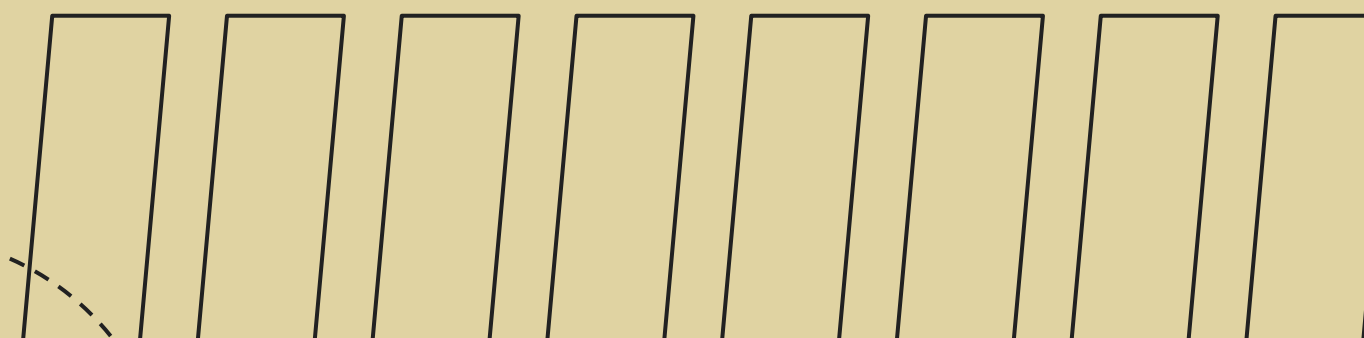
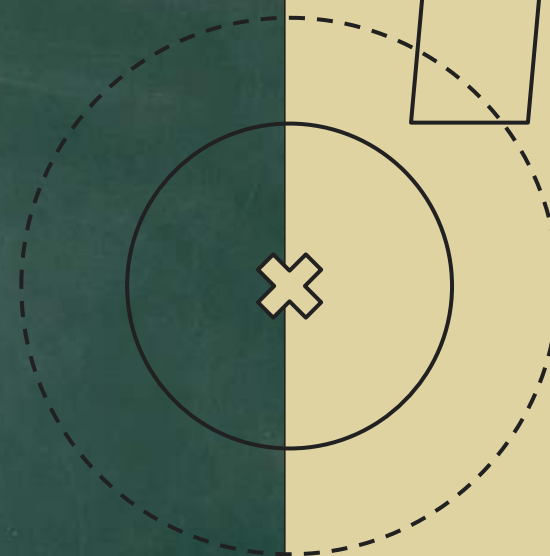
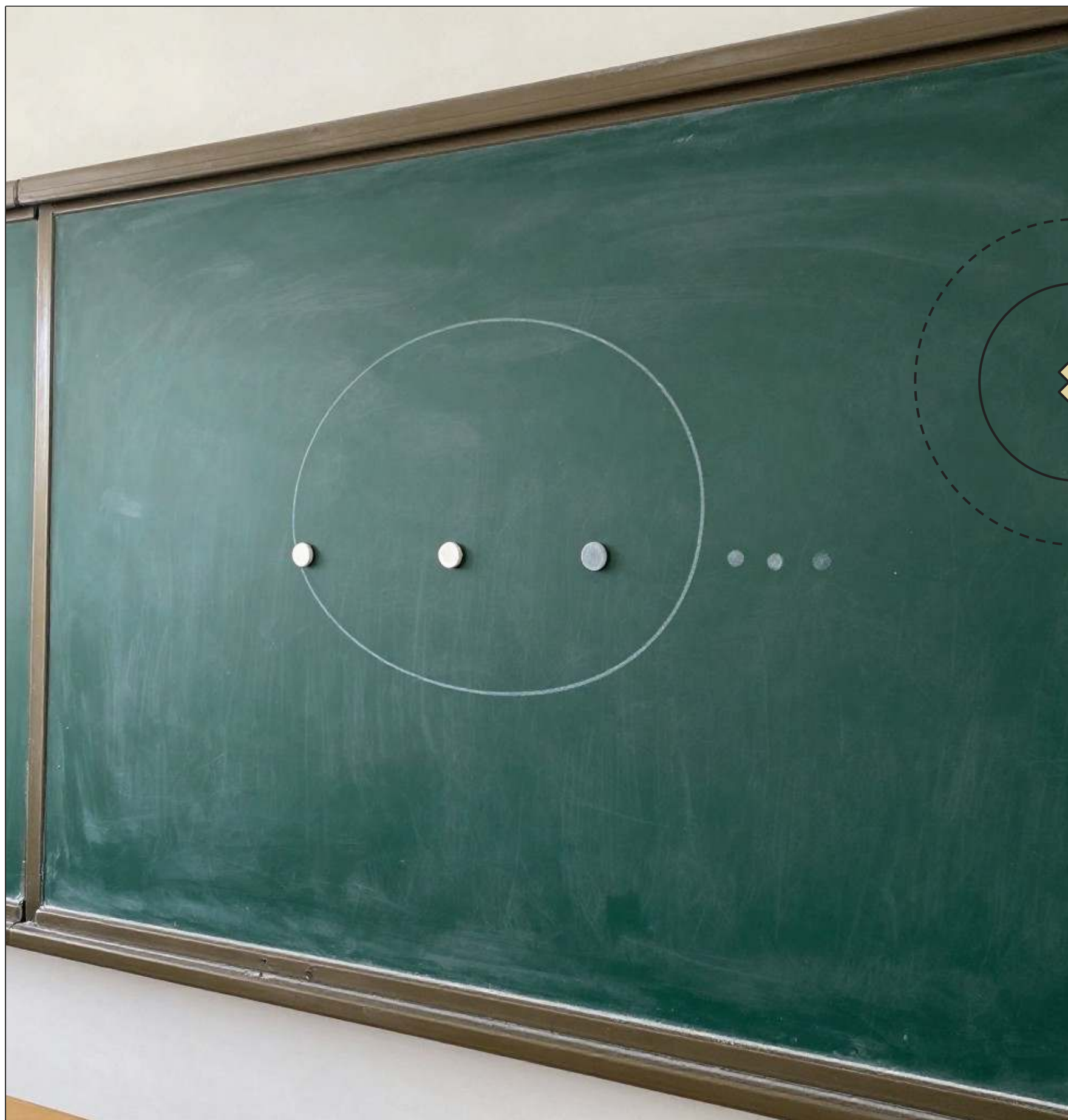


