

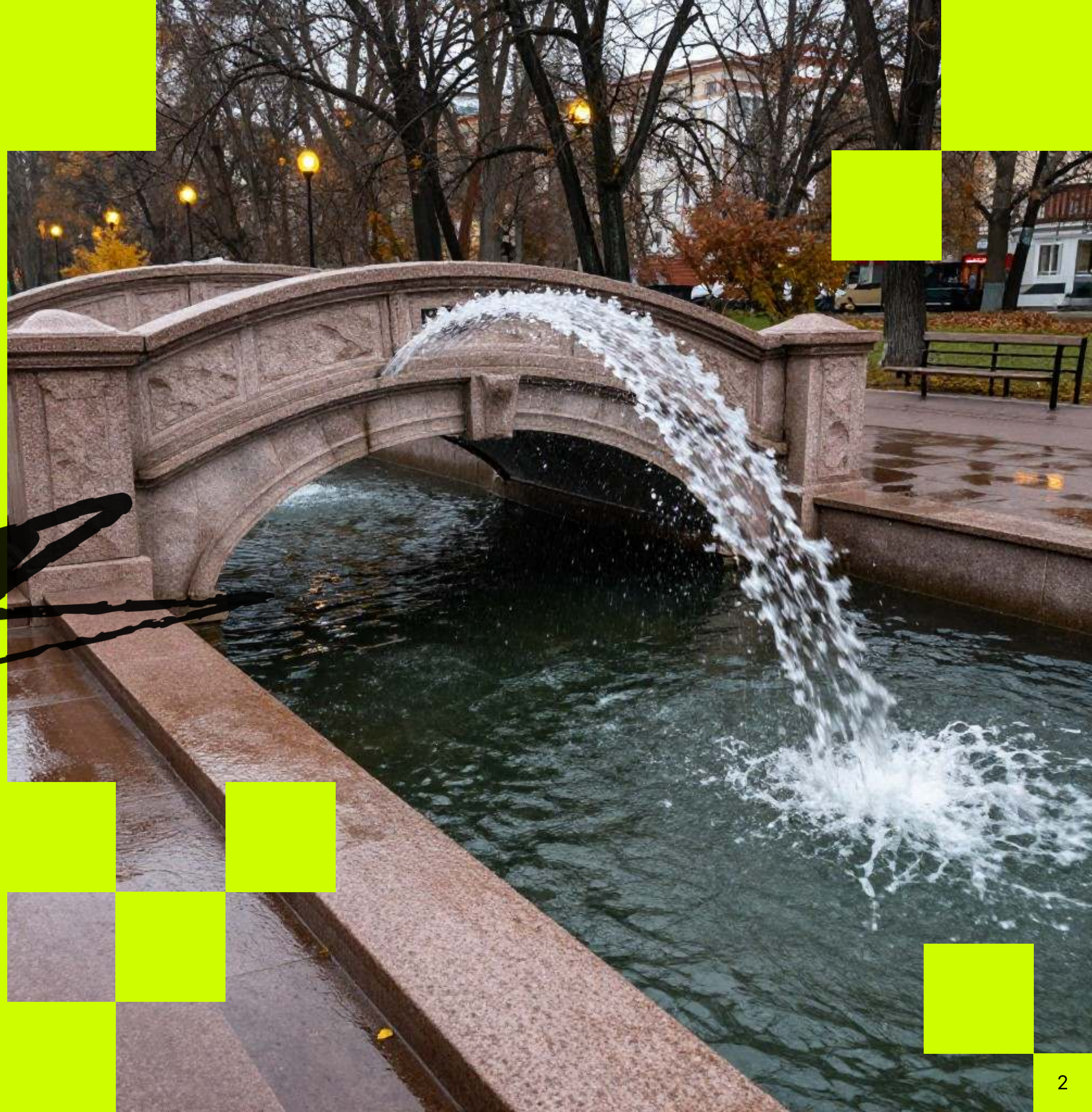
Квадратичная функция

Парабола помогает увидеть скрытые связи и быстро находить важные точки.



