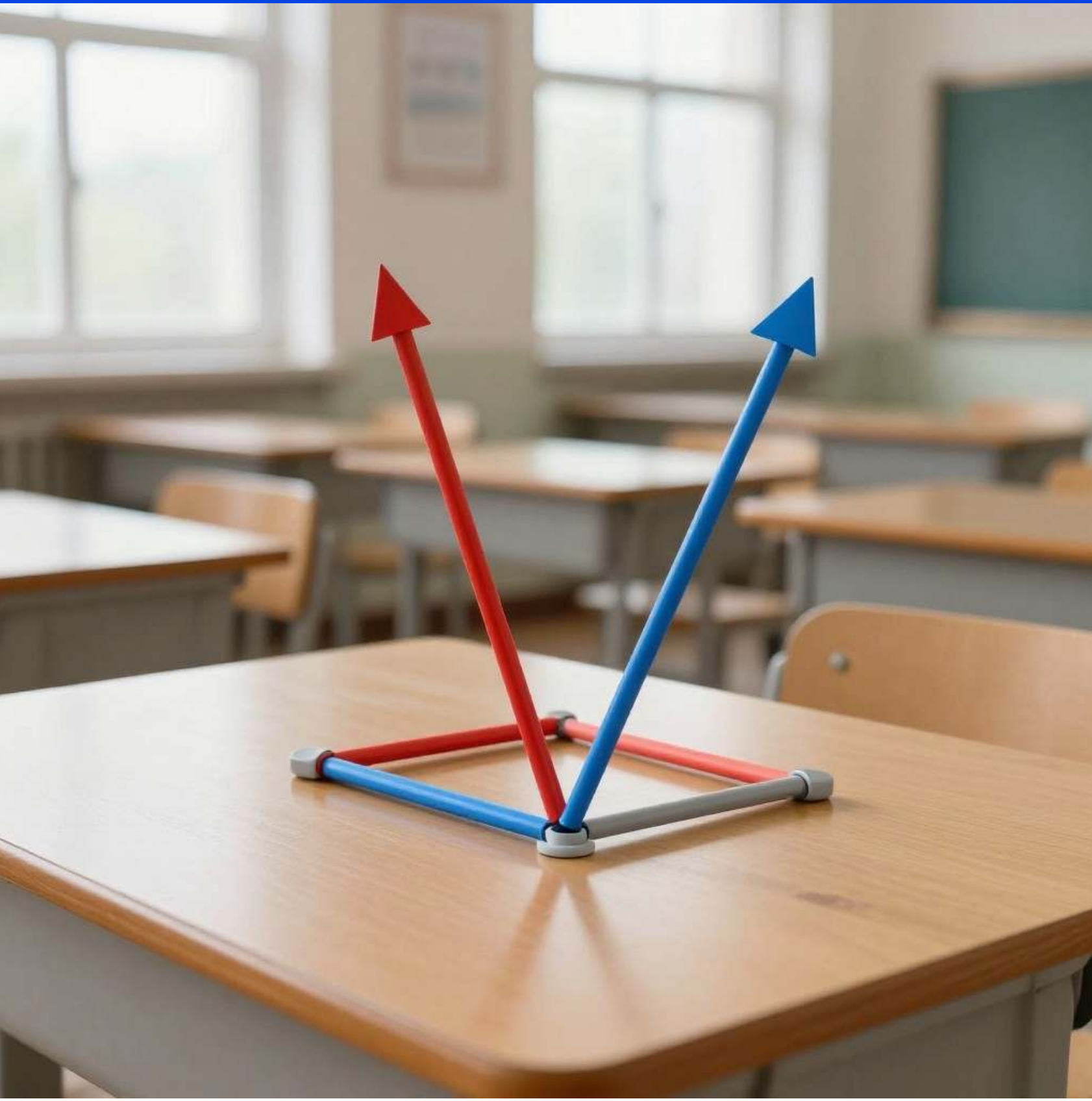


Законы сложения векторов и правило параллелограмма

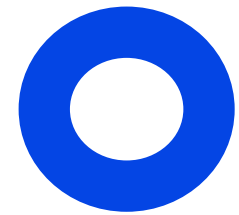
Два шага дают один итоговый вектор. Узнайте правила треугольника, параллелограмма и законы сложения.

Где нужны векторы и почему их складывают



Векторы помогают описывать перемещения: движение по карте, шаги на клетчатом поле, направление ветра и течений. В геометрии сложение показывает результирующий вектор после нескольких шагов, а в задачах 7 класса — построение отрезков, переносы и диагональ параллелограмма.

Что такое вектор



Вектор изображают отрезком со стрелкой. Длина отрезка показывает модуль вектора, а стрелка указывает направление, то есть куда направлено перемещение.



Противоположные векторы имеют одинаковый модуль, но направлены в разные стороны. Их стрелки смотрят навстречу друг другу, поэтому они «действуют» разным образом.