Число точек, определяющих окружность

Сколько точек нужно, чтобы задать окружность
однозначно?

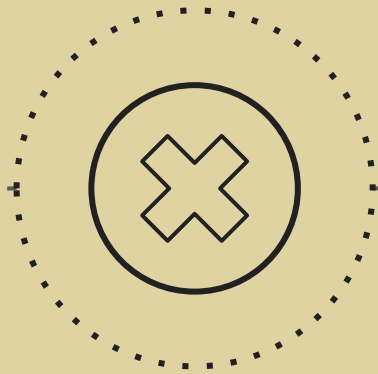




Почему это важно в 9 классе

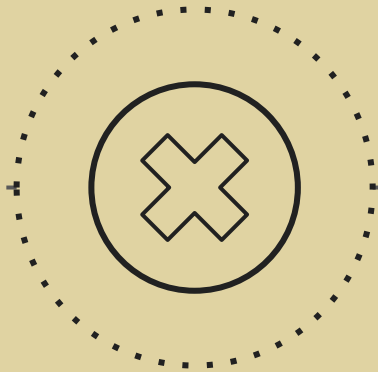
Этот вопрос помогает строить окружности циркулем и линейкой, доказывать свойства фигур и находить центр по заданным точкам. Он показывает, как в геометрии важно не только количество данных, но и их расположение.

Что такое окружность



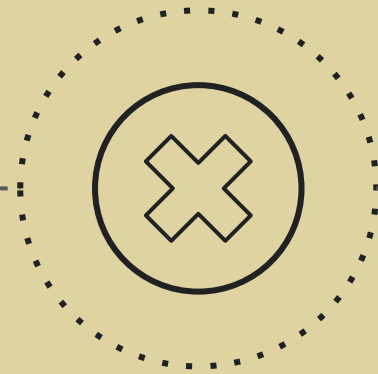
Определение фигуры

Окружность — это множество точек плоскости, одинаково удалённых от одной фиксированной точки. Эта точка называется центром и задаёт положение всей фигуры.



