

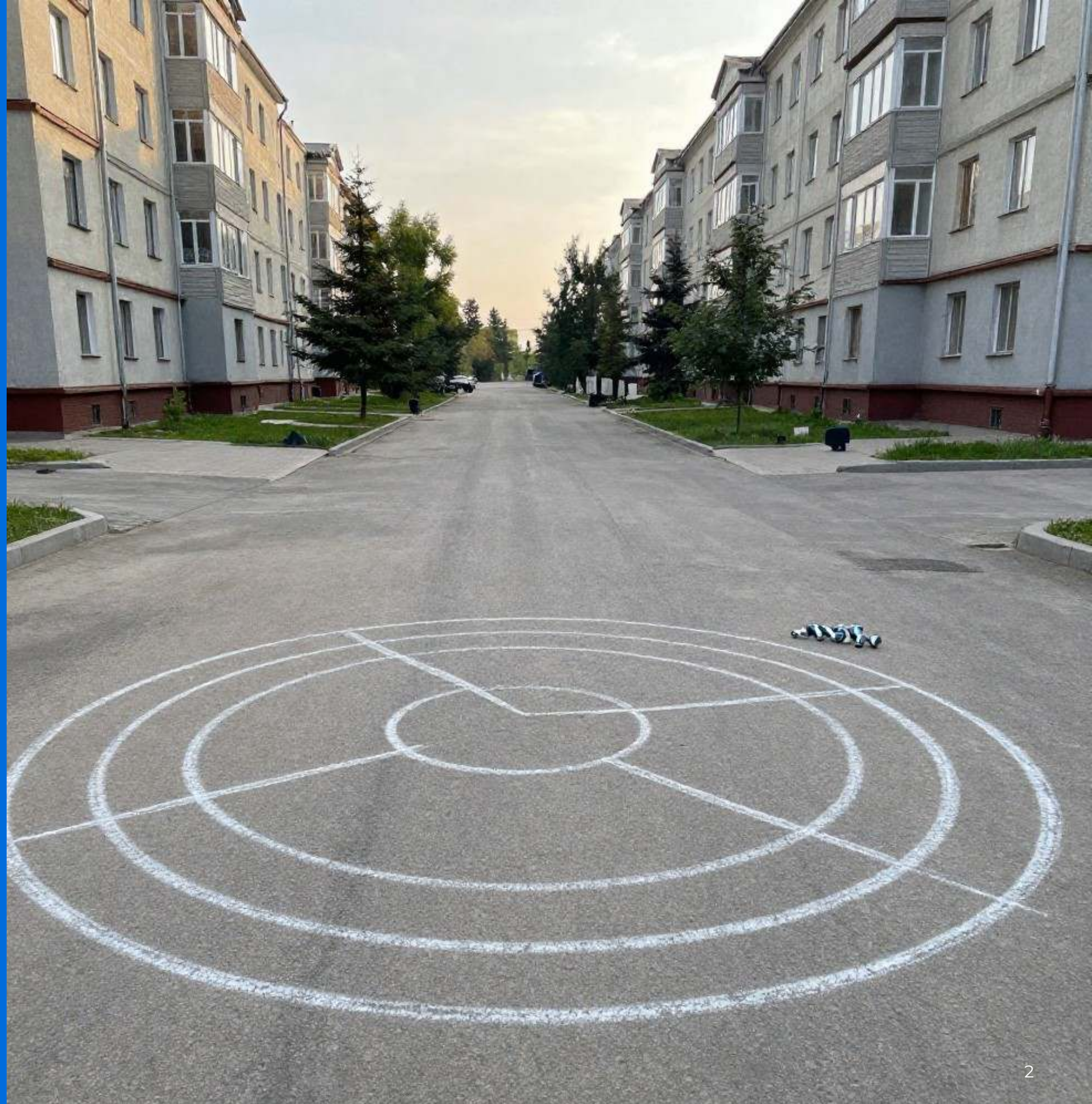
Окружность и геометрические места точек

Окружность, расстояния и точные построения



Геометрия, которая встречается вокруг нас

Эта тема учит видеть за рисунком точные связи между расстояниями, прямыми и углами. Она помогает уверенно решать задачи на построение, доказательство и анализ чертежей, а также замечать окружности в реальных объектах.



Окружность: определение и основные элементы

Центр и радиус

Окружность задаётся одной точкой — центром — и общим расстоянием до всех её точек. Это расстояние называется радиусом и определяет размер фигуры.

Диаметр окружности

Диаметр соединяет две точки окружности и проходит через центр. Он всегда равен двум радиусам, поэтому сразу показывает максимальную ширину окружности.

Хорда и дуга

Хорда — это отрезок между двумя точками окружности. Дуга — часть самой окружности между теми же точками; её длина зависит от того, какой угол ей соответствует.

Касательная линия

Касательная касается окружности только в одной точке. В этой точке она образует прямой угол с радиусом, проведённым к месту касания.



Элементы окружности на чертеже

Что отмечают на рисунке

На чертеже обычно подписывают центр, радиусы, диаметр, хорды, дуги и касательную. Это помогает сразу увидеть, какие элементы заданы и какие свойства можно использовать в решении.

Равные радиусы

Все радиусы одной окружности равны, потому что каждый из них соединяет центр с точкой окружности. Это одно из самых важных свойств при доказательствах и измерениях.