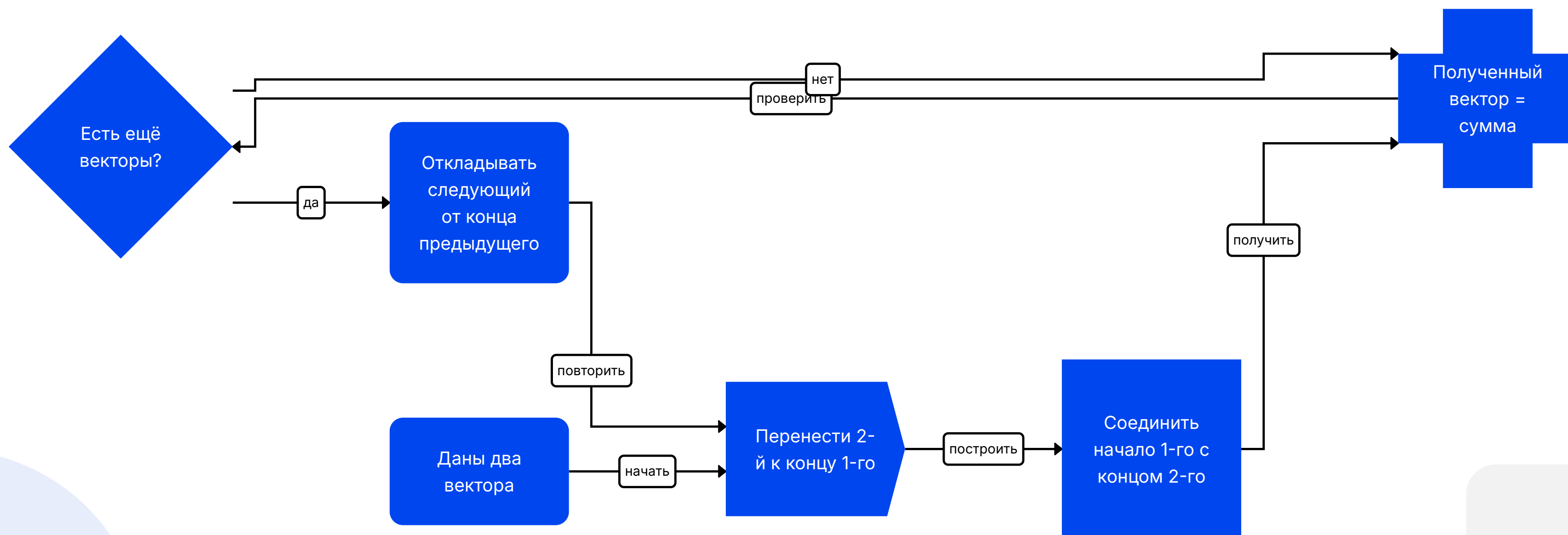
Равные векторы имеют одинаковую длину и одно и то же направление. Важно, что они считаются одинаковыми даже тогда, когда нарисованы в разных местах плоскости.

Что означает сложение векторов

1. Сумма векторов — это результат их совместного действия. Если выполнить два перемещения одно за другим, их можно заменить одним результирующим вектором.
2. При построении сложения векторы можно параллельно переносить: их длина и направление не изменяются. Поэтому меняется только место рисунка, а не смысл.
3. На плоскости итог зависит от модулей и направлений слагаемых. Разные «расположения» на листе приводят к одинаковой сумме, если направление совпадает.
4. Итак, чтобы сложить векторы, достаточно грамотно выполнить построение: найти общий результат, который показывает итоговое перемещение.

Как найти сумму двух (и нескольких) векторов

Геометрическое построение на плоскости, повторяемое для каждого следующего шага.