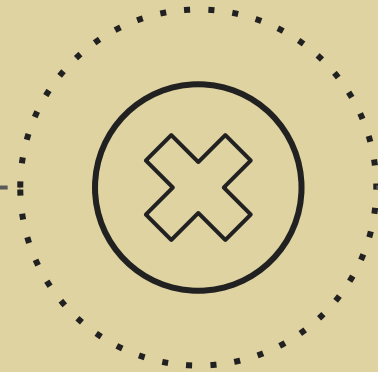
Как задаётся окружность

Если известны центр и радиус, окружность определяется полностью и без двусмысленности. В этом случае её можно построить или описать в координатах.



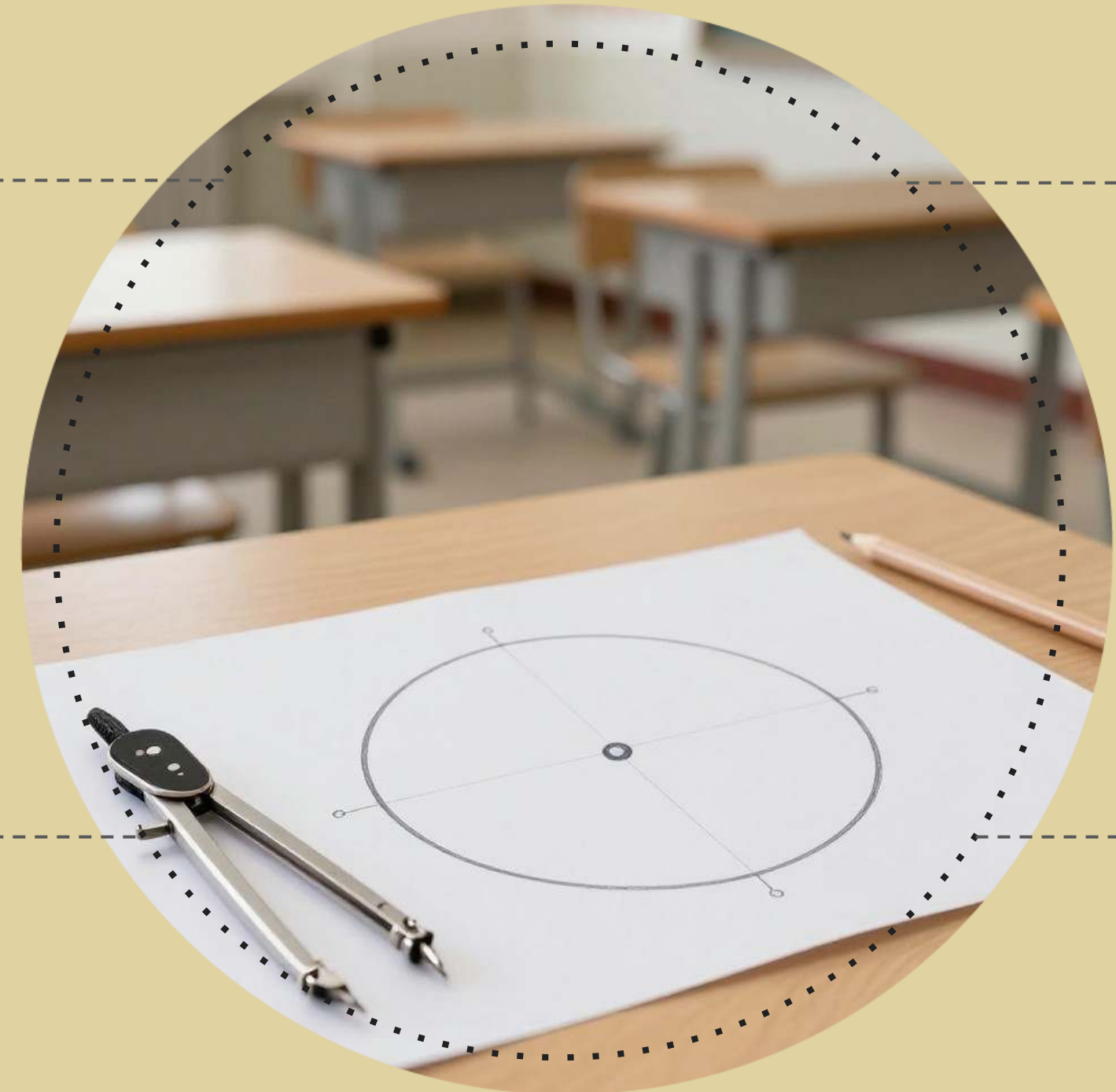
Что такое радиус

Расстояние от центра до любой точки окружности называется радиусом. Все радиусы одной окружности равны, поэтому достаточно знать центр и длину радиуса.



