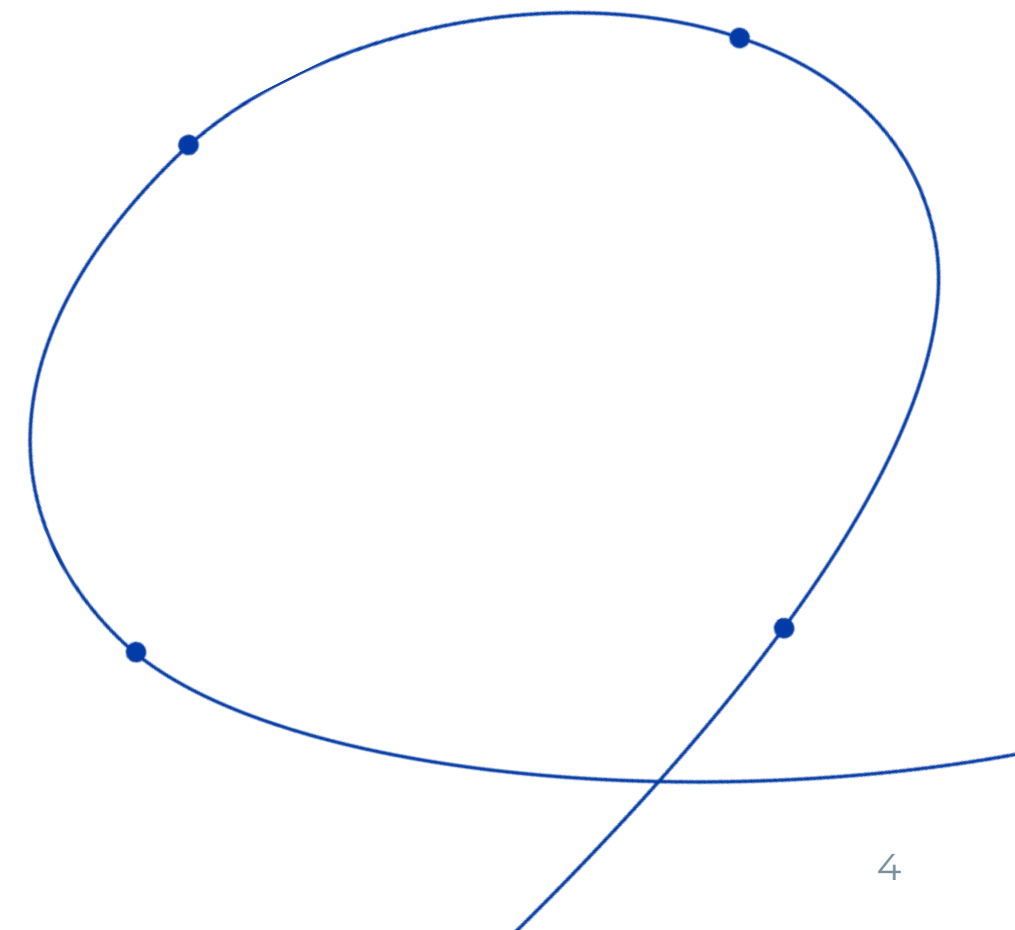
Острие знака всегда направлено к меньшему числу, а широкая часть — к большему. Этот приём помогает быстро понять смысл записи, даже если числа стоят непривычно.

3. Не путаем с равенством

Если числа равны, используют знак $=$. Знаки неравенства не заменяют равенство, потому что они показывают именно различие в величине или наличие границы.

4. Читаем без ошибок

При чтении важно смотреть не только на знак, но и на расположение чисел. Для 3,5 и -1 правило остаётся тем же: левое число сравнивают с правым по смыслу записи.



Сравнение чисел на числовой прямой

Правее — больше

На числовой прямой число, расположенное правее, всегда больше. Поэтому порядок значений удобно видеть сразу, не выполняя лишних вычислений и не сравнивая каждую пару отдельно.

Отрицательные и положительные

Все отрицательные числа меньше нуля, а все положительные — больше нуля. Ноль занимает границу между ними и помогает быстро понять общий порядок чисел на прямой.

Пример порядка

Если на одной прямой отметить -3 , 0 и 5 , получится порядок $-3 < 0 < 5$. Такой пример показывает, что сравнение зависит от положения, а не от длины записи.

