



Линейная функция: как формула, таблица и график описывают зависимость

Формула, таблица и прямая
линия — одна зависимость.



Зачем изучать линейную функцию в 7 классе

Линейная функция помогает увидеть, как равномерно связаны две величины. Она встречается в задачах о цене, пути, времени и температуре и знакомит с координатной плоскостью, угловым коэффициентом и свободным членом.



Общий вид линейной функции

3

01

Формула

Линейную функцию записывают в виде $y = kx + b$. Это самый общий вид зависимости, где одна величина меняется в зависимости от другой по простому правилу.

02

Независимая переменная

Переменная x задаётся заранее, поэтому её называют независимой. Мы выбираем значение x , а затем по формуле находим соответствующее значение y .

03

Зависимая переменная

Переменная y зависит от x и показывает результат вычисления. Для одного и того же правила разные значения x дают разные значения y .

04

Роль коэффициента k

Число k называют угловым коэффициентом. Оно показывает, как быстро меняется y при изменении x на один шаг и задаёт направление наклона прямой.

05

Роль числа b

Число b называют свободным членом. Если $x = 0$, то $y = b$; при $k = 0$ функция становится постоянной, а при $b = 0$ график проходит через начало координат.

График линейной функции на координатной плоскости

4



График — прямая

Любая линейная функция изображается прямой линией. Это отличает её от многих других зависимостей, у которых график может быть кривым.



Достаточно двух точек

Чтобы построить прямую, обычно находят две точки. Затем их соединяют линейкой и продолжают линию в обе стороны.



Точка на оси y

При $x = 0$ получается значение $y = b$, поэтому график пересекает ось y в точке $(0; b)$. Эта точка сразу показывает свободный член функции.



Пример построения

Для функции $y = 2x + 1$ удобны точки $(0; 1)$ и $(1; 3)$. По ним легко увидеть, как формула превращается в график на плоскости.



Как значение k влияет на наклон прямой

5

На одном наборе точек видно, как знак k меняет направление движения графика, а модуль — его крутизну.

При $k > 0$ прямая идёт вверх, при $k < 0$ — вниз.
Чем больше $|k|$, тем заметнее наклон.

Учебный пример на основе формул $y = 2x$, $y = x$ и $y = -2x$

Значения коэффициентов k и b в разных функциях

Таблица показывает, как по формуле определить коэффициенты и понять вид графика.

Функция	k	b
$y = 3x + 2$	3	2
$y = -x + 4$	-1	4
$y = 5x$	5	0
$y = -2$	0	-2

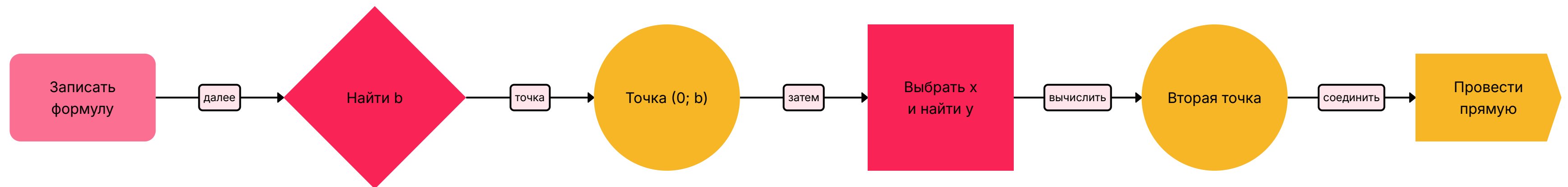
Коэффициент k отвечает за направление наклона, а b задаёт положение прямой по оси y. При b = 0 график проходит через начало координат.

Учебные примеры линейных функций

Построение графика линейной функции по формуле

7

Последовательность действий при работе с видом $y = kx + b$.




1

шаг вправо меняет y на это значение.