Зачем нужны точки

Когда центр неизвестен, окружность восстанавливают по опорным точкам. По ним находят центр и затем



Две точки не задают единственную окружность

Слишком мало данных

Через две разные точки можно провести не одну, а бесконечно много окружностей. Поэтому пара точек не даёт единственного ответа и не определяет фигуру однозначно.

Где находятся центры

Все возможные центры таких окружностей лежат на серединном перпендикуляре к отрезку между данными точками. От выбранного центра зависит и радиус, и размер окружности.

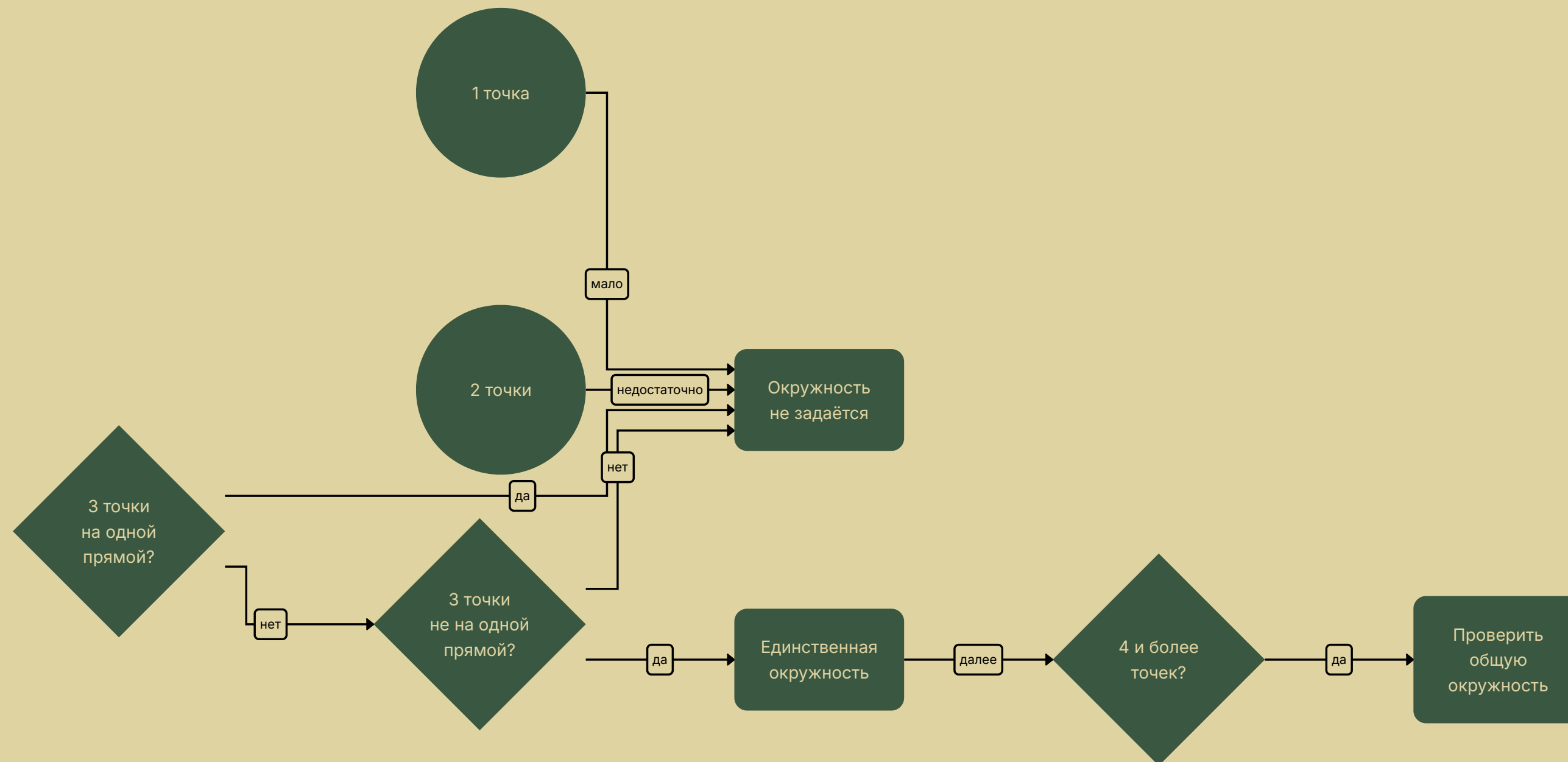


Разные окружности

Для одной и той же пары точек можно построить маленькую, большую и множество промежуточных окружностей. Именно поэтому двух точек недостаточно для точного задания фигуры.