Почему это важно

Эта тема показывает, как формулы превращаются в понятный график. С её помощью удобно находить максимум и минимум, читать пересечения с осями и решать задачи, где значение зависит от переменной не линейно.



Где встречается парабола

Движение в спорте

Траектория брошенного мяча часто напоминает дугу параболы: сначала движение идёт вверх, затем вниз. Такой график наглядно показывает изменение высоты во времени.

Арки и свет

Свет прожектора и форма мостовых арок нередко описываются параболическими линиями. В этих примерах важна не только красота формы, но и точность направления луча или конструкции.

Поведение величин

На графиках парабола помогает увидеть ускоренный рост или падение величины. Чем дальше точка от вершины, тем заметнее меняется значение функции.

Формула графика

В школьной алгебре основной вид записывают как $f(x)=ax^2+bx+c$. Именно коэффициенты a , b и c определяют ширину, положение и направление параболы.



Определение и стандартный вид

1. Общий вид

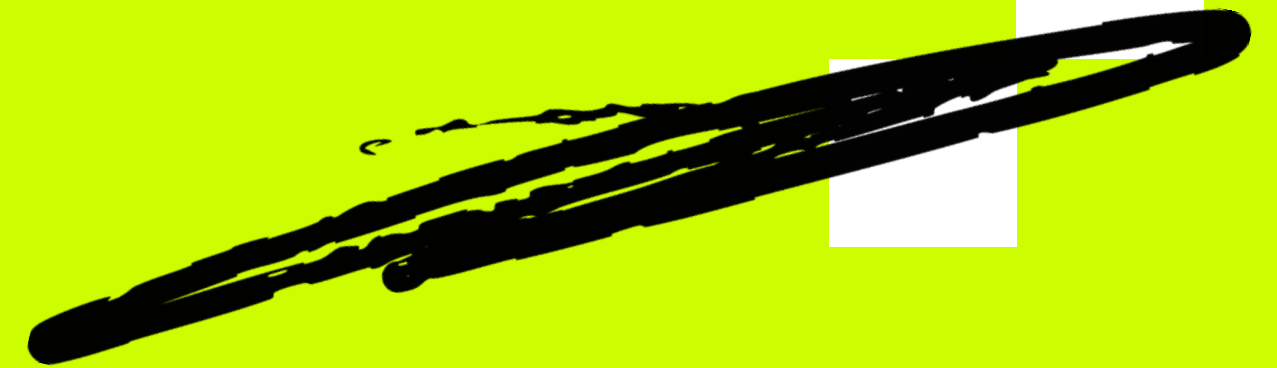
Квадратичная функция записывается как $f(x)=ax^2+bx+c$, где a , b и c — числа, а a не равно нулю. Именно наличие x^2 делает функцию квадратичной.

2. Роль коэффициентов

Член ax^2 отвечает за главную форму графика, bx влияет на смещение, а c задаёт высоту пересечения с осью Oy . Вместе они образуют одну параболу.

3. Главный признак

Если наибольшая степень переменной равна 2, график функции всегда имеет вид параболы. Это главный признак, по которому её узнают среди других функций.



Как распознать квадратичность

Сравните несколько формул и отметьте, где старшая степень переменной равна 2.

Наличие члена x^2 — главный признак квадратичной функции; без него формула относится к другому типу.

Формула	Тип
$y=x^2-4x+3$	квадратичная
$y=2x^2+1$	квадратичная
$y=5x-7$	не квадратичная
$y=1/x$	не квадратичная

Школьное правило: проверка по старшей степени

Как читать график функции

1.

Точки на плоскости

Каждому значению x соответствует только одно значение y , поэтому график строят по точкам. Для параболы удобно сразу выбирать несколько значений по обе стороны от центра.

2.

Используем симметрию

Симметричные значения x дают симметричные точки графика. Это ускоряет построение и помогает не ошибиться при вычислениях, особенно когда вершина уже найдена.