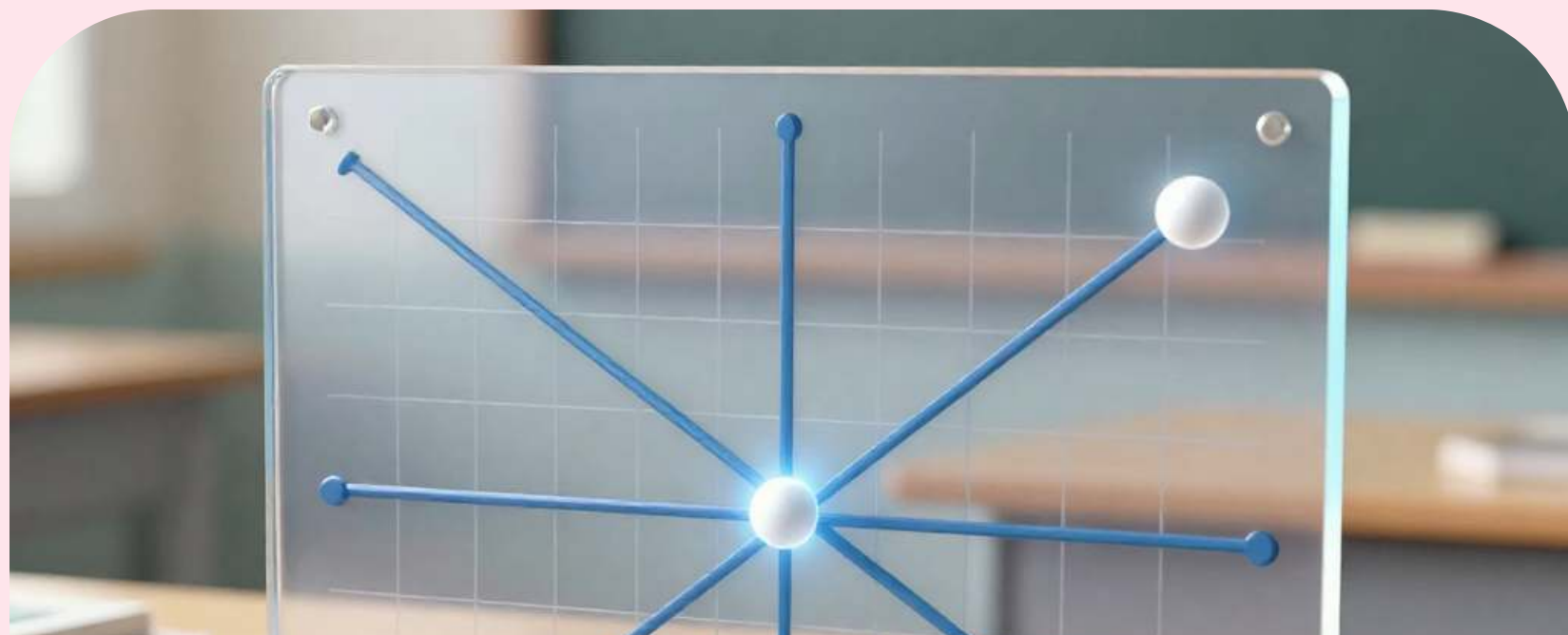
Если x увеличивается на один, значение y меняется на k . По знаку и модулю k сразу видно, как наклонена прямая.