Диаметр и хорды

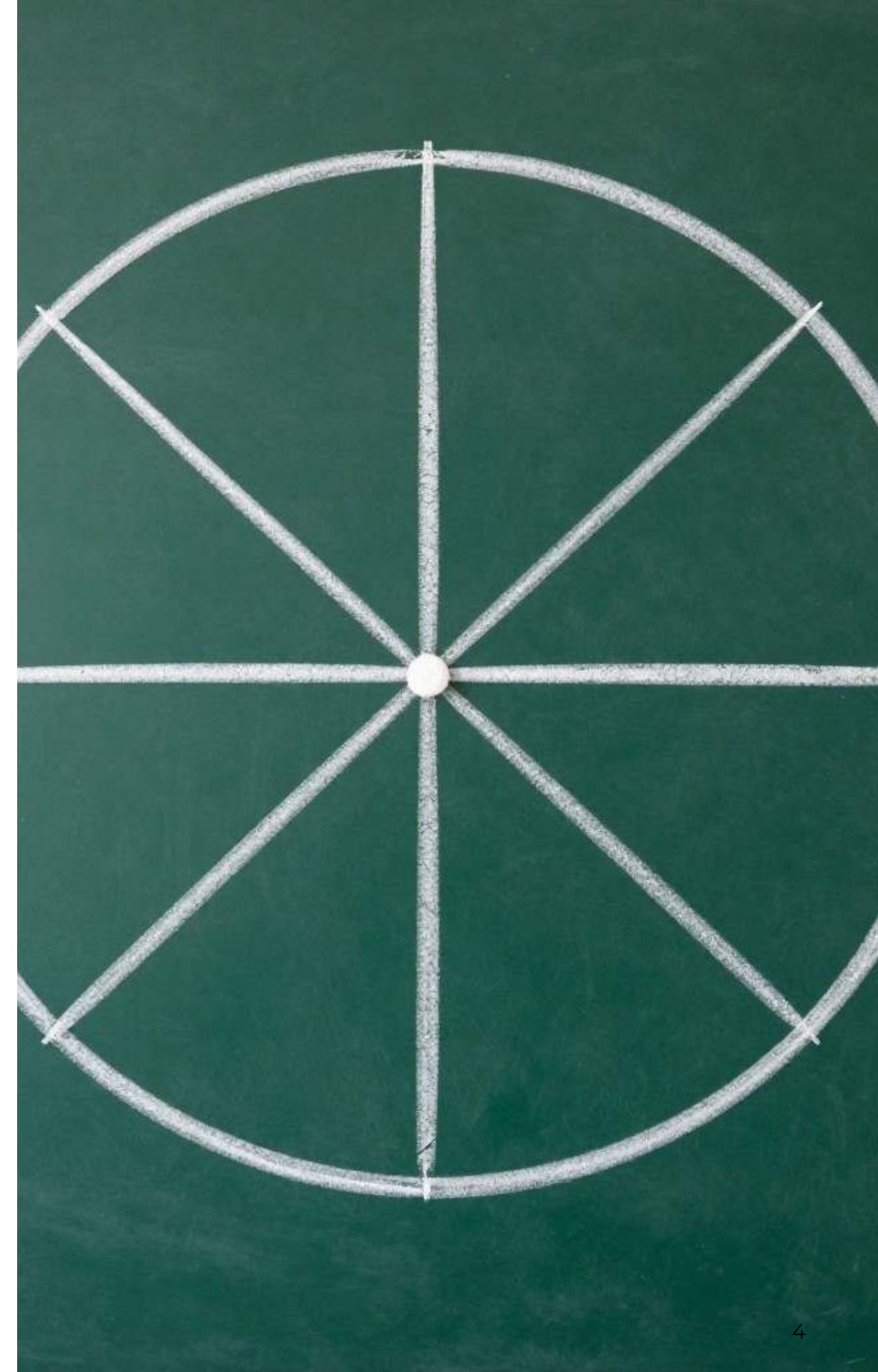
Диаметр — самая длинная хорда окружности. Если хорда не проходит через центр, она всегда короче диаметра, поэтому по её положению можно сравнивать разные отрезки.

Касательная и перпендикуляр

Касательная имеет с окружностью одну общую точку и всегда перпендикулярна радиусу в точке касания. Это свойство часто используют в задачах на построение и доказательство.

Дуга на чертеже

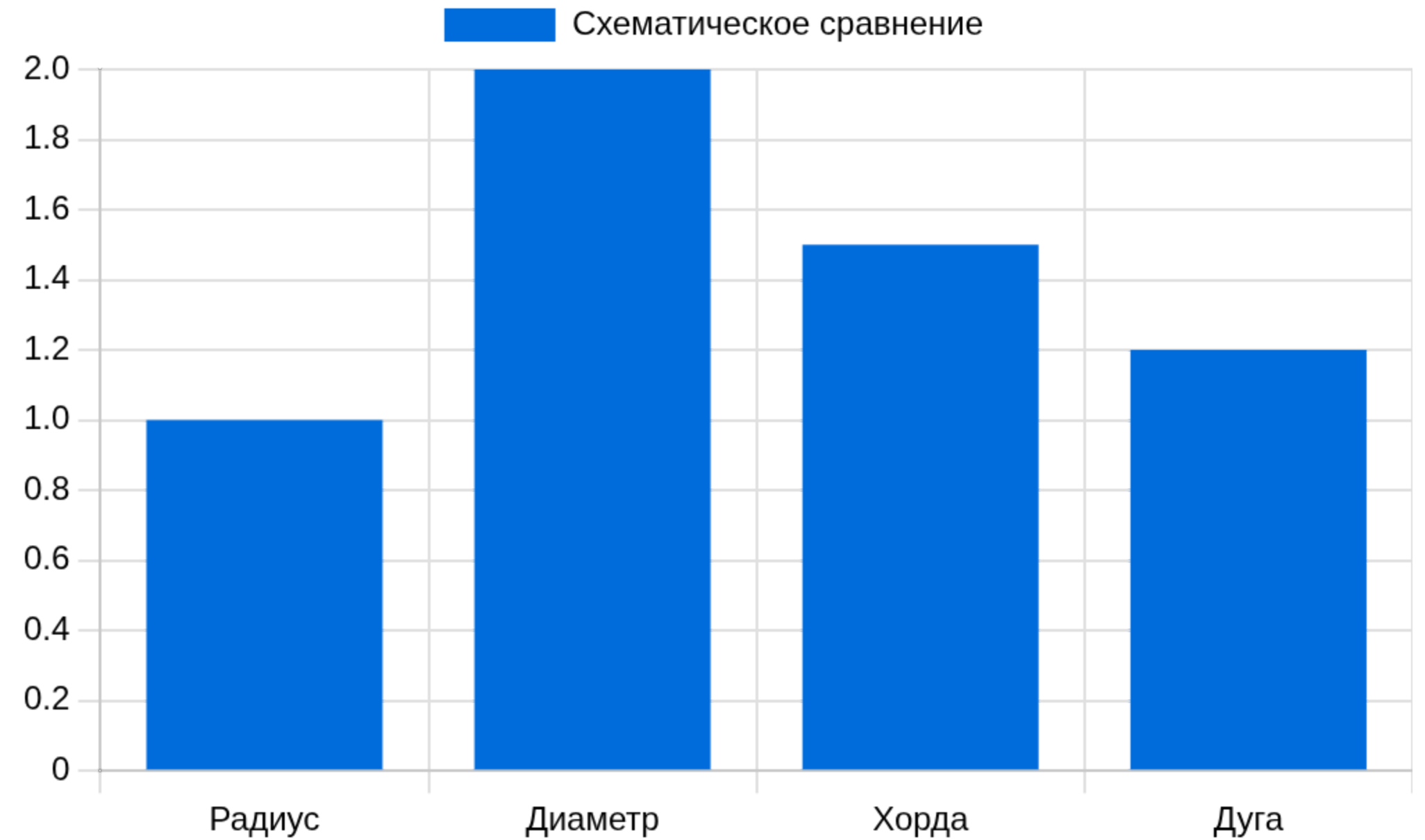
Дуга показывает часть окружности между двумя точками. Чем больше соответствующий центральный угол, тем больше дуга, поэтому по дуге удобно сравнивать части окружности.