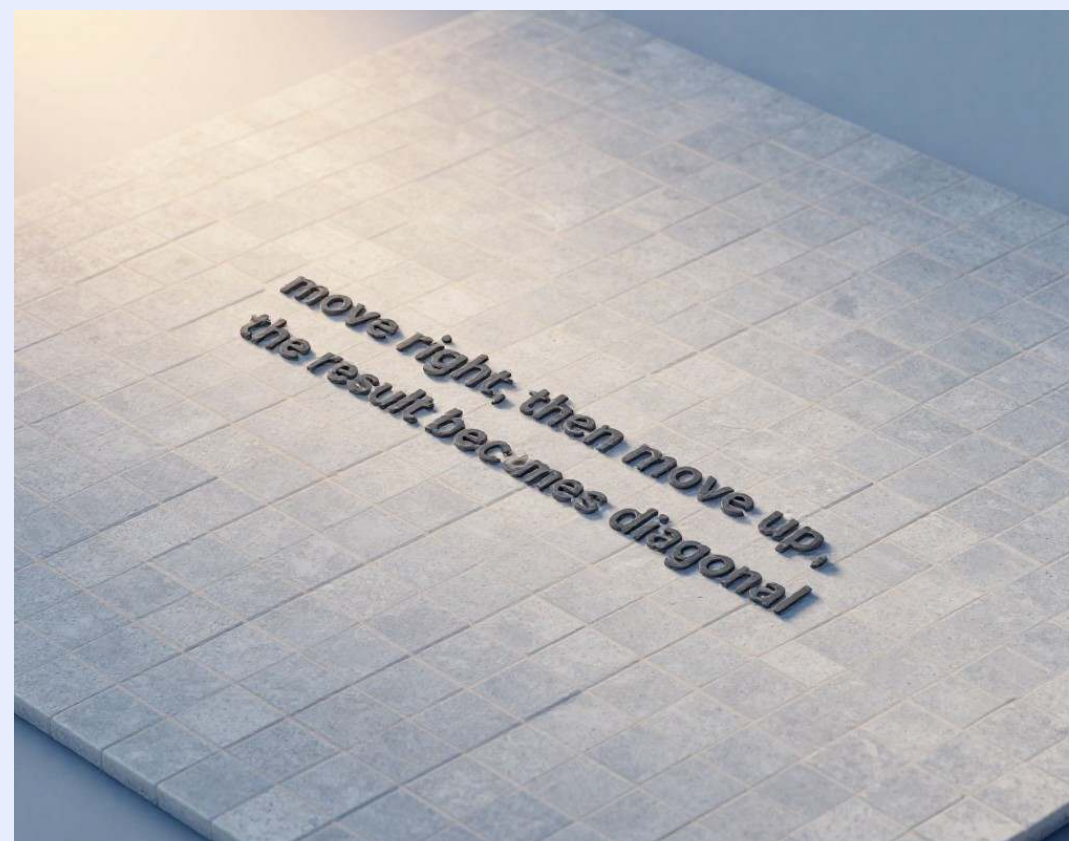


Правило треугольника



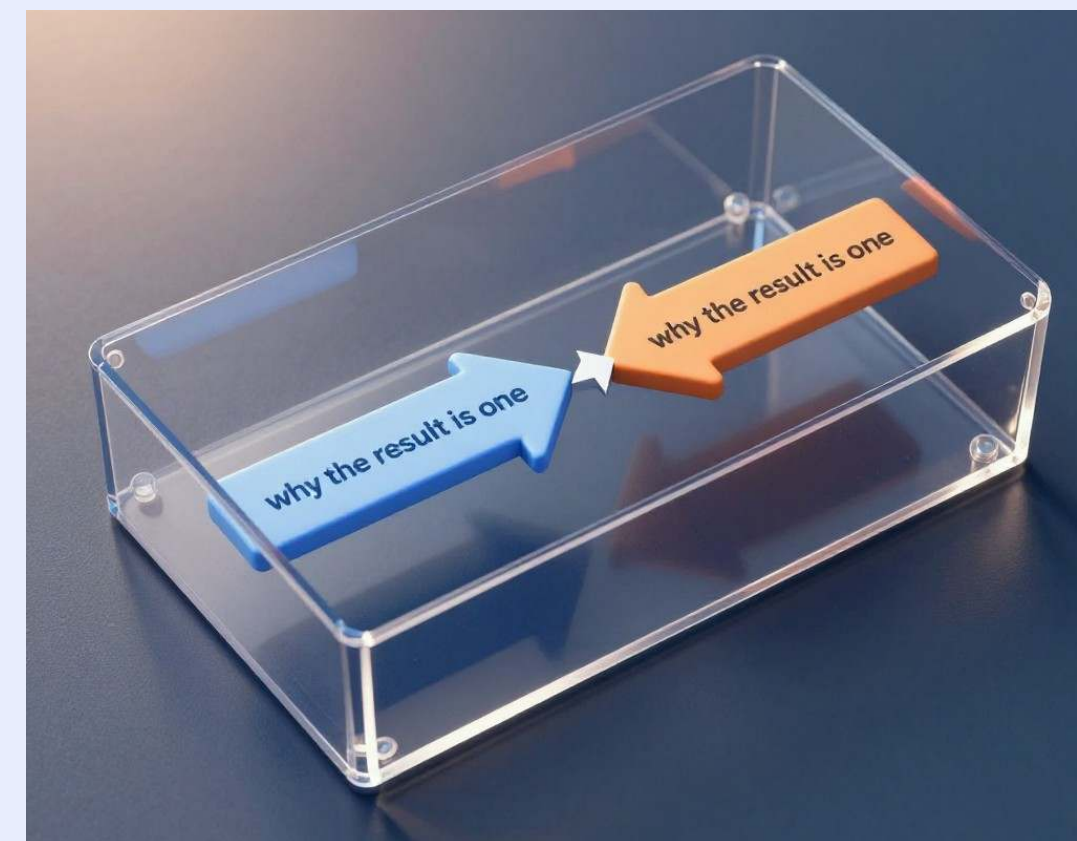
Цепочка из двух шагов

Сначала откладывают первый вектор. Затем второй вектор начинают не от начала, а от конца первого. Получившийся «хвост к началу» показывает сумму векторов.



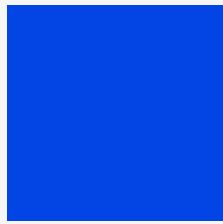
Маршрут на клетках: вправо и вверх

Правило особенно удобно, когда путь складывается из последовательных участков. Например, сначала движение на 3 клетки вправо, а затем на 2 клетки вверх — сумма станет диагональю маршрута.