Расстояние не меняет смысл

Даже если число далеко от нуля, оно не становится больше автоматически. Важна только его позиция на прямой: чем правее точка, тем больше значение.



Порядок чисел на числовой прямой



Диаграмма помогает увидеть последовательность значений без вычислений: каждое следующее число расположено правее предыдущего и поэтому больше.

Ряд подтверждает правило: чем правее число на прямой, тем оно больше; отрицательные значения меньше нуля, а положительные — больше.



Схематические учебные данные, составленные по правилам числовой прямой

Как работают свойства сравнения



Сравнение по цепочке

Если известно, что $a > b$ и $b > c$, можно сразу сделать вывод $a > c$. Это сокращает проверку и помогает упорядочивать числа без лишних шагов.



Так же для меньших

Когда $a < b$ и $b < c$, вывод остаётся таким же по направлению: $a < c$. Свойство удобно при решении задач, где значения сравнивают последовательно.

Равенство и проверка

Для равенства действует аналогичное правило: если $a = b$ и $b = c$, то $a = c$. Его используют, чтобы проверить записи и убедиться в правильности ответа.



Примеры сравнений чисел



В таблице показано, как определить знак сравнения и быстро проверить результат по числовой прямой.

Сравнение зависит от положения чисел на прямой: правее — больше, левее — меньше, даже если оба числа отрицательные или записаны с дробной частью.

Пара	Знак	Проверка
8 и 5	>	8 правее
-1 и 2	<	-1 левее
-4 и -7	>	-4 правее
-2,8 и -2,3	<	-2,8 левее



Строгие и нестрогие неравенства



1.

Строгие знаки

Знаки $>$ и $<$ называют строгими неравенствами. Они показывают, что числа не равны, а ответ не включает граничное значение.

2.

Нестрогие знаки

Знаки $\geq$ и $\leq$ называют нестрогими. Они допускают равенство, поэтому граница входит в множество решений и считается допустимым значением.

3.

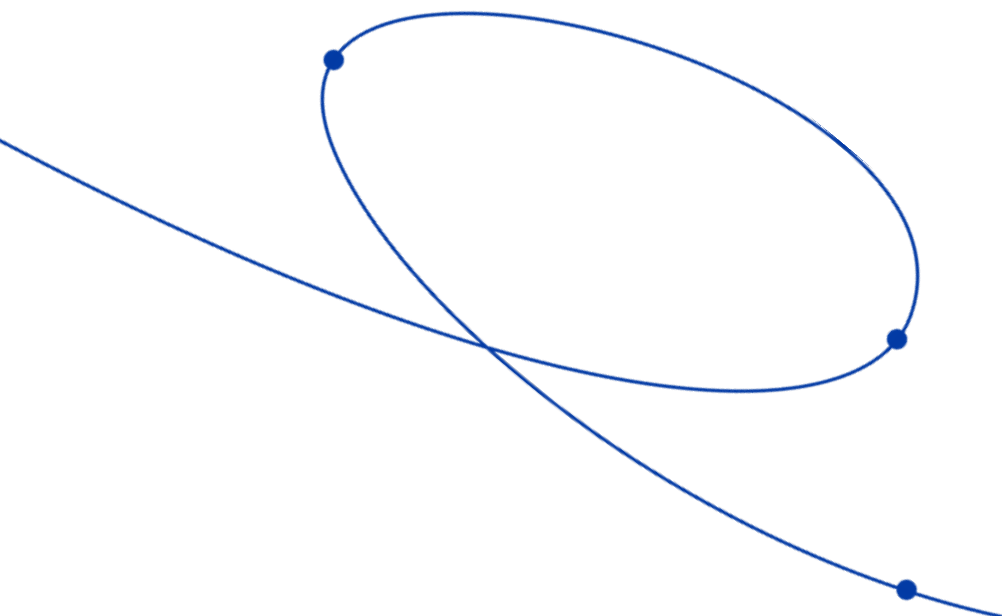
Пример с границей

Запись $x \geq 5$ означает все числа от 5 и больше: 5, 6, 7 и далее. Здесь число 5 входит в ответ и отмечается как часть решения.

4.