3.

Главные пересечения

Пересечение с осью Ox показывает, где функция равна нулю, а пересечение с Oy — значение $f(0)$. Эти точки особенно важны для чтения графика.



Влияние коэффициента a

Чем больше модуль a , тем сильнее график сжимается по горизонтали; при меньшем модуле он становится более пологим и широким.

Знак a определяет направление ветвей, а модуль a — насколько узкой или широкой будет парабола.



Школьные свойства квадратичной функции

Влияние коэффициента b



Горизонтальный сдвиг

Коэффициент b не меняет тип графика, но сдвигает вершину по горизонтали. Именно из-за него ось симметрии уходит вправо или влево от начала координат.

Ось симметрии

Для функции $f(x)=ax^2+bx+c$ ось симметрии находится по формуле $x_0=-b/(2a)$. По ней удобно быстро определить центральную линию параболы без построения всей кривой.

Сравнение графиков

При одинаковых a и c разные значения b дают похожие параболы, но с разной вершиной. Это помогает сравнивать графики и понимать, как меняется положение без изменения формы.



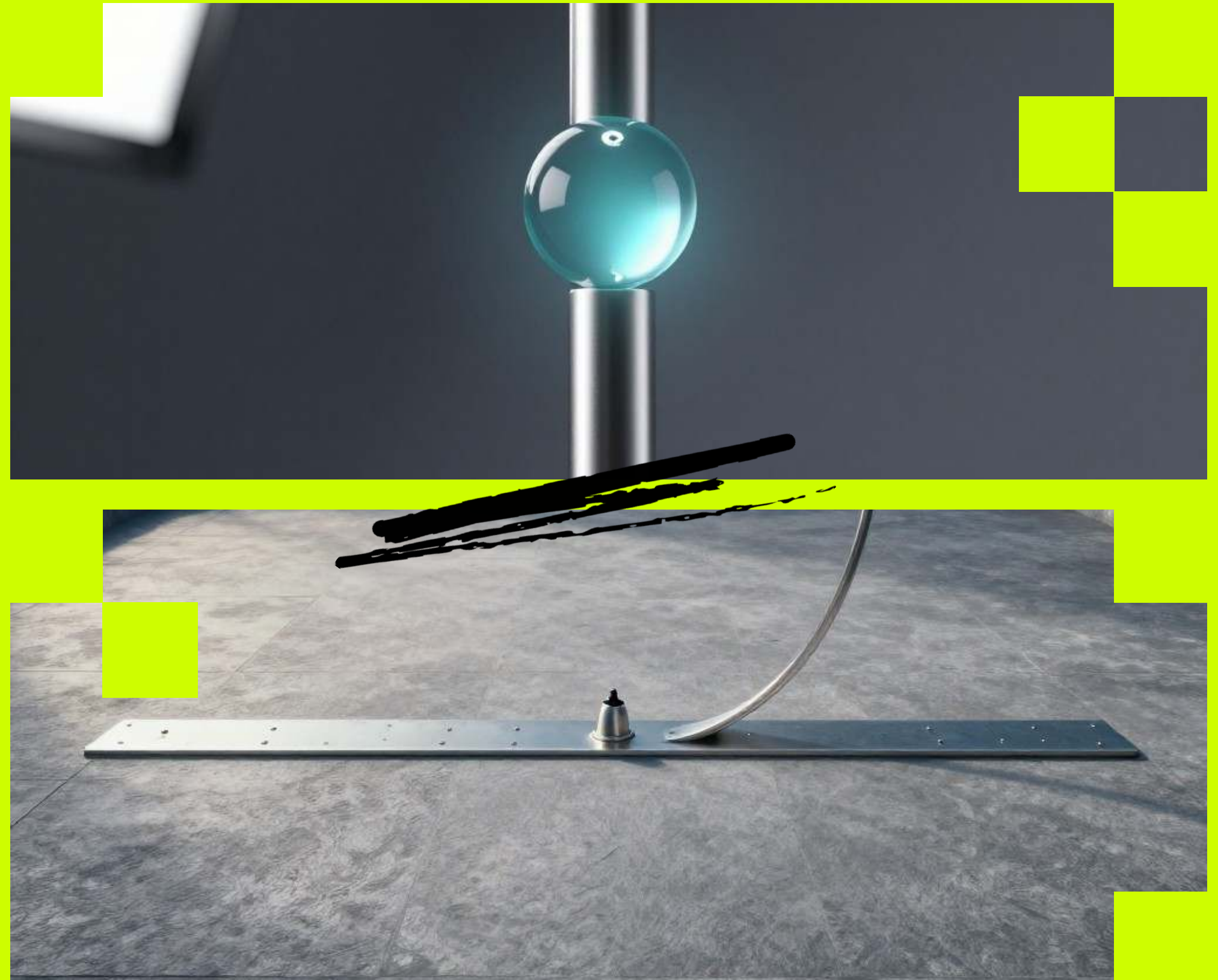
Коэффициент c на графике

Точка на оси Oy