Почему результат получается один

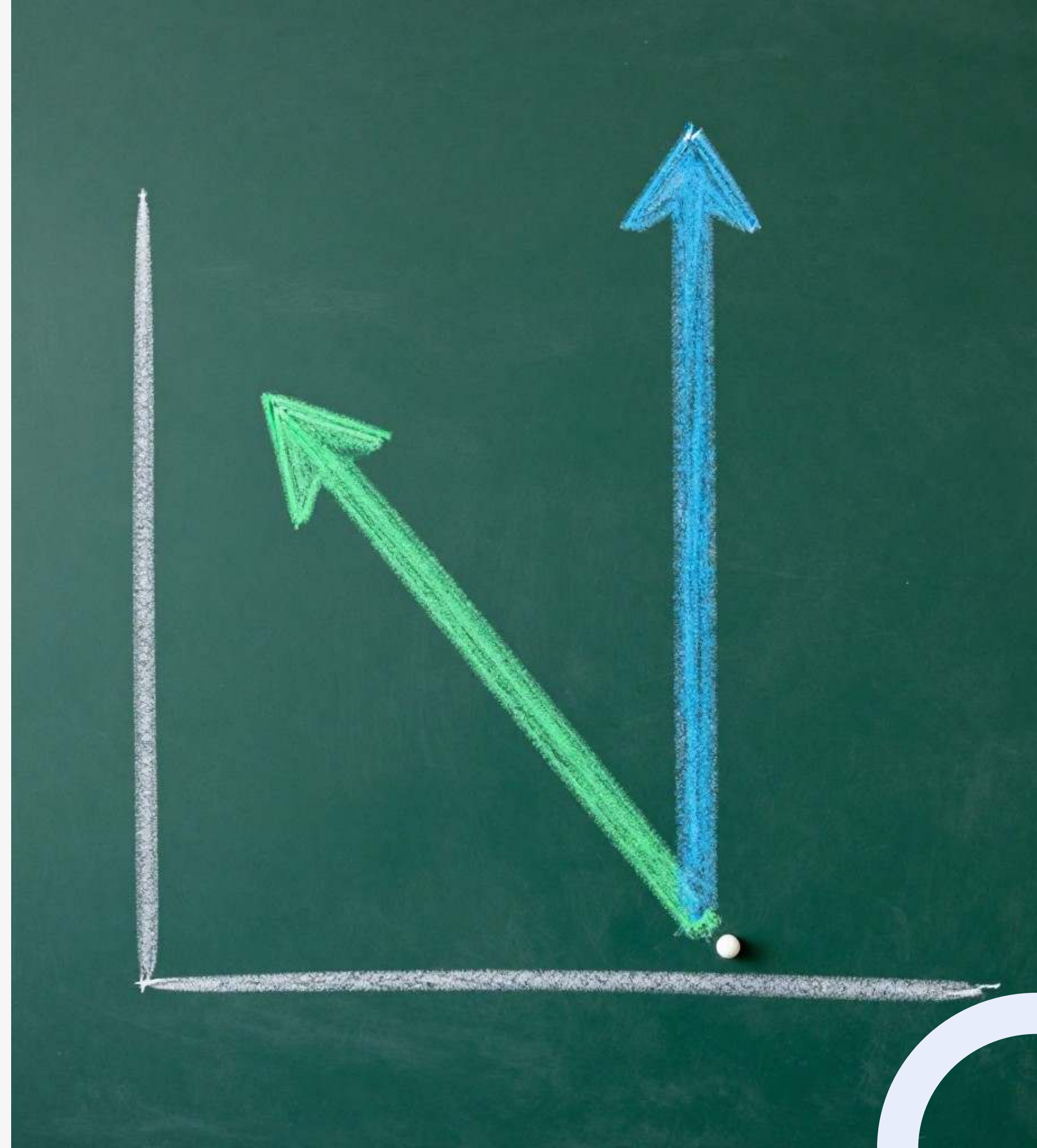
Смысл правила в том, что два шага «склеиваются» в один итоговый. Важно сохранять направления и длины обоих векторов, тогда результирующий вектор укажет точный переход от начала к концу.



Правило параллелограмма

Два вектора откладывают из одной точки так, чтобы они образовали соседние стороны воображаемого параллелограмма. Их направления должны совпасть с тем, как заданы векторы на рисунке или в условии.

Диагональ параллелограмма, которая выходит из общей точки, является их суммой. Так наглядно видно: результат определяется сразу двумя направлениями, а не только одним из векторов.



Как меняется длина суммы при разных углах

При одном и том же модуле векторов угол между ними решает, насколько «складываются» направления: чем меньше угол, тем больше результат.

Значит, сумма двух равных векторов максимальна при совпадении направлений и минимальна при противоположных. Для перпендикулярных направлений получается промежуточный эффект.