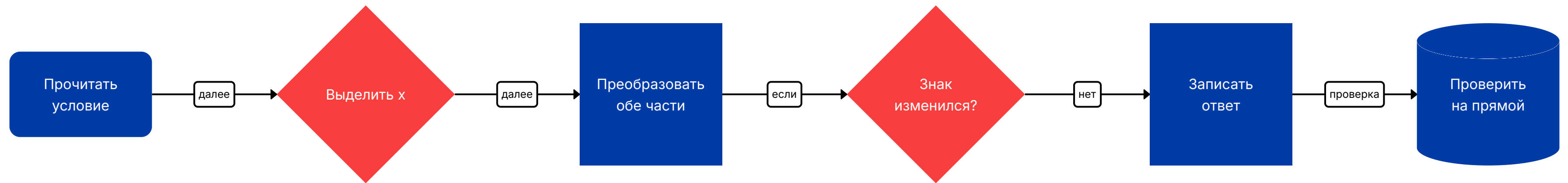
Когда граница не входит

Запись $x < 5$ показывает все значения, которые меньше 5, но само число 5 не подходит. Это важно при чтении условий задач и записи ответа.



Пошаговый алгоритм решения

Алгоритм построен по стандартной последовательности работы с простым неравенством с одним неизвестным.



Правила преобразования неравенств

1. Сложение и вычитание

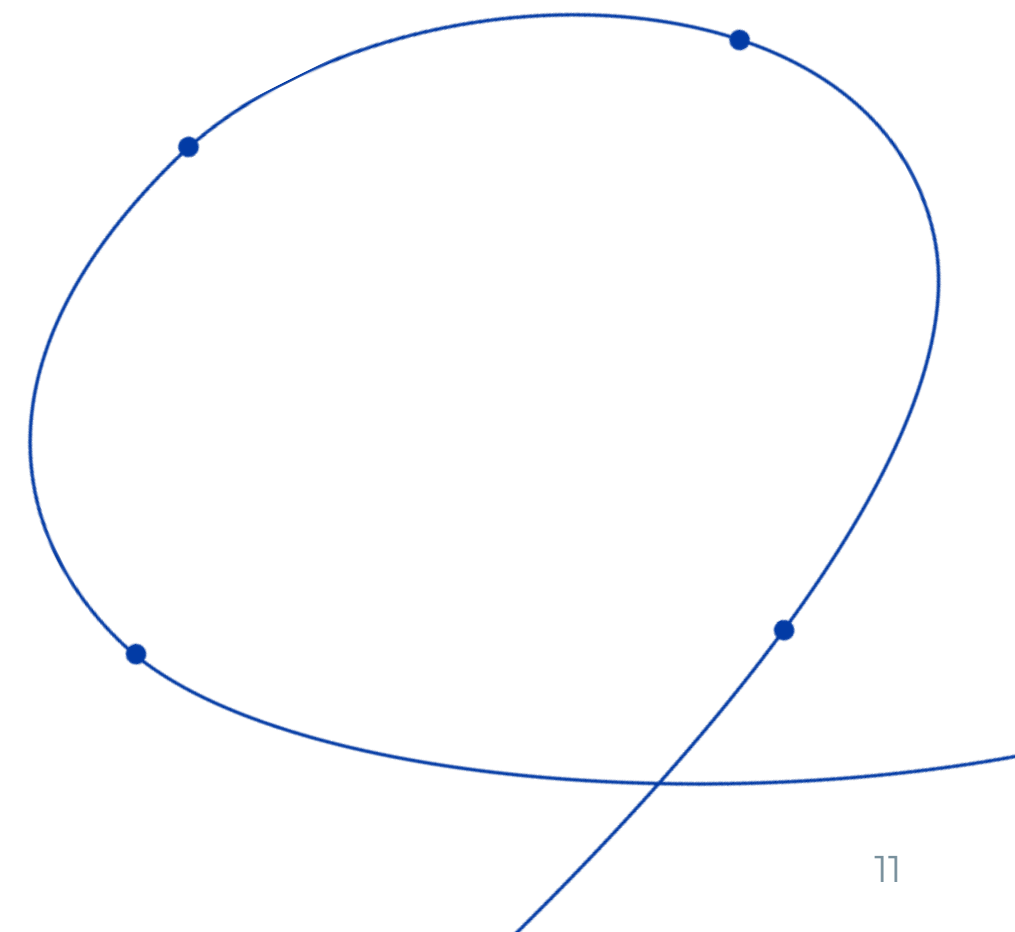
Если к обеим частям неравенства прибавить или вычесть одно и то же число, знак сравнения не изменится. Это позволяет упростить запись и перенести известные значения в другую часть.