Определение углового коэффициента
линейной функции



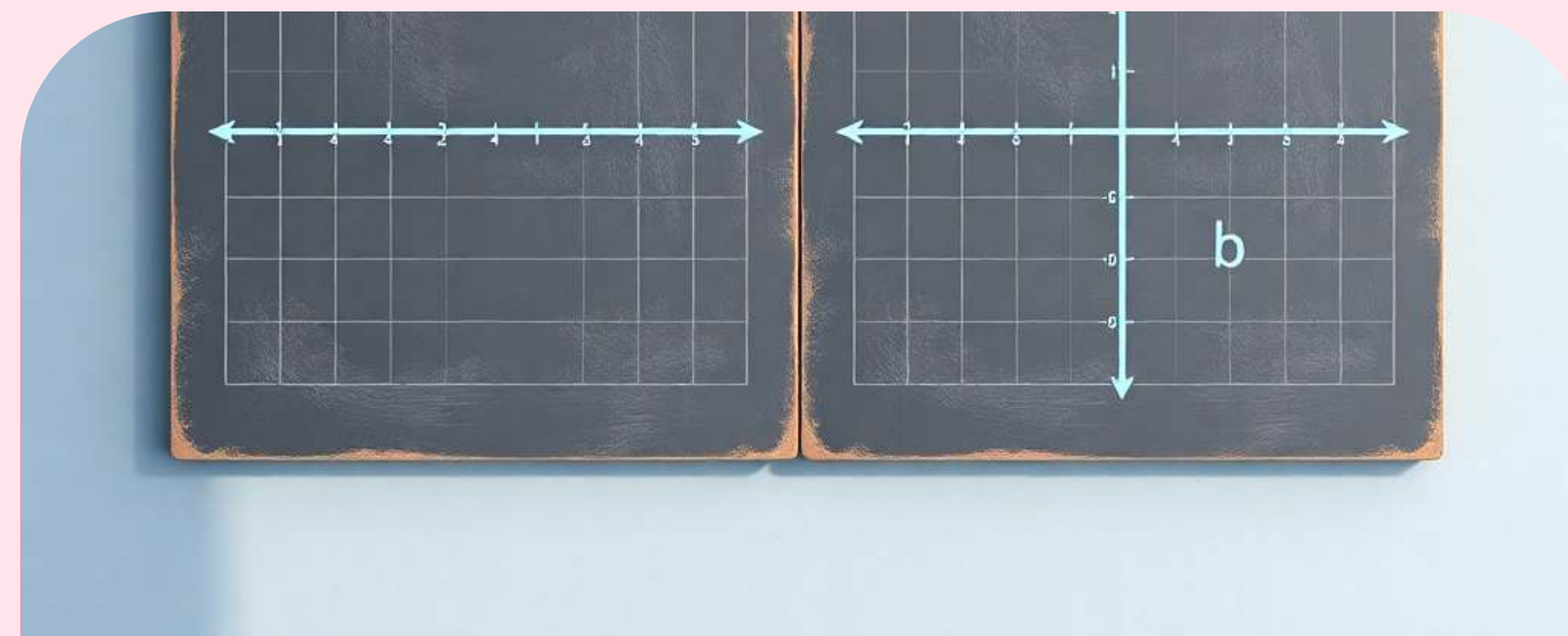
Свободный член b и пересечение с осью y

9



Одна точка задаёт сдвиг прямой

Когда x равен нулю, остаётся только свободный член b . Поэтому все прямые одной группы могут быть сдвинуты вверх или вниз, но сохраняя одинаковый наклон. На координатной плоскости это видно сразу: меняется место пересечения с осью y , а сама линия остаётся прямой.



Разные значения b на одной сетке

Если у одной функции $b = 5$, её график проходит выше начала координат. Если $b = -3$, прямая пересекает ось y ниже нуля. На одинаковой координатной сетке такие линии легко сравнить: различается только вертикальное положение, а направление может оставаться тем же.

Сравнение функций с одинаковым b и разным k

10

Все три прямые начинаются с одной точки на оси y , но дальше расходятся по-разному.

Одинаковое b задаёт общий старт, а разные k делают линии быстрее растущими, медленными или убывающими.

Учебный пример на основе формул $y = x + 1$, $y = 2x + 1$ и $y = -x + 1$

Таблица значений как способ проверить формулу

11

01

Выбрать значения x

Сначала берут несколько удобных значений аргумента, например -2, -1, 0, 1 и 2. Такой набор помогает увидеть, как меняется y , и быстро заметить закономерность в формуле.

02

Подставить в выражение

Каждое значение x подставляют в формулу и вычисляют y . Если расчёты выполнены верно, для каждого x получается своя пара чисел, которую можно занести в таблицу.

03

Получить точки

Записанные пары чисел превращаются в точки на координатной плоскости. По ним удобно проверять, не допущена ли ошибка в вычислениях, ещё до построения полного графика.

04

Проверить прямую

Если все найденные точки подходят одной линейной формуле, они лежат на одной прямой. Это значит, что зависимость действительно линейная и таблица составлена правильно.

05

Сделать вывод

Таблица помогает не только считать, но и понимать связь между x и y . Она показывает, как формула превращается в набор точек и готовит к построению графика.