Сравнение элементов окружности

Схема показывает только соотношения, а не точные измерения. По ней удобно запомнить, какие элементы задают размер окружности, а какие описывают её части и положение.

Диаметр больше радиуса вдвое, а хорды и дуги зависят от своего расположения и угла.



Схематическое сравнение по материалам темы «Окружность и геометрические места точек»

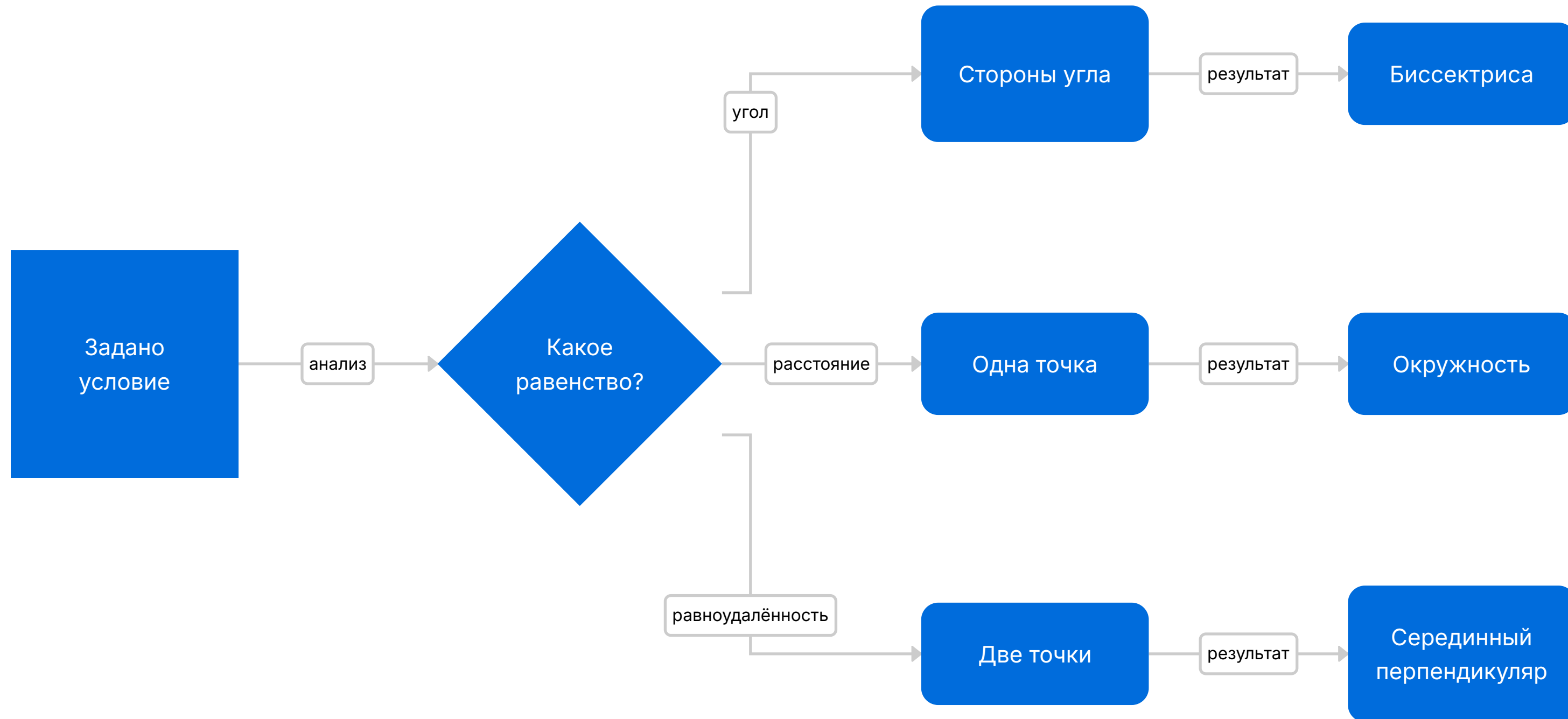
В теме удобно опираться на несколько ключевых случаев: окружность, серединный перпендикуляр и биссектрису. Они чаще всего встречаются в школьных задачах.

3

**основных примера ГМТ
особенно важно
запомнить на этом уроке**

Как распознавать геометрическое место точек

Логика выбора фигуры по заданному условию



Окружность как геометрическое место точек

Одинаковое расстояние

Если все точки находятся на одном и том же расстоянии от точки O , они образуют окружность с центром O . Это расстояние становится радиусом и полностью задаёт размер фигуры.

1

Роль радиуса

Радиус показывает, насколько далеко расположены точки окружности от центра. При увеличении радиуса окружность становится больше, но её форма остаётся той же.