Когда точек достаточно?

✗ Проверка количества и расположения заданных точек



Три неколлинеарные точки

01

Треугольник из точек

Если три точки не лежат на одной прямой, они образуют треугольник. Такой набор точек уже содержит достаточно информации, чтобы искать одну общую окружность.

02

Серединные перпендикуляры

К двум сторонам треугольника строят серединные перпендикуляры. Они пересекаются в одной точке, которая равноудалена от всех трёх вершин.

03

Центр описанной окружности

Точка пересечения серединных перпендикуляров и есть центр описанной окружности. Она задаёт одинаковое расстояние до каждой из трёх точек.



04

Радиус окружности

Радиусом служит расстояние от найденного центра до любой вершины треугольника. Все три расстояния совпадают, поэтому окружность получается единственной.

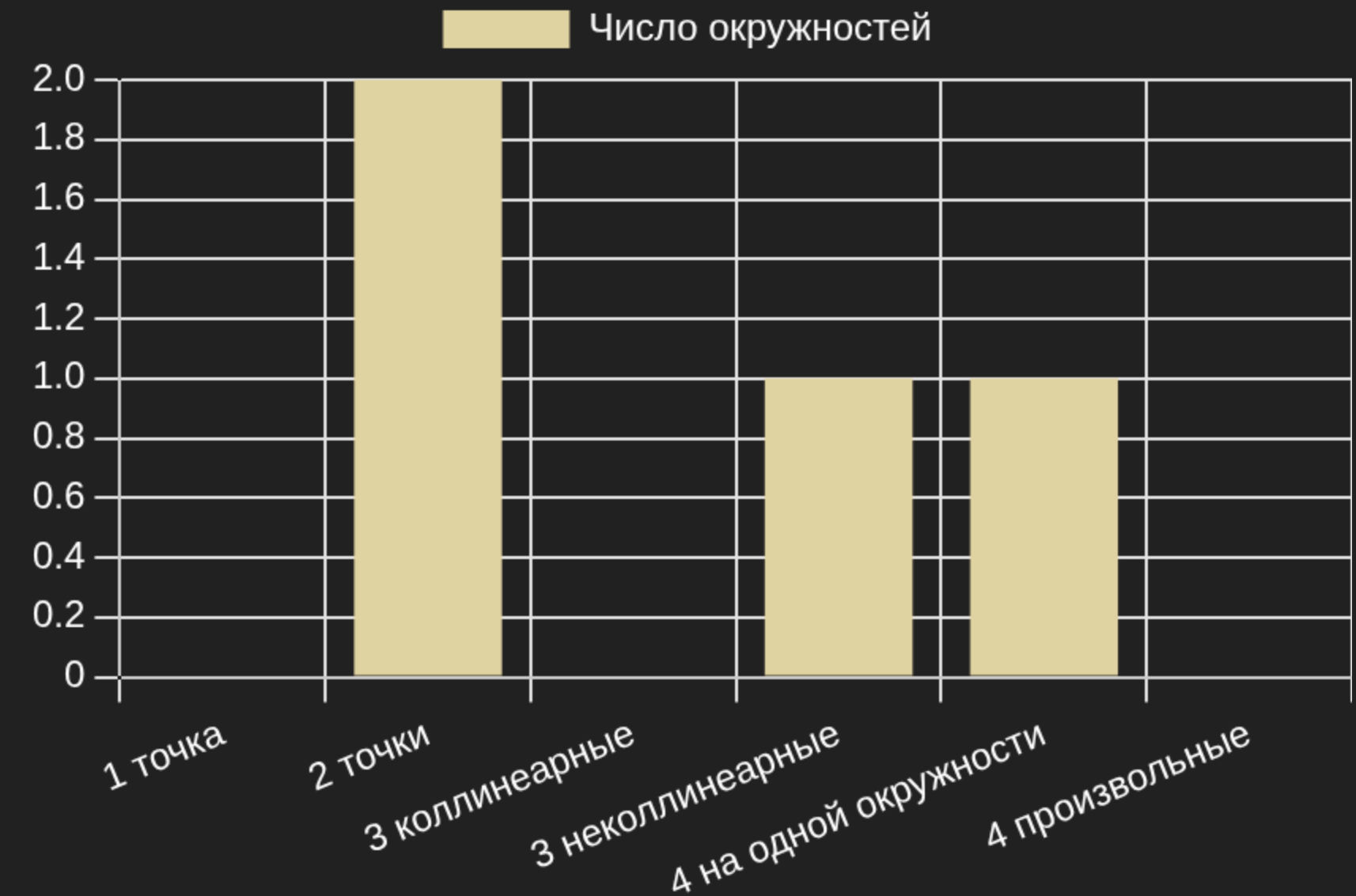
Сколько окружностей соответствует разным данным