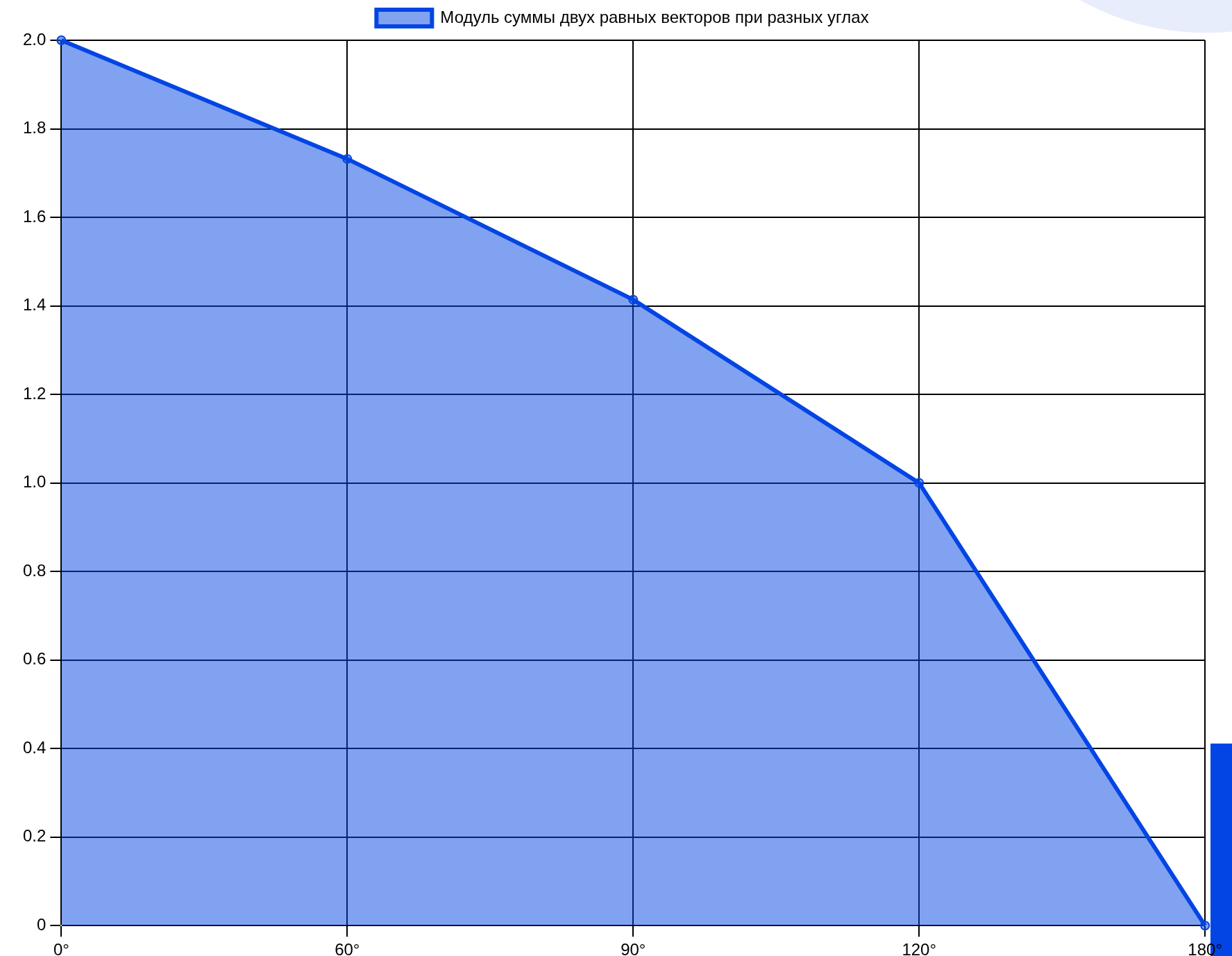
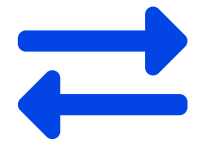


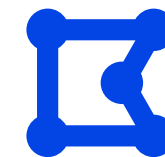
Схема значений рассчитана по школьной зависимости для двух равных векторов при разных углах (точные числа зависят от выбранного масштаба).

Переместительный закон сложения



Порядок не важен

Всегда верно равенство $a + b = b + a$. Это значит, что если сначала выполнить одно перемещение, а затем другое, итоговый вектор будет тем же.



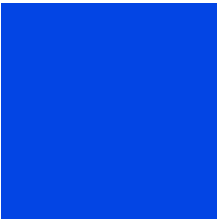
То же изображение

Геометрически равенство видно на параллелограмме: диагональ не меняется, даже если поменять местами исходные векторы местами на сторонах.



Удобно для проверок

Закон помогает быстрее упростить записи и проверить вычисления. Если получилось два разных результата, значит, в построении или знаках допущена ошибка.



Сочетательный закон сложения

01

Для трёх векторов выполняется равенство $(a + b) + c = a + (b + c)$. Это означает: можно сначала сложить любые два вектора, а потом прибавить третий.

02

Главное, чтобы построение было последовательным: результирующий вектор после первого сложения становится новым «первым» для следующего шага. Тогда итог совпадёт.

03

Закон особенно удобен, когда маршрут разбит на несколько участков. Выбирайте порядок сложений так, чтобы построения были проще и быстрее.



Основные способы сложения векторов

Рассмотрим три школьных способа: треугольник, параллелограмм и сложение по координатам. Для каждого случая указано, когда он удобен, как выглядит построение и что в итоге получится. Если построения выполнены аккуратно, все методы приводят к одному и тому же результирующему вектору.

Разные способы дают один и тот же результирующий вектор: геометрический рисунок или координатные вычисления должны приводить к одинаковому направлению и модулю.

Способ	Условие	Геометрический вид	Результат		
Правило треугольника	Векторы «идут друг за другом»	Цепочка из двух векторов	Сумма как один вектор	Правило параллелограмма	Вектор, равный сумме исходных

2

Координаты складываются отдельно по двум осям.

Собственные учебные формулировки по школьной программе (7 класс).

Если $a = (x_1, y_1)$, а $b = (x_2, y_2)$, то $a + b = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$. Такой подход удобен на координатной плоскости и помогает проверить построение.