2. Сходство с уравнениями

Такие преобразования очень похожи на действия с уравнениями: сохраняется равновесие записи. Поэтому можно аккуратно переносить числа, не теряя смысла исходного неравенства.

3. Что помогает найти ответ

Это правило удобно при поиске неизвестного числа. Сначала убирают лишние слагаемые, затем получают более простую форму и сразу проверяют, подходит ли найденное значение условию.



Умножение и деление на отрицательное число



1.

Смена знака

Если обе части неравенства умножить или разделить на отрицательное число, знак обязательно меняется на противоположный. Иначе порядок чисел на прямой будет записан неверно.

2.

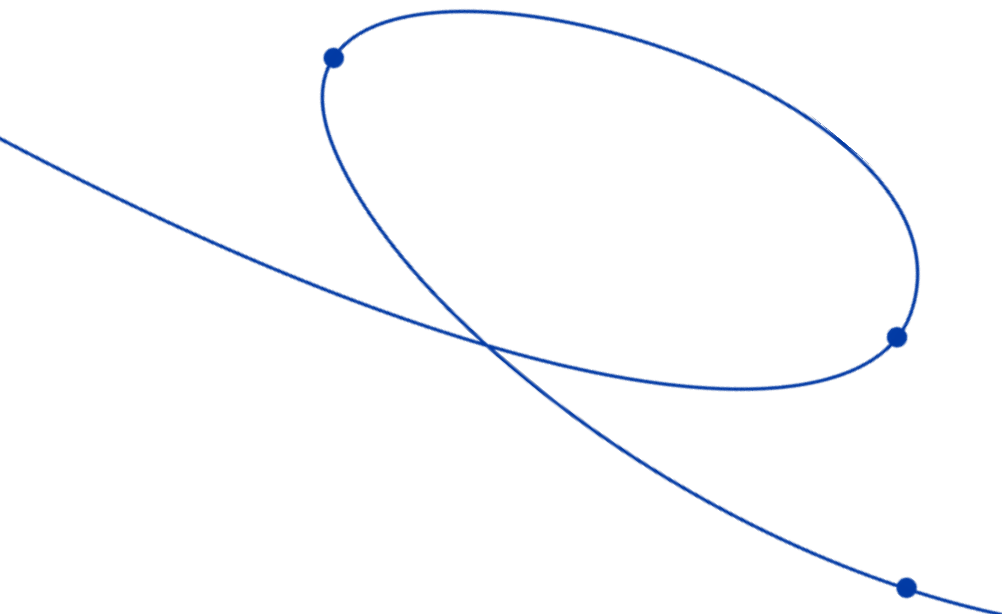
Почему так происходит

Отрицательное число как бы «переворачивает» расположение значений: большее становится меньшим, а меньшее — большим. Поэтому после преобразования нужно читать неравенство в обратном направлении.

3.

Полезная проверка

Например, из $4 > 1$ получаем $-4 < -1$. Такой переход удобно перепроверять на числовой прямой: противоположные числа всегда меняют свой порядок местами.



Как меняется порядок чисел при умножении на -1



На диаграмме видно, что каждое число переходит в противоположное. Это удобно использовать, когда нужно быстро понять, как изменится сравнение после умножения на -1 .

Противоположные числа меняются местами относительно нуля, поэтому порядок значений на прямой становится зеркальным.



Иллюстративные данные по заданным парам чисел из плана презентации.

Интервалы и промежутки значений

Краткая запись

Неравенство можно записать как промежуток, чтобы сразу показать все подходящие значения. Такая форма короче, чем перечисление каждого числа по отдельности, и удобна для ответов.