Количество точек само по себе не решает задачу: решающим становится их взаимное расположение. Именно оно определяет, существует ли окружность и единственна ли она.



Единственная окружность появляется только у трёх неколлинеарных точек; в остальных случаях данные либо недостаточны, либо не совместимы.



Геометрические свойства окружности, школьный курс планиметрии

Почему коллинеарные точки не подходят

01

Одна прямая

Если все три точки лежат на одной прямой, они не образуют треугольник. А без треугольника нельзя построить описанную окружность через все три точки.

02

Два общих пункта

Прямая и окружность могут иметь не более двух общих точек. Поэтому третья точка на той же прямой уже делает условие невозможным для одной окружности.

03

Почему нет решения

Коллинеарность разрушает саму идею единственной окружности: даже при трёх точках данные остаются несовместимыми. Значит, окружность через них не существует.



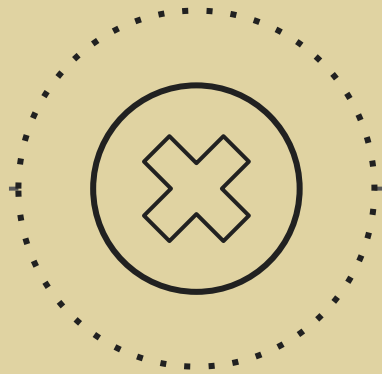
Минимальное число точек для геометрических объектов

Сравнение показывает, что для разных фигур требуется разное число исходных данных, а для окружности особенно важно расположение точек.

Для окружности важны не только количество точек, но и их расположение: две точки недостаточны, а три неколлинеарные — достаточно.

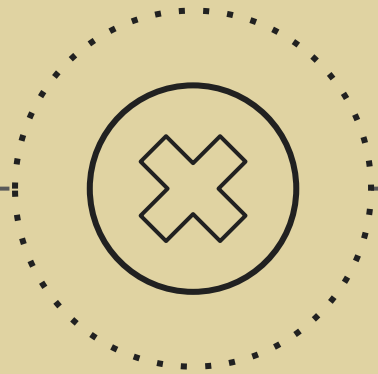
Объект	Минимум
Прямая	2 точки
Окружность	3 неколлинеарные

Как находят центр окружности по трём точкам



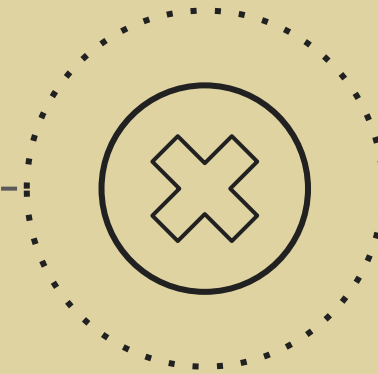
Соединяют точки

Сначала три точки соединяют отрезками и получают треугольник. Это помогает перейти от набора точек к фигуре, у которой можно искать центр описанной окружности.