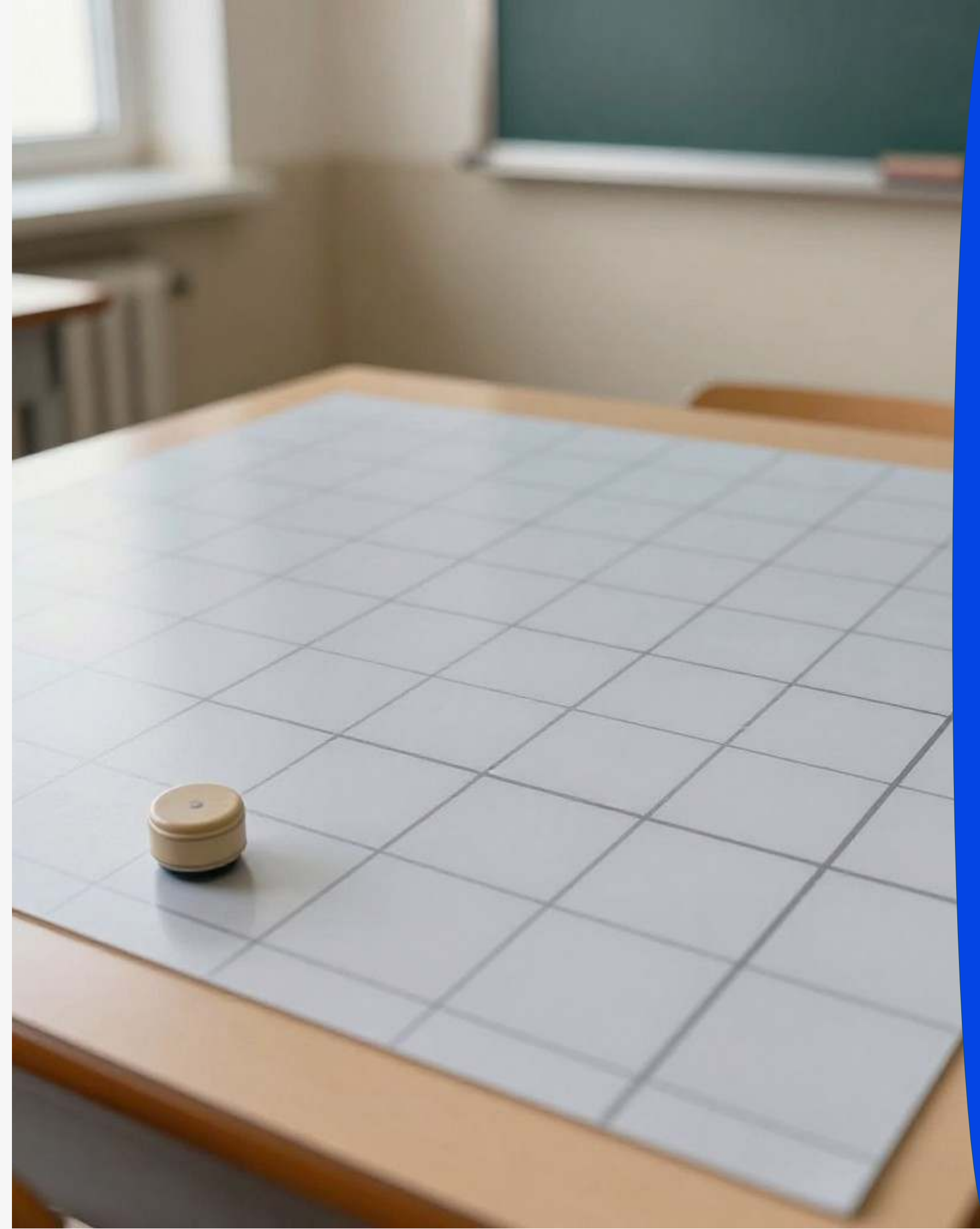
Пример движения на клетчатой плоскости

Шаги по клеткам и результирующий вектор

Объект прошёл 4 клетки вправо и 3 клетки вверх. Эти два перемещения можно рассматривать как два вектора: горизонтальный и вертикальный. Тогда их сумма соответствует «одному действию» вместо двух шагов.