Если смотреть на график, коэффициент c — это первая точка, которую видно на вертикальной оси. Он показывает, где парабола пересекает Oy , ещё до поиска корней.

Подъём или опускание

Положительное значение c поднимает график выше начала координат, а отрицательное опускает его ниже. Поэтому именно этот коэффициент сразу задаёт стартовую высоту всей параболы.



$(2; -1)$
— это вершина параболы
в примере.

Пример из задания: $f(x)=x^2-4x+3$

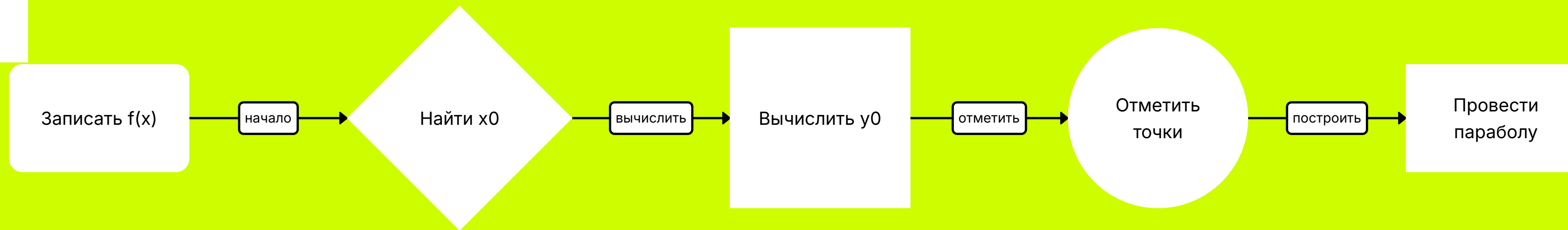


В примере вершина сразу показывает наименьшее значение функции и точку поворота графика.



Построение параболы по оси симметрии

Алгоритм построения по вершине и симметричным точкам.



2

**действительных пересечения
с осью Ox возможны
при положительном дискриминанте**

Свойства квадратного уравнения



По числу корней сразу видно, сколько раз парабола может пересечь ось абсцисс.



Дискриминант и число решений



D	Корни	График
$D > 0$	2	Два пересечения
$D = 0$	1	Касание Ох
$D < 0$	0	Не пересекает Ох

Формула дискриминанта квадратного уравнения



Дискриминант помогает заранее понять, сколько решений имеет уравнение и как расположен график.

Знак дискриминанта показывает число действительных корней и количество точек пересечения с осью Ох.