Границы решения

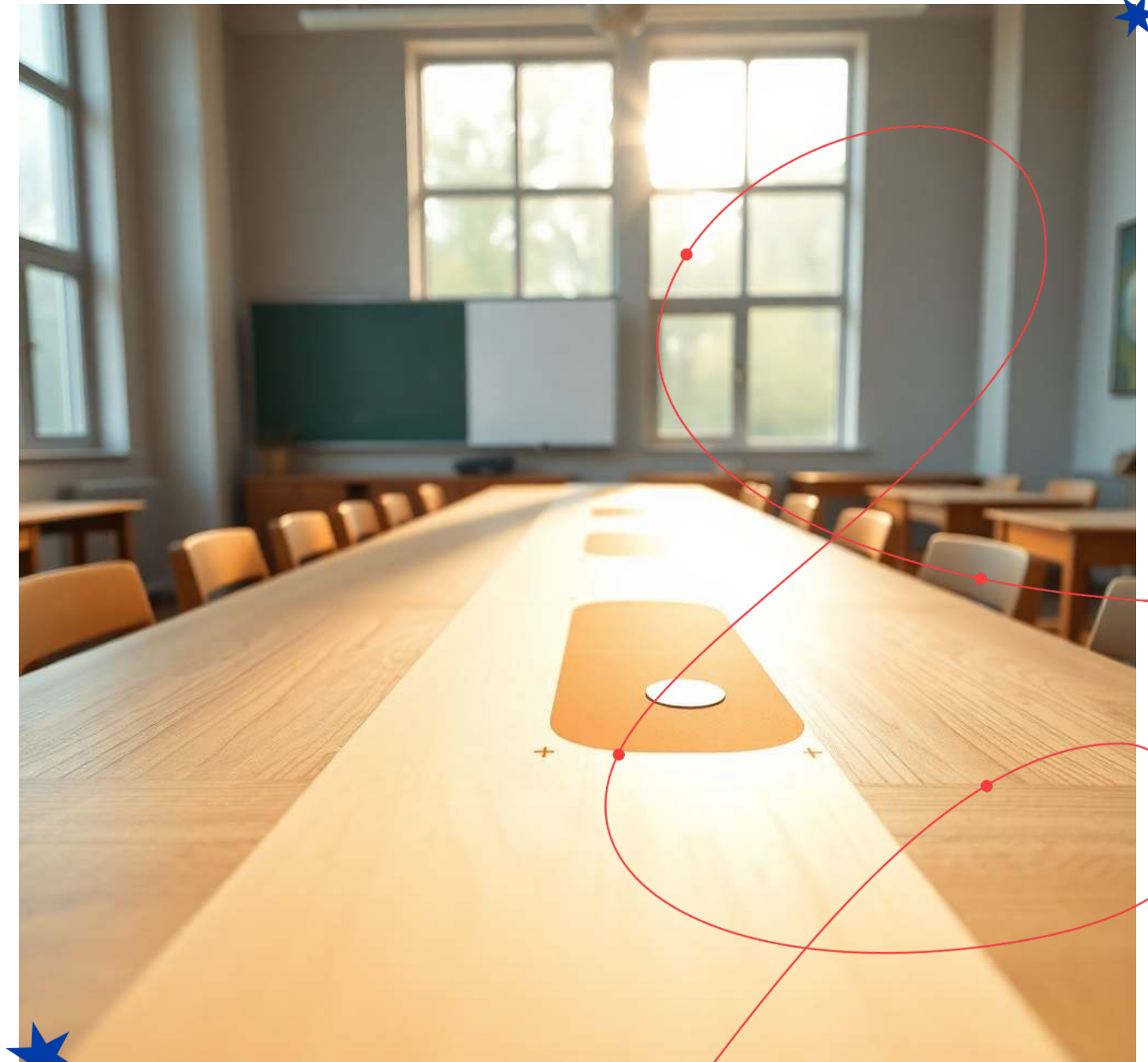
Если число входит в ответ, границу отмечают закрашенной точкой. Если не входит, используют пустую точку. Это позволяет быстро понять смысл знаков $\geq$, $\leq$, $>$ и $<$.

Читаем по прямой

На числовой прямой видно, в какую сторону продолжается решение: вправо или влево. Поэтому промежуток не только записывает ответ, но и наглядно показывает его форму.

Примеры записей

Записи $x > 2$, $x \leq 7$ и $-3 < x \leq 4$ показывают разные области допустимых значений. Каждая из них описывает не одно число, а целый набор решений.



Запись ответа на числовой прямой

Таблица показывает, как знак неравенства связан с видом точки и направлением стрелки на прямой. Это помогает быстро оформить ответ после решения.