Сравнение значений для разных линейных функций

x	$y = 2x + 1$	$y = -x + 3$	$y = 4$
-1	-1	4	4
0	1	3	4
2	5	1	4

Таблица показывает, как разные коэффициенты меняют значения функции при одинаковых x .

При росте x значения y по-разному ведут себя в зависимости от коэффициента k :
увеличиваются, уменьшаются или остаются постоянными.

Расчёт значений по формулам $y = 2x + 1$, $y = -x + 3$ и $y = 4$

Линейная функция в реальных ситуациях

13



Поездка с абонентской платой

Ученик пользуется сервисом, где есть фиксированная сумма за подключение и отдельная доплата за каждую поездку. Чем больше поездок, тем выше итоговая стоимость, но начальная часть остаётся неизменной. Такая ситуация хорошо описывается линейной функцией.



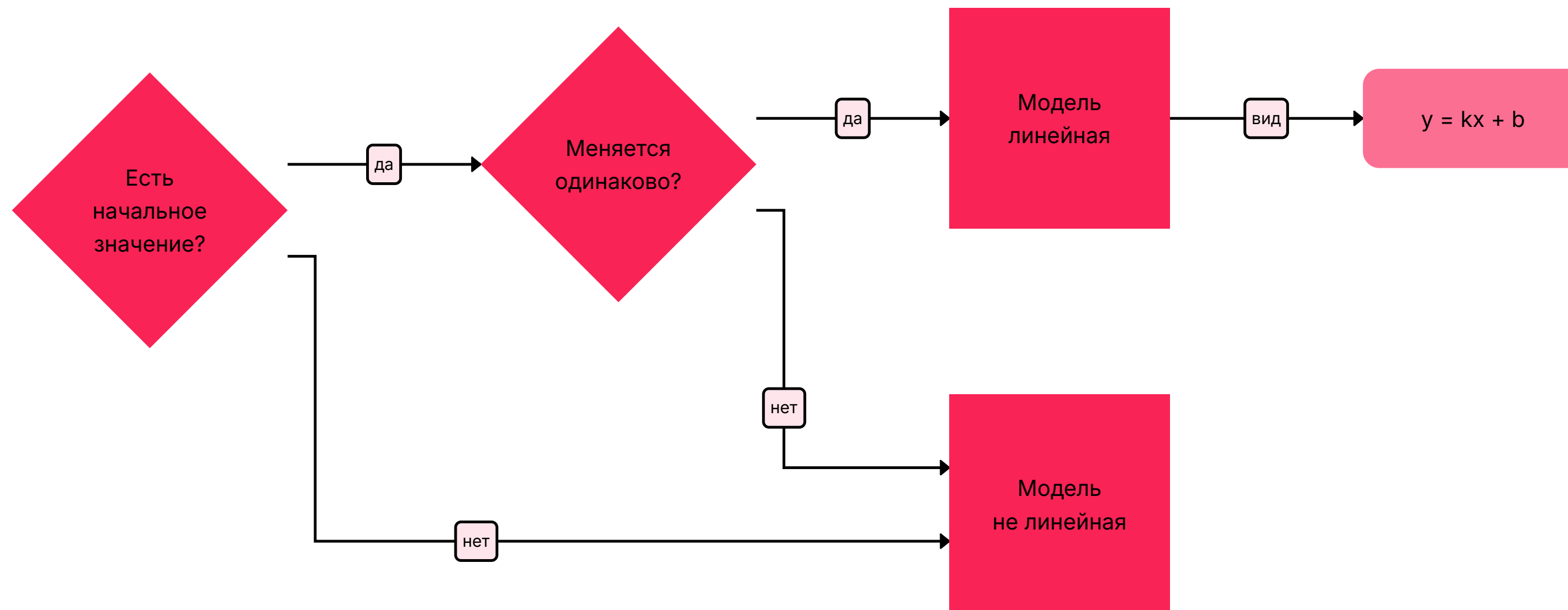
Оплата за количество товара

В магазине цена может складываться из постоянной части и стоимости каждого одинакового предмета. Если добавить ещё одну вещь, сумма увеличится на одну и ту же величину. Именно поэтому такие задачи удобно записывать формулой вида $y = kx + b$.