2 и 3

— корни уравнения $x^2 - 5x + 6 = 0$

Пример решения квадратного уравнения



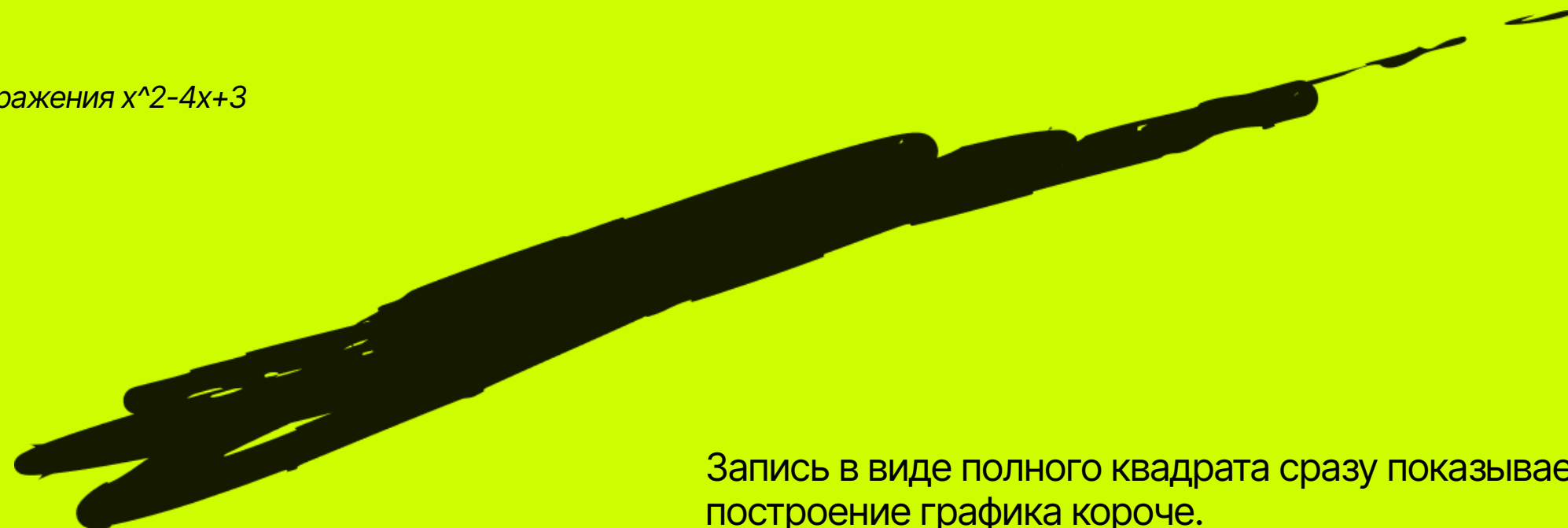
Формула корней позволяет быстро проверить ответ и убедиться, что уравнение решено верно.



$$(x-2)^2-1$$

даёт вершину параболы
в точке (2, -1)

Преобразование выражения x^2-4x+3



Запись в виде полного квадрата сразу показывает вершину и делает построение графика короче.



Сдвиги графика

Сдвиг по x

Сдвиг по горизонтали меняет положение графика вправо или влево, но не ломает форму параболы. В записи $y=(x-2)^2$ число 2 показывает сдвиг вправо.

Сдвиг по y

Сдвиг по вертикали поднимает или опускает всю параболу целиком. В формуле $y=(x-2)^2-3$ значение -3 означает опускание на три единицы вниз.