Переход от пути к диагонали

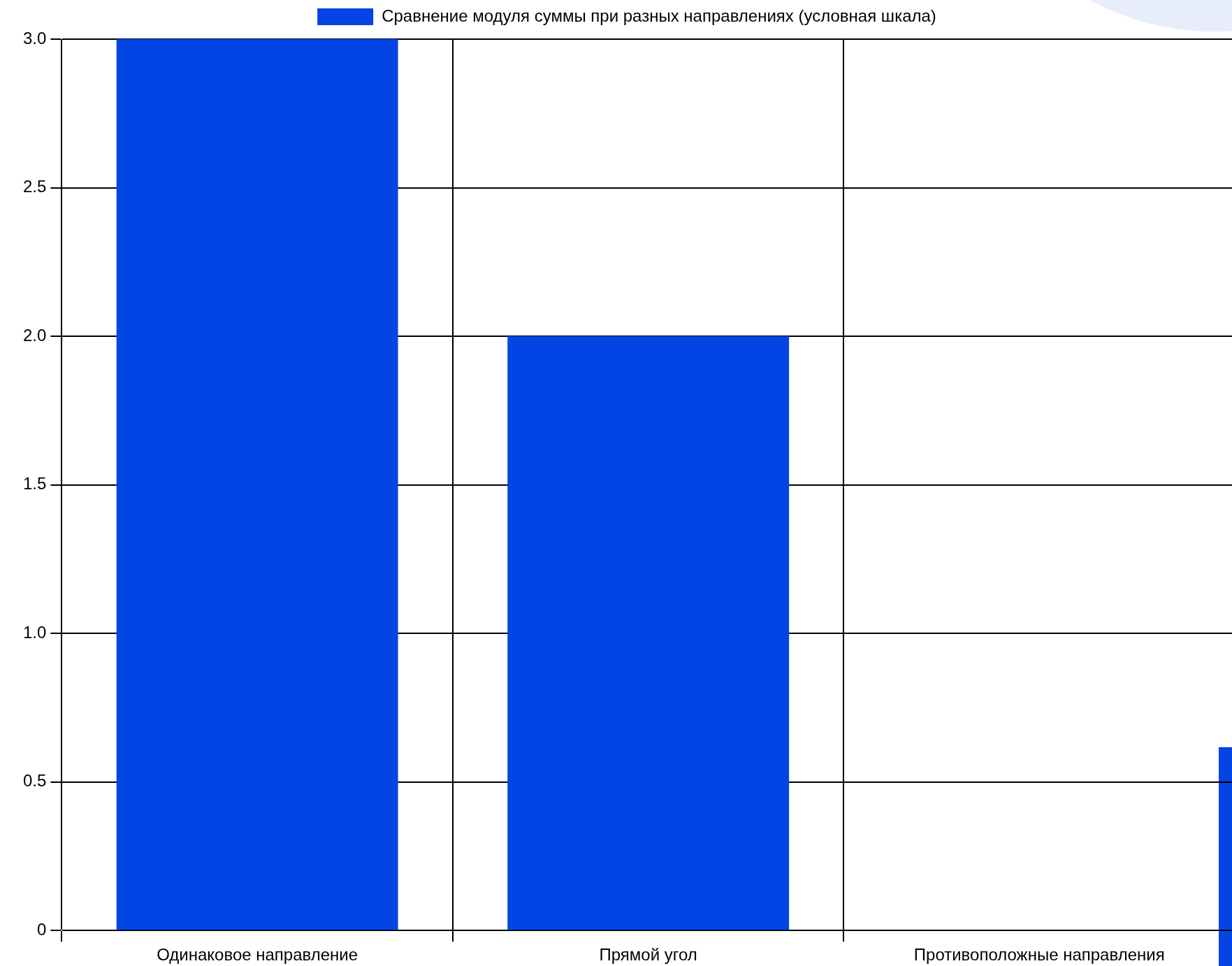
На клетчатой плоскости сумма образует диагональ прямоугольного треугольника: по одной стороне откладывается 4 клетки, по другой — 3. Начало суммы берут в стартовой точке пути, а конец — в конечной.



Когда сумма векторов становится больше или меньше

Чем ближе направления друг к другу, тем меньше «компенсация» и тем сильнее возрастает модуль суммы.

При одинаковом направлении сумма получается наибольшей; при прямом угле она уменьшается, но не становится меньше каждого вектора; при противоположных направлениях возможно частичное или полное взаимное уничтожение.



Условная диаграмма для наглядного сравнения (без конкретного масштаба длин).

Частые ошибки при сложении векторов

1

Некоторые ученики складывают только длины, не учитывая направление. В результате получается неверный ответ: два вектора могут иметь похожие модули, но направленность меняет итоговую сумму.

2

Другая частая ошибка — забыть параллельно переносить вектор. Если не «подвести» начало второго вектора к концу первого, правило треугольника и параллелограмма использовать нельзя.

3

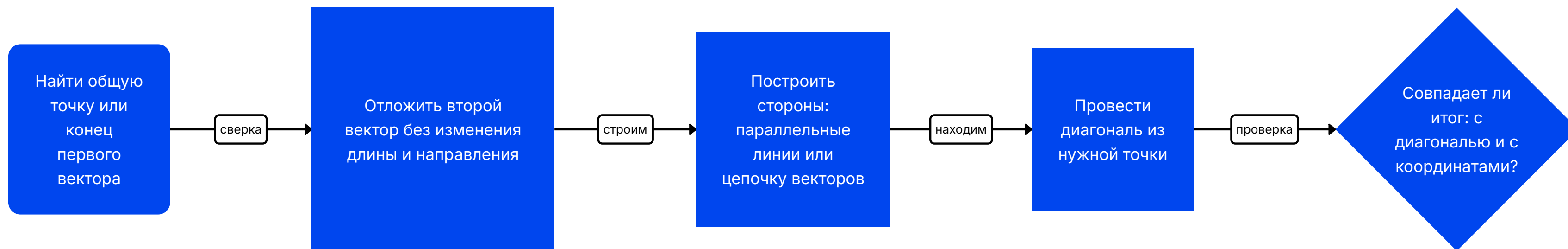
Ошибаются и в знаках действий: путают сумму и разность векторов. Разность означает добавление вектора, противоположного данному, и это меняет направление результирующего отрезка.

4

При использовании правила параллелограмма диагональ нужно строить из общей точки исходных векторов. Также важно затем проверить, совпадает ли направление результата с направлением диагонали по рисунку.