2

Что происходит при изменении

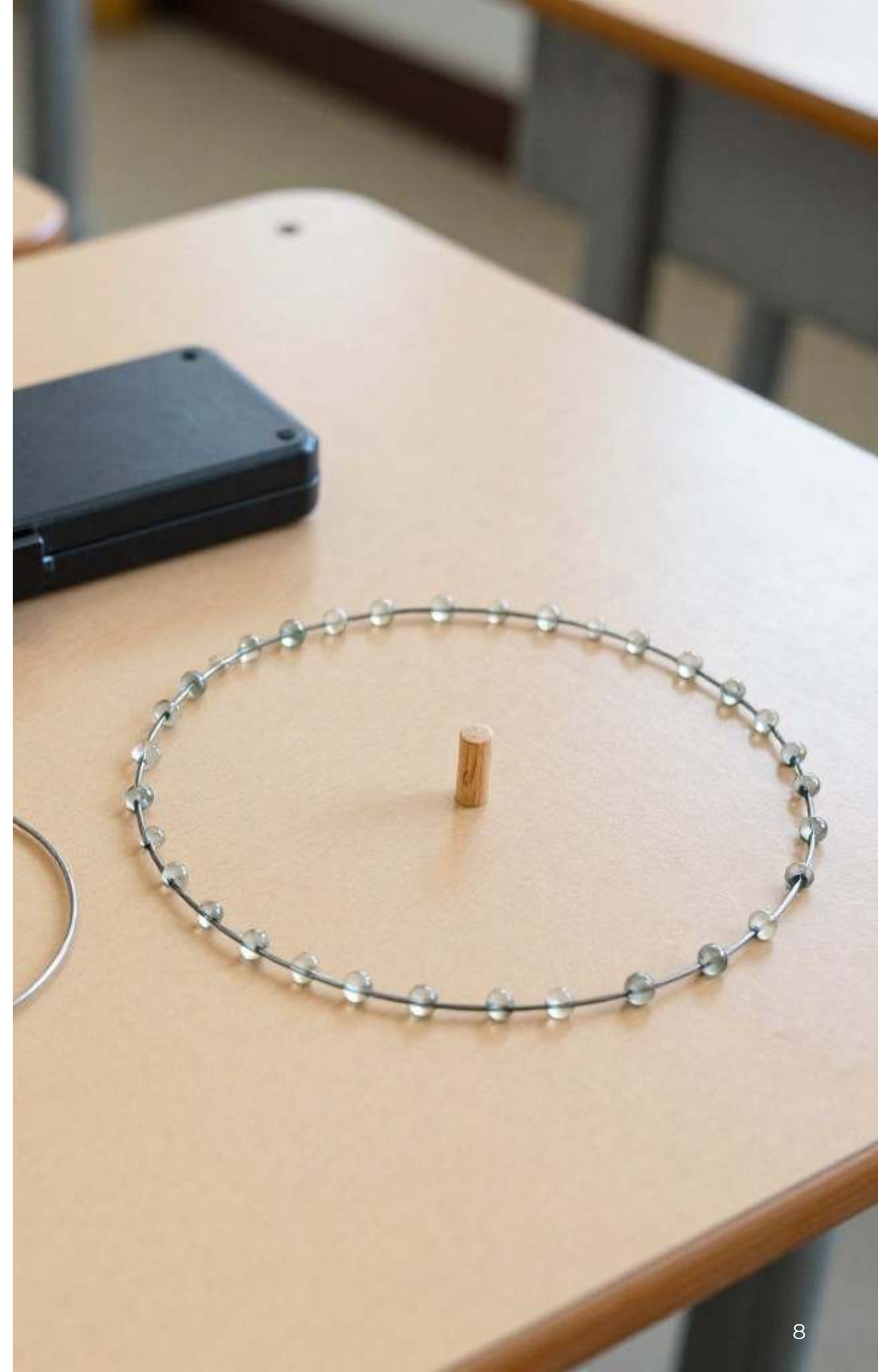
Меняя только радиус, мы изменяем масштаб окружности, а не её вид. Поэтому окружности разного размера могут быть похожи друг на друга.

3

Почему центр не входит

Центр не принадлежит окружности, потому что расстояние от точки до самой себя равно нулю, а для точек окружности оно должно быть одинаковым и ненулевым.

4



Серединный перпендикуляр и равные расстояния

1. Определение прямой

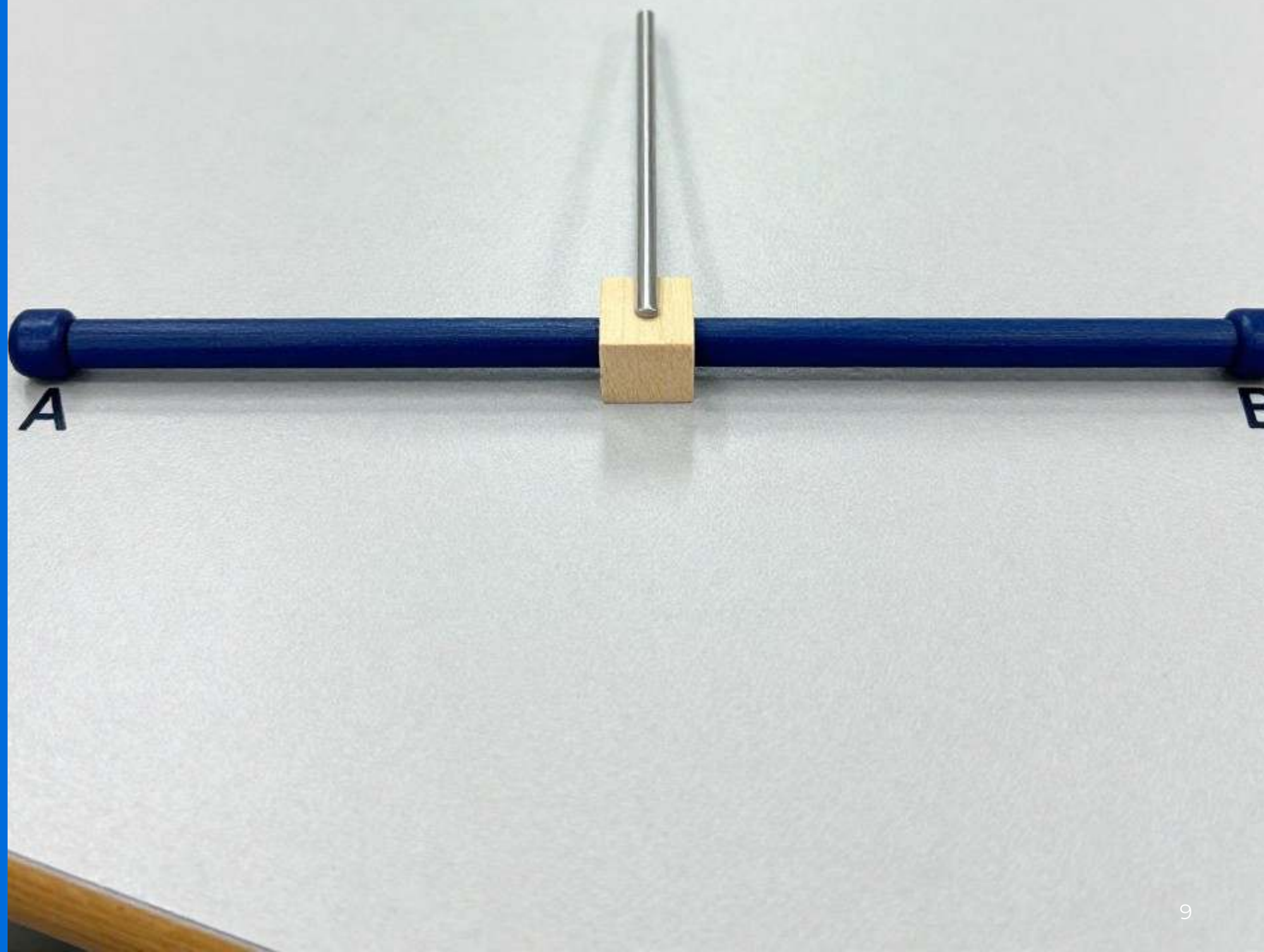
Серединный перпендикуляр проходит через середину отрезка и образует с ним прямой угол. Эта прямая делит отрезок на две равные части и задаёт особое множество точек.