Как не ошибиться

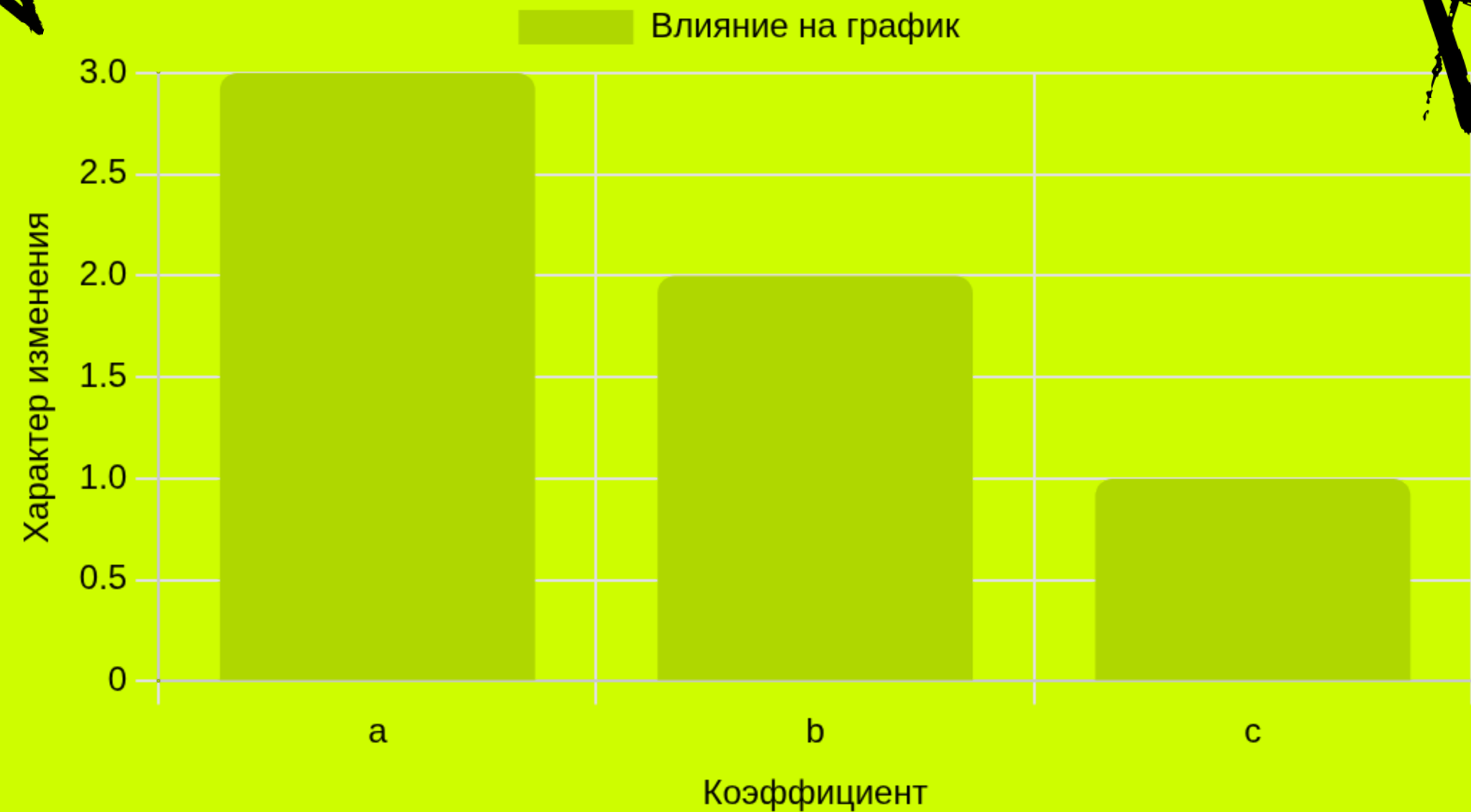
Практически удобнее сначала определить базовую параболу $y=x^2$, а затем последовательно применить оба сдвига. Так легче не перепутать направление и итоговую точку вершины.



Как меняется график при разных коэффициентах

Коэффициенты меняют график по-разному: один отвечает за форму, другой — за положение вершины, третий — за точку пересечения с осью Oy.

Наиболее заметно a меняет ширину и направление, b смещает вершину, а c задаёт высоту пересечения с Oy.



Свойства коэффициентов квадратной функции

Факторный вид и связи корней

1. Факторная запись

Если известны корни x_1 и x_2 , функцию удобно записывать как $a(x-x_1)(x-x_2)$. Такая форма сразу показывает, где график пересекает ось Ox .