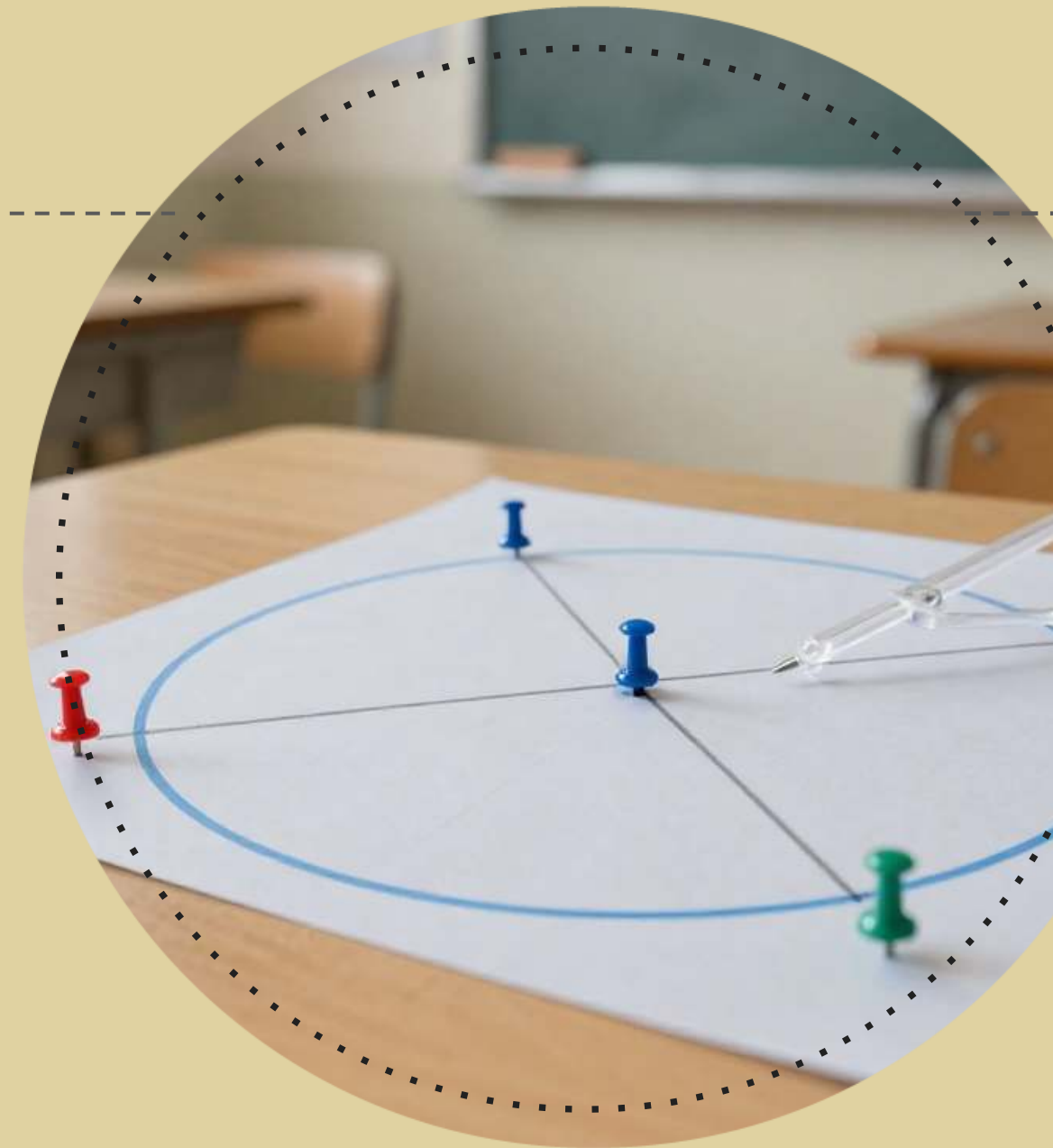
Строят перпендикуляры

К двум сторонам треугольника проводят серединные перпендикуляры. Эти линии показывают все точки, равноудалённые от концов соответствующих отрезков.



Находят центр

Точка пересечения двух серединных перпендикуляров и есть центр окружности. От неё до всех трёх вершин расстояния одинаковы, поэтому окружность определяется однозначно.



Почему центр получается единственным

01

Серединный перпендикуляр

Все точки, равноудалённые от двух данных, лежат на серединном перпендикуляре к отрезку между ними. Это первое условие сразу задаёт целую линию возможных центров, а не одну точку.

02

Два условия вместе

Для трёх неколлинеарных точек нужно выполнить сразу два равенства расстояний: до первой и второй, затем до второй и третьей. Каждое условие даёт свой серединный перпендикуляр.

03

Одна точка пересечения