2. Свойство точек

Любая точка серединного перпендикуляра одинаково удалена от концов отрезка. Это делает его удобным инструментом для сравнения расстояний и поиска симметричных положений.

3. Обратное утверждение

Если точка равноудалена от концов отрезка, она обязательно лежит на серединном перпендикуляре. Поэтому по равенству расстояний можно сразу определить нужную прямую.



Основные геометрические места точек

Условие	Фигура	Пример
Расст. от точки O	Окружность	Построить по радиусу
Равноудал. от A и B	Серед. перпендикуляр	Найти центр
Равноудал. от сторон угла	Биссектриса	Разделить угол
Расст. от прямой	2 параллели	Полоса равной ширины

В таблице собраны самые важные случаи ГМТ и их применение в задачах.

Одинаковое условие всегда приводит к определённой фигуре, поэтому важно сначала понять смысл требования, а потом выбирать построение.

Биссектриса как ГМТ точек



Равные расстояния

Любая точка биссектрисы одинаково удалена от обеих сторон угла. Это делает биссектрису удобным ориентиром, когда нужно найти положение точки по условию равенства расстояний.



Деление угла пополам

Биссектриса разбивает угол на две равные части. Поэтому она не только задаёт направление внутри угла, но и помогает точно построить симметричную фигуру.



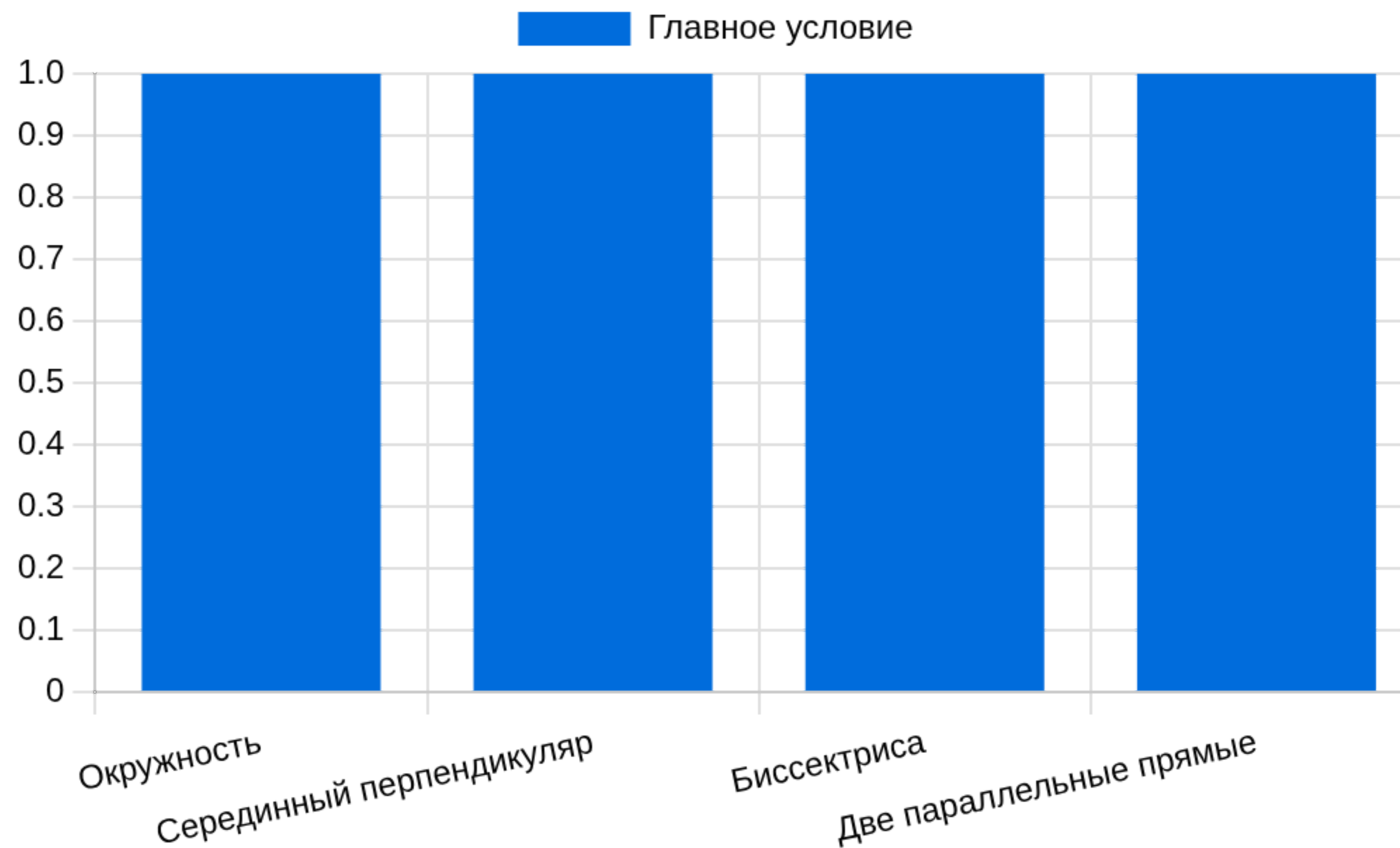
Практика в задачах

Если точка внутри угла имеет равные расстояния до его сторон, она обязательно лежит на биссектрисе. Это свойство используют при построениях и при доказательствах.