Пустая точка означает, что граница не входит в ответ, а закрашенная — что входит. Стрелка показывает сторону всех подходящих значений.

Неравенство	Точка	Направление
$x > 3$	пустая	вправо
$x \geq 3$	закрашенная	вправо
$x < -2$	пустая	влево
$x \leq -2$	закрашенная	влево

Правила изображения решений неравенств на числовой прямой.

Типичные ошибки при работе с неравенствами

Путаница знаков

Часто ученики меняют местами $>$ и $<$, особенно когда числа расположены близко друг к другу. Чтобы избежать ошибки, полезно сразу сверяться с числовой прямой.

Забыли сменить знак

При умножении или делении на отрицательное число знак должен поменяться. Если этого не сделать, ответ получится неверным, даже если все вычисления выполнены правильно.

Неполный ответ

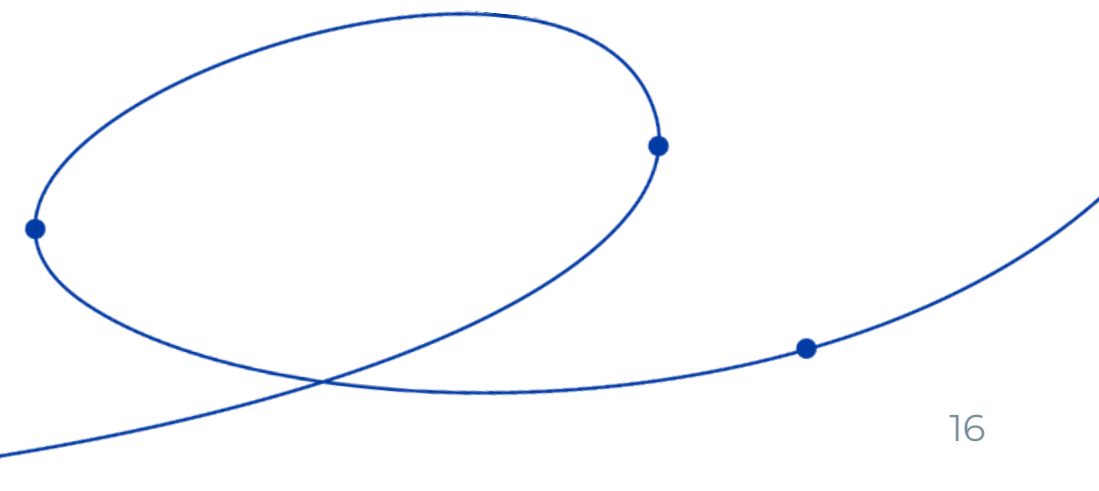
Иногда записывают только число, забывая указать знак или промежуток. В неравенствах важно показать не отдельный ответ, а все значения, которые подходят условию.

Сравнение по модулю

Отрицательные числа нельзя сравнивать только по модулю. Важно учитывать их положение на прямой: число, расположенное правее, всегда больше, даже если его модуль меньше.

Неверная граница

При нестрогом неравенстве граница входит в ответ, а при строгом — нет. Если перепутать это правило, решение будет оформлено неправильно и потеряет точность.



Задачи из жизни с неравенствами



Температура

Фраза «температура ниже 0°C » означает, что подходят все значения меньше нуля. Здесь важно не конкретное число, а диапазон возможных значений на шкале.



Скорость

Ограничение «не больше 60 км/ч » задаёт верхнюю границу. Оно показывает, что скорость может быть равна 60 или быть меньше, но не выше.



Масса

Если масса рюкзака должна быть меньше 10 кг, то значение 10 кг не входит в ответ. Такие условия часто встречаются в правилах перевозки и снаряжения.



Возраст

Запись «не менее 12 лет» означает, что 12 лет тоже подходит. Такие неравенства помогают понять, кто может участвовать в событии или пользоваться услугой.



Числовые неравенства в реальных ограничениях



Диаграмма отражает самые знакомые школьнику ситуации, где важно не точное число, а допустимый предел или условие. Такие примеры легко перевести на язык неравенств.

Чаще всего неравенства задают ограничения сверху или снизу. Это делает их удобным способом описывать правила и безопасные пределы в повседневной жизни.



Иллюстративное распределение примеров из повседневных ограничений, составленное по теме презентации.