2. Связь с коэффициентами

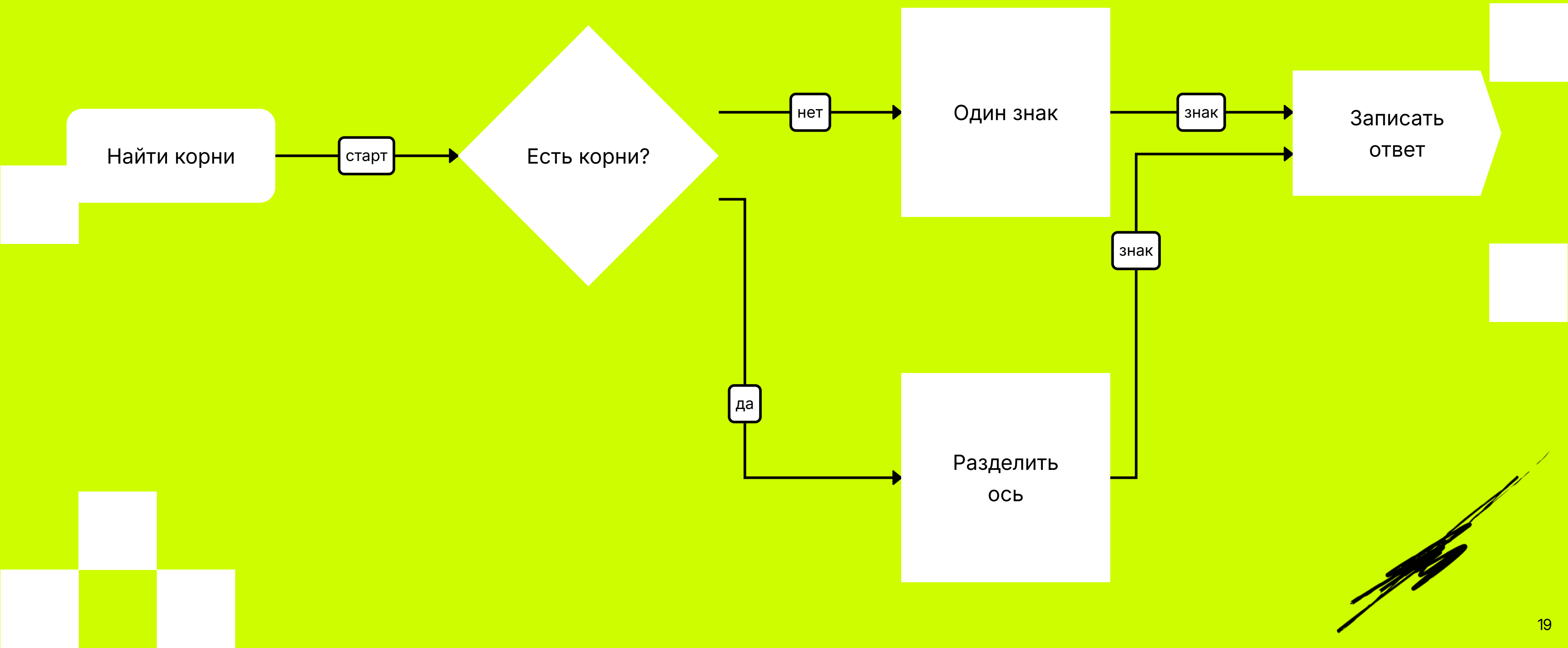
Для коэффициентов справедливы связи: сумма корней равна $-b/a$, а произведение — c/a . Они помогают проверять решение без полного раскрытия скобок.

3. Проверка на примере

В уравнении x^2-5x+6 корни равны 2 и 3. Их сумма и произведение совпадают с коэффициентами, значит запись выбрана верно.

Алгоритм решения неравенств

Схема использует корни и знак коэффициента a .





Квадратичная функция: формула, график, решения

Квадратичная функция помогает видеть связь между формулой и графиком: по коэффициентам можно найти вершину, корни и знак на разных промежутках.