Сравнение различных ГМТ

Каждое условие задаёт своё множество точек.
Важно не угадывать фигуру, а сначала выяснить,
какое свойство должно выполняться для каждой
точки.

Разные условия ведут к разным фигурам,
но логика одна: точное свойство полностью
определяет геометрическое место точек.



Построения циркулем и линейкой

1. Задать данные

Сначала определяют, что известно: центр и радиус, отрезок, угол или точки, через которые должна проходить фигура. От этого зависит способ построения.

2. Провести вспомогательные дуги

Циркулем строят дуги одинакового радиуса из нужных точек. Именно они помогают найти пересечения, середины и направления будущих линий.

3. Найти опорные точки

Точки пересечения дуг или равные отрезки на сторонах угла становятся опорой для следующего шага. Здесь особенно важна аккуратность и одинаковый радиус.

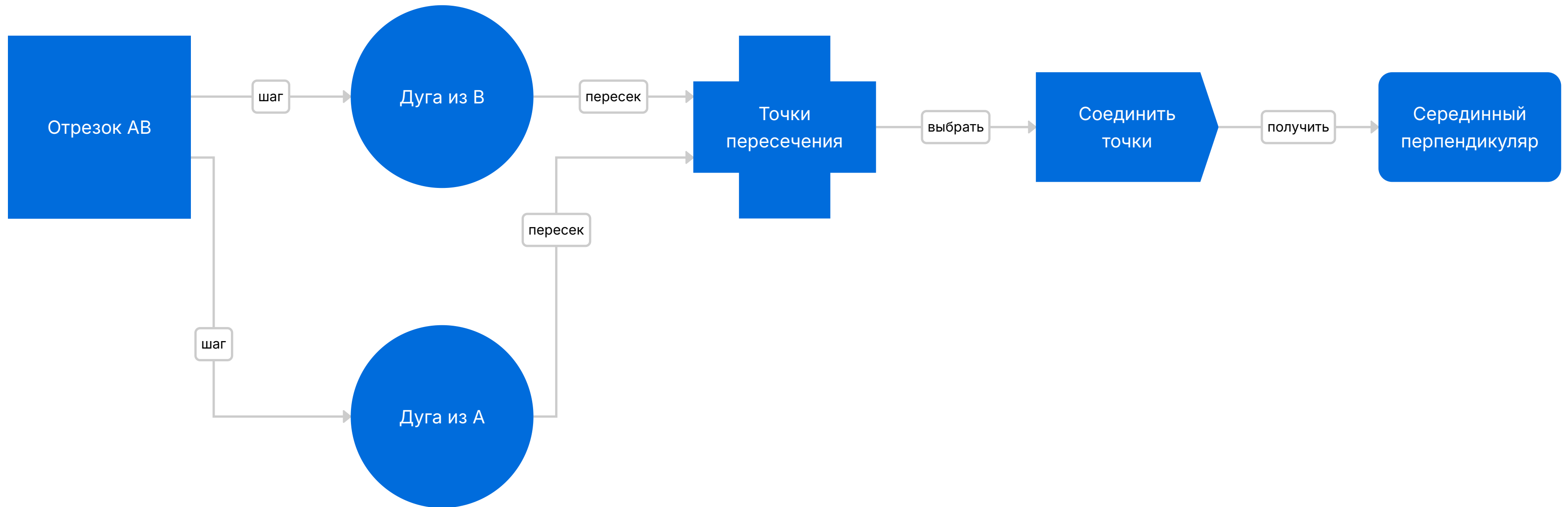
4. Провести итоговую линию

Через найденные точки проводят прямую, луч или окружность. Затем проверяют, действительно ли построенная фигура удовлетворяет условию задачи целиком.



Как построить серединный перпендикуляр

Пошаговое построение по заданному отрезку с использованием циркуля и линейки



Окружность в задачах на построение

По центру и радиусу

Самый простой случай — когда известны центр и расстояние до окружности. Тогда достаточно отметить центр циркулем и провести линию заданного радиуса без дополнительных рассуждений.

Через три точки

Если окружность должна проходить через три точки, сначала проверяют, не лежат ли они на одной прямой. Затем находят центр как точку пересечения серединных перпендикуляров.

Связь с касательными

В задачах часто встречаются касательные, потому что они касаются окружности в одной точке. Чтобы не ошибиться, проверяют перпендикулярность радиуса в точке касания.

Проверка решения

После построения важно убедиться, что все найденные точки действительно подходят по условию. Без этой проверки даже аккуратный чертёж может оказаться неверным.



Типичные ошибки при работе с окружностью и ГМТ

Ошибка	Почему	Проверка
Круг и окружность	Путают линию и область	Сверить определение
Неверный центр	Неточный чертёж	Сравнить расстояния
Пропуск условия	Читают задачу не до конца	Проверить равенства
Лишние точки	Не учтён весь ГМТ	Сопоставить со свойством