Что важно запомнить перед практикой

1. Сравнение чисел

Неравенство показывает, какое число больше, меньше или принадлежит диапазону. Сначала нужно определить порядок значений, а затем выбрать правильный знак сравнения.

2. Числовая прямая

Положение числа на прямой помогает быстро проверить ответ. Чем правее расположено число, тем оно больше; чем левее — тем меньше.

3. Сложение и вычитание

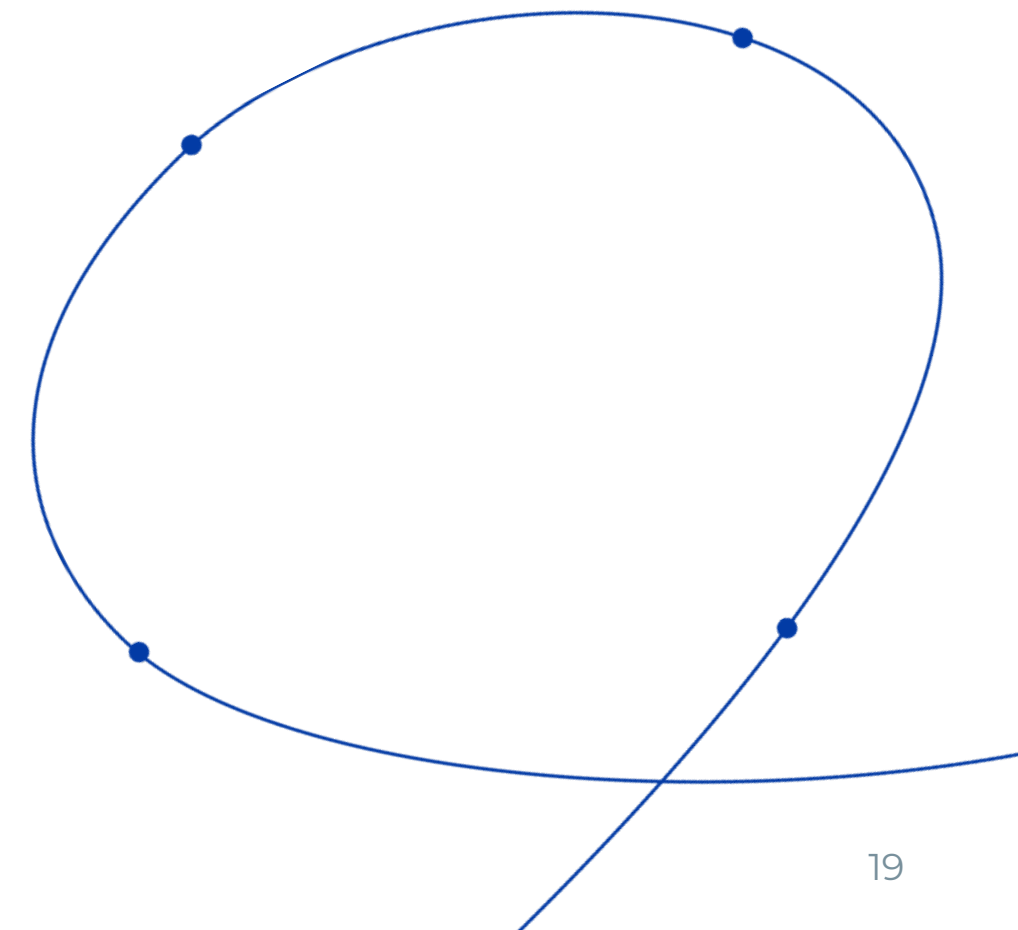
Если к обеим частям прибавить или вычесть одно и то же число, знак неравенства сохраняется. Это правило удобно при упрощении выражений.

4. Отрицательные множители

При умножении и делении на отрицательное число знак меняется на противоположный. Этот шаг нельзя пропускать, иначе решение станет неверным.

5. Форма ответа

Ответ лучше записывать не только числом, но и неравенством или промежутком. Так сразу видно, какие значения подходят и входит ли граница в решение.



Неравенства помогают видеть не только число, но и границу

Числовые неравенства учат сравнивать значения, находить допустимые области и читать ответ на числовой прямой. Это важный инструмент для задач, уравнений и дальнейшего изучения алгебры.