Как понять, что в задаче подойдет линейная функция

14

Последовательность проверки условия задачи на признаки линейной зависимости.



Главные свойства графика линейной функции

15



Бесконечная прямая

График линейной функции не имеет изгибов и представляет собой прямую, которая продолжается в обе стороны без конца. По этой причине для его описания достаточно двух точек.



Нет наибольшего и наименьшего

На всей числовой прямой у линейной функции нет максимума и минимума. Значения могут бесконечно возрастать или убывать, если прямая не горизонтальна.



Параллельные прямые

Если у двух функций одинаковый коэффициент k , их графики параллельны. При этом значения b могут быть разными, поэтому прямые смещены вверх или вниз.



Одна и та же прямая

Когда совпадают и k , и b , получается не две разные линии, а одна и та же прямая. Это значит, что формулы задают одинаковую зависимость.

Параллельные и пересекающиеся прямые

16

На одном поле видно, что одинаковый наклон сохраняет параллельность, а изменение знака коэффициента делает прямую убывающей.

Коэффициент k определяет наклон, а b сдвигает график; поэтому две прямые могут быть параллельны, а третья — пересекать их.

Точки вычислены по формулам $y = 2x + 1$, $y = 2x - 3$ и $y = -x + 1$

Особые случаи линейной функции

17



$$k = 0$$

Получается функция $y = b$. Её график — горизонтальная прямая, все точки которой имеют одну и ту же высоту.



$$b = 0$$

Получается функция $y = kx$. График проходит через начало координат и показывает прямую пропорциональность между x и y .

Типичные ошибки при работе с линейной функцией

Таблица помогает запомнить частые ошибки и сразу выбрать правильный способ действий.

Ошибка	Как правильно
Путать k и b	Сначала найти b
Одна точка	Взять две точки
Ошибка знака	Проверить вычисления
Кривая линия	График — прямая

Большинство ошибок связано с вычислениями и чтением графика, поэтому полезно проверять формулу, знаки и количество построенных точек.

Типичные затруднения при изучении линейной функции в 7 классе

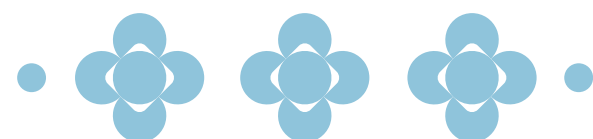
Зачем тема линейной функции нужна дальше

19



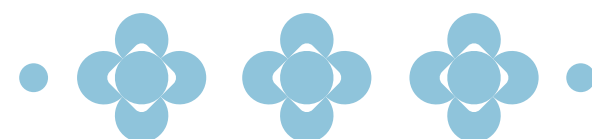
Основа для алгебры

Линейная функция помогает понять уравнения, неравенства и системы уравнений. Она учит связывать правило вычисления с его графическим изображением и развивает аккуратность в рассуждениях.