Учебный материал по геометрии 9 класса

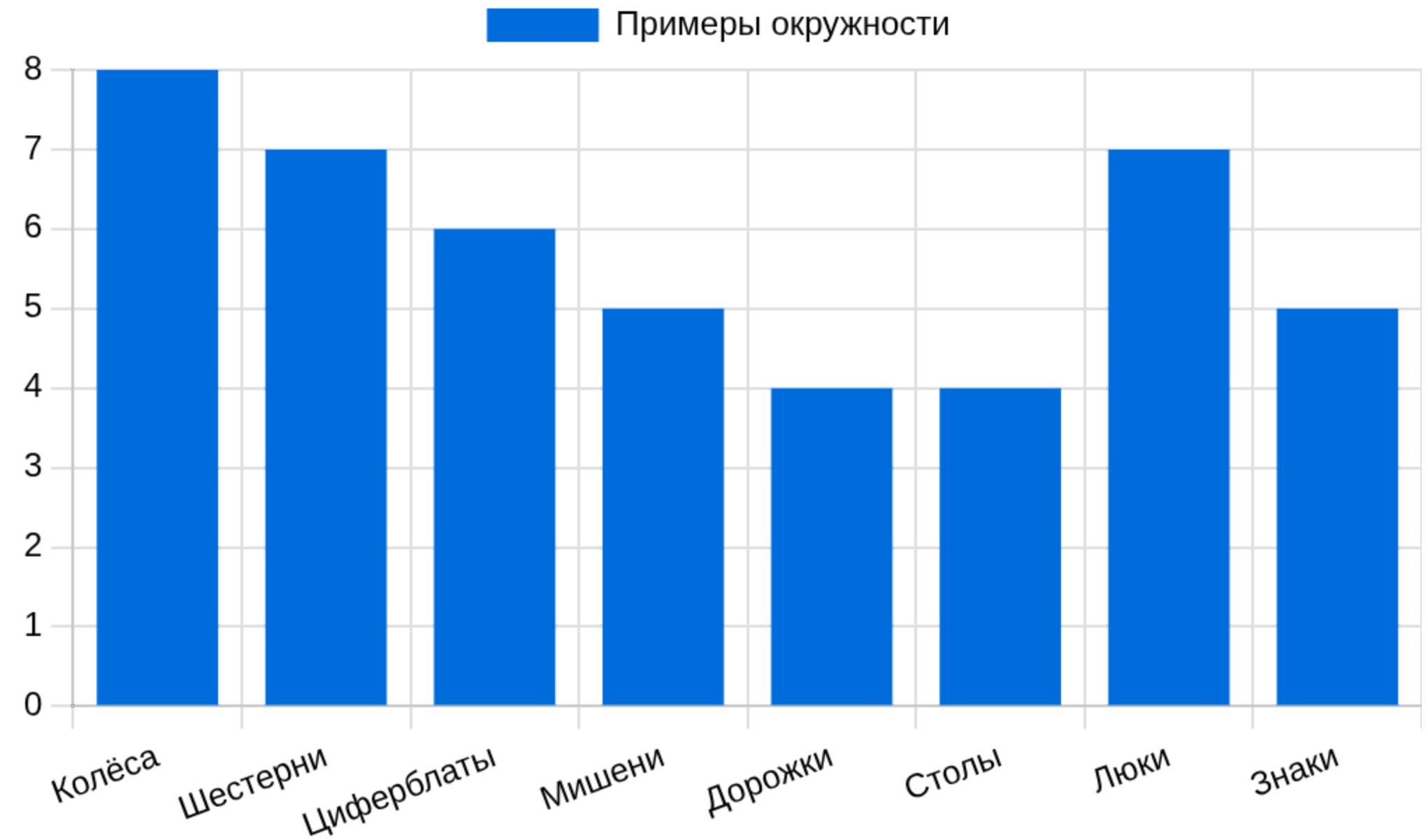
Часто ошибки связаны не с построением, а с неверным пониманием условия. Таблица помогает быстро увидеть, где возникает неточность и как её проверить.

Верное решение требует одновременно точного построения и полного соответствия условию. Если хотя бы одна проверка не пройдена, ответ нужно пересмотреть.

Где встречается окружность в жизни и технике

Окружность удобна там, где важны симметрия, вращение и чёткий центр. Поэтому её форма часто используется в деталях машин и в предметах повседневного назначения.

Схожие по назначению объекты объединяет одно свойство: равномерное расстояние от центра обеспечивает устойчивость, точность и удобство движения.



Схематическая подборка примеров из окружающей среды

Окружность и симметрия

Оси симметрии

Любая прямая, проходящая через центр окружности, делит её на две одинаковые части. Поэтому у окружности бесконечно много осей симметрии, и каждая из них проходит через центр.

1

Поворотная симметрия

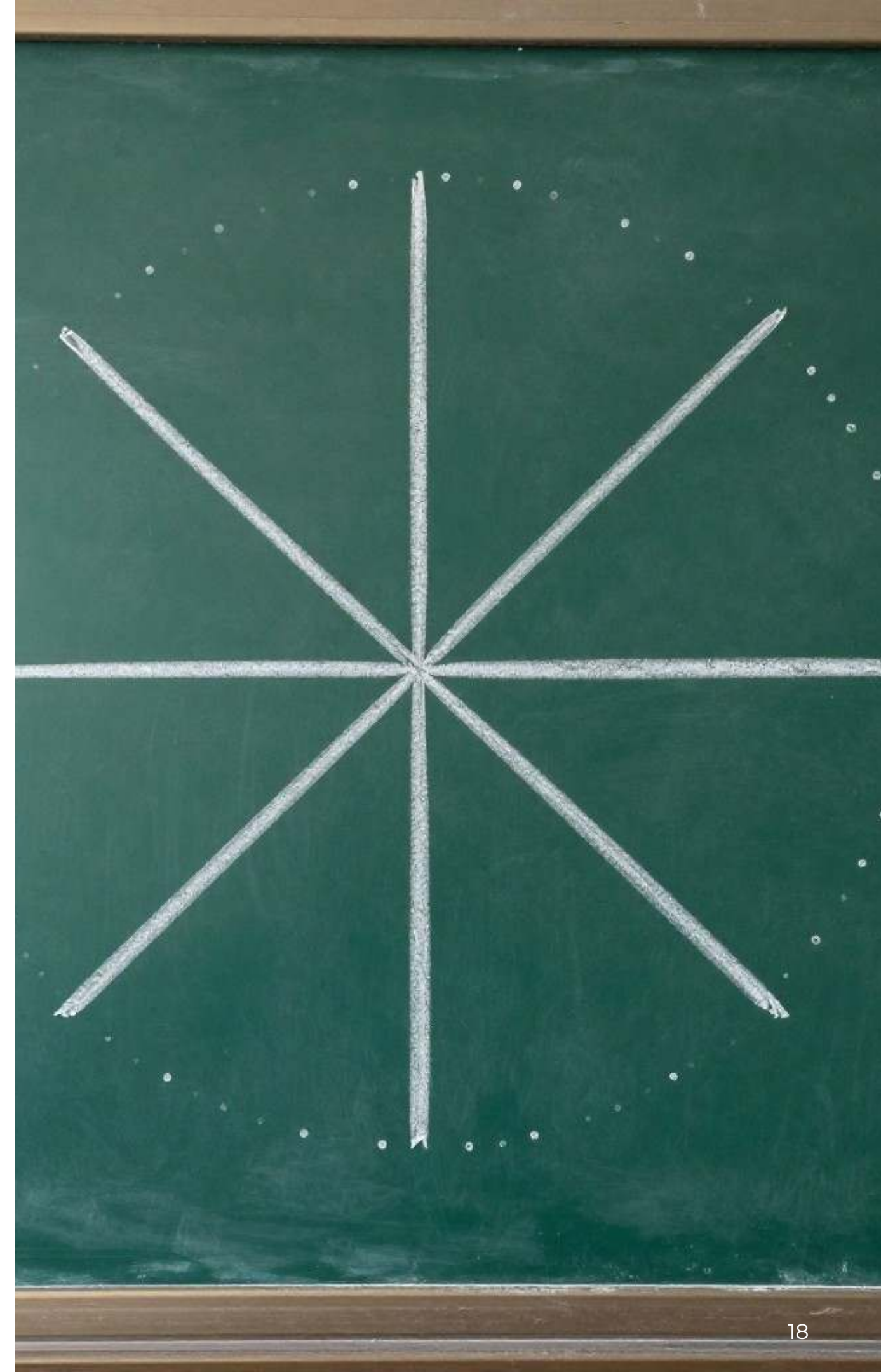
Если повернуть окружность вокруг её центра, форма не изменится. Это свойство показывает, что все точки окружности устроены одинаково и не выделяют особых направлений.