Проверка правильности построения

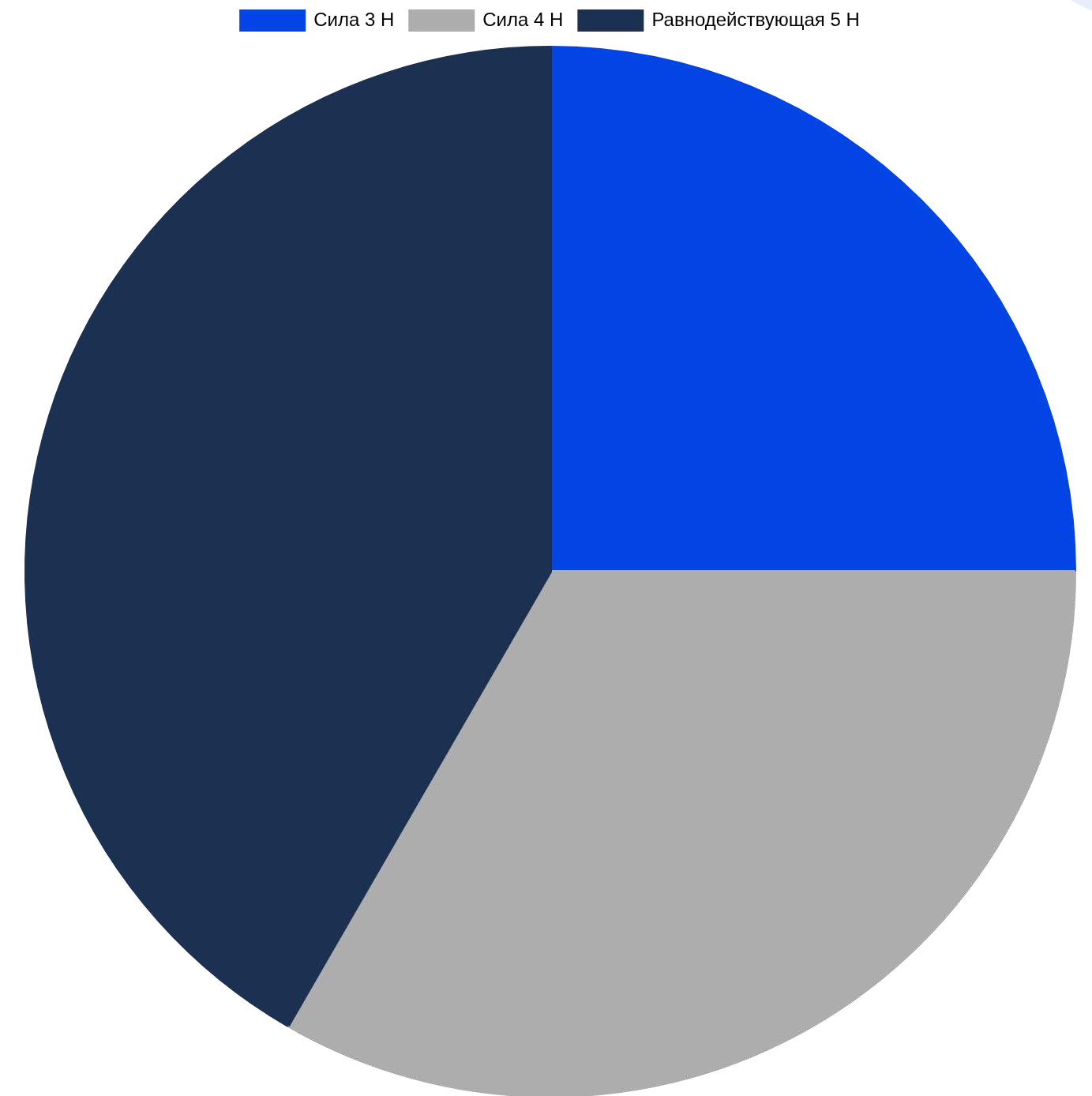
Алгоритм помогает убедиться, что правила сложения применены корректно и векторы отложены с нужными длинами и направлениями.



Равнодействующая двух сил как пример сложения

При прямом угле между силами модуль равнодействующей равен длине диагонали прямоугольника, построенного на векторах сил.

Равнодействующая больше каждой силы по отдельности, но меньше суммы 3 Н и 4 Н, потому что направления не совпадают.



Школьная физика: правило параллелограмма и теорема Пифагора для прямоугольного треугольника (значения 3 и 4 заданы в условии примера).

Где применяется сложение векторов



Маршруты и навигация

При описании движения по карте сложение векторов помогает находить итоговое перемещение после нескольких участков пути с разными направлениями и «длинами» шагов.



Физика и равнодействующая

Если на тело действуют несколько сил, их векторная сумма показывает, какая одна сила «заменила» бы все действия сразу. Часто это связано с диагональю параллелограмма.



Чертёж и компьютерная графика

В черчении и моделировании векторы задают направление и величину перемещения. Сложение позволяет точно соединять перемещения и получать итоговые позиции.

Главные формулы и свойства

Запись	Смысл
$a + b = b + a$	Переместительный закон
$(a + b) + c = a + (b + c)$	Сочетательный закон
$a + 0 = a$	Нулевой вектор не меняет результат
$a + (-a) = 0$	Противоположные векторы сокращаются
$a + b = (x_1+x_2, y_1+y_2)$	Складываем координаты по осям
—	Эти свойства упрощают вычисления

В таблице собраны ключевые записи и факты, которые часто используют при вычислениях с векторами. Они позволяют быстро проверять ответы и переходить от геометрических построений к координатным вычислениям.

Свойства сложения позволяют менять порядок и группировку векторов, а также быстро определять результат с учётом нулевого и противоположного векторов.

Школьный курс математики: свойства сложения векторов (7 класс).



Ключевое о сложении векторов

Сложение векторов можно выполнять геометрически и по координатам: правило треугольника и правило параллелограмма приводят к тому же результату, что и вычисления по осям. Законы переместительности и сочетательности делают работу удобнее, а навыки помогают решать задачи о движении и построениях.