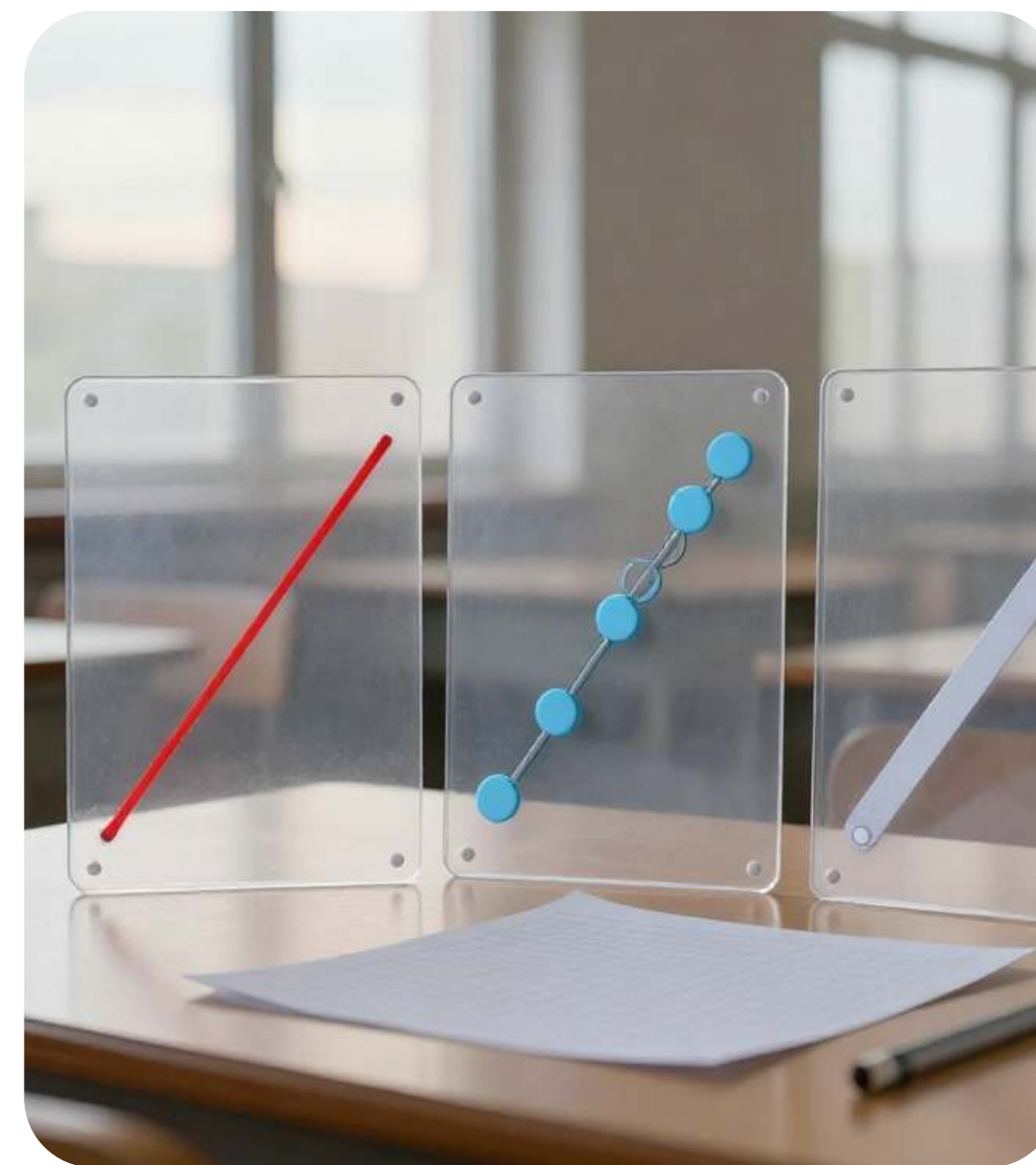
Связь трёх способов записи

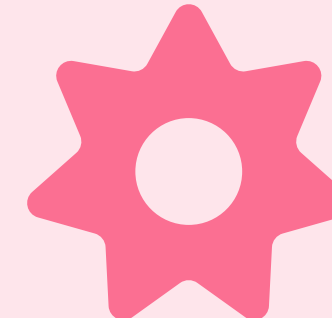
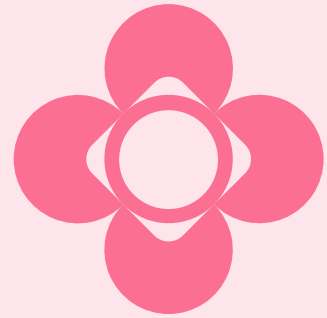
Одна и та же зависимость может быть записана формулой, таблицей или графиком. Умение переходить между этими формами особенно полезно при решении задач с данными и сравнениями.



Практика в задачах

Навык чтения графика помогает находить точки пересечения, сравнивать значения и делать выводы по таблицам. Это пригодится не только в алгебре, но и в прикладных задачах.





Линейная функция: просто о главном

Линейная функция показывает, как одна величина меняется вместе с другой. Если запомнить вид $y = kx + b$, значение коэффициентов и способ построения графика, задачи становятся намного понятнее.