2

Почему это важно

Именно симметрия делает окружность удобной в чертежах, механизмах и знаках. Она помогает создавать точные и устойчивые формы, которые легко распознать и построить.

3



Задания для закрепления темы

1. Построй окружность

Возьмите заданный центр и радиус, затем постройте окружность и подпишите её основные элементы. После этого объясните, почему все её точки равноудалены от центра.

2. Найди серединный перпендикуляр

Постройте серединный перпендикуляр к отрезку и проверьте, что любая точка на нём одинаково удалена от концов отрезка. Обязательно укажите причину этого свойства.

3. Определи ГМТ

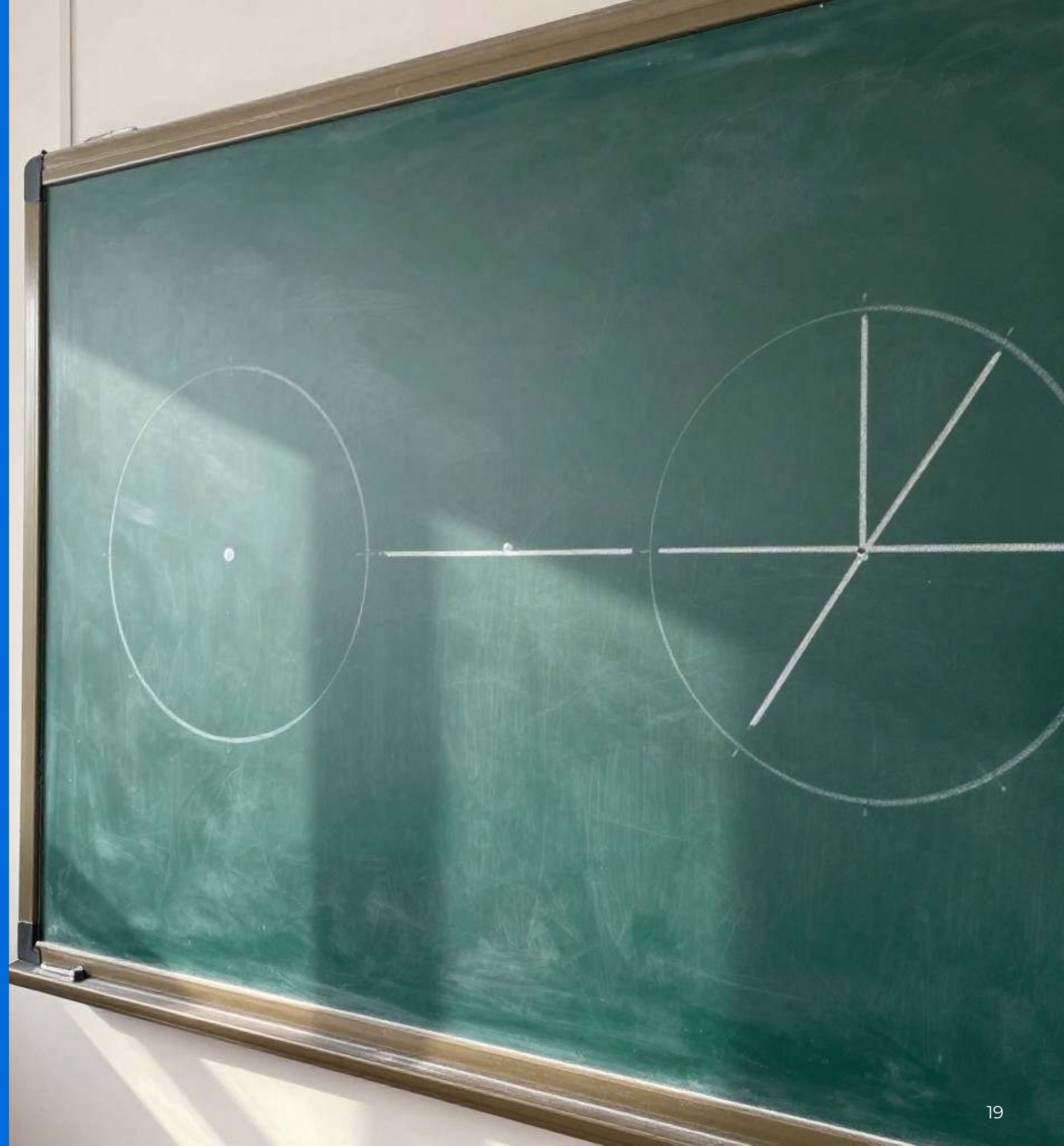
Для предложенного условия сначала назовите предполагаемую фигуру, а затем докажете, что каждая её точка удовлетворяет условию. Это учит не просто отвечать, а обосновывать.

4. Построй биссектрису

Проведите биссектрису угла и проверьте равенство расстояний от любой точки на ней до сторон угла. Такое задание показывает связь между углом и расстояниями.

5. Сделай проверку

После каждого построения отдельно проверьте, нет ли лишних точек и не нарушено ли условие задачи. Аккуратная проверка помогает избежать ошибок в ответе.



Окружность — фигура точных свойств

Эта тема показывает, как одно условие определяет целую фигуру. Окружность, биссектриса и серединный перпендикуляр помогают строить, доказывать и точно описывать расположение точек на плоскости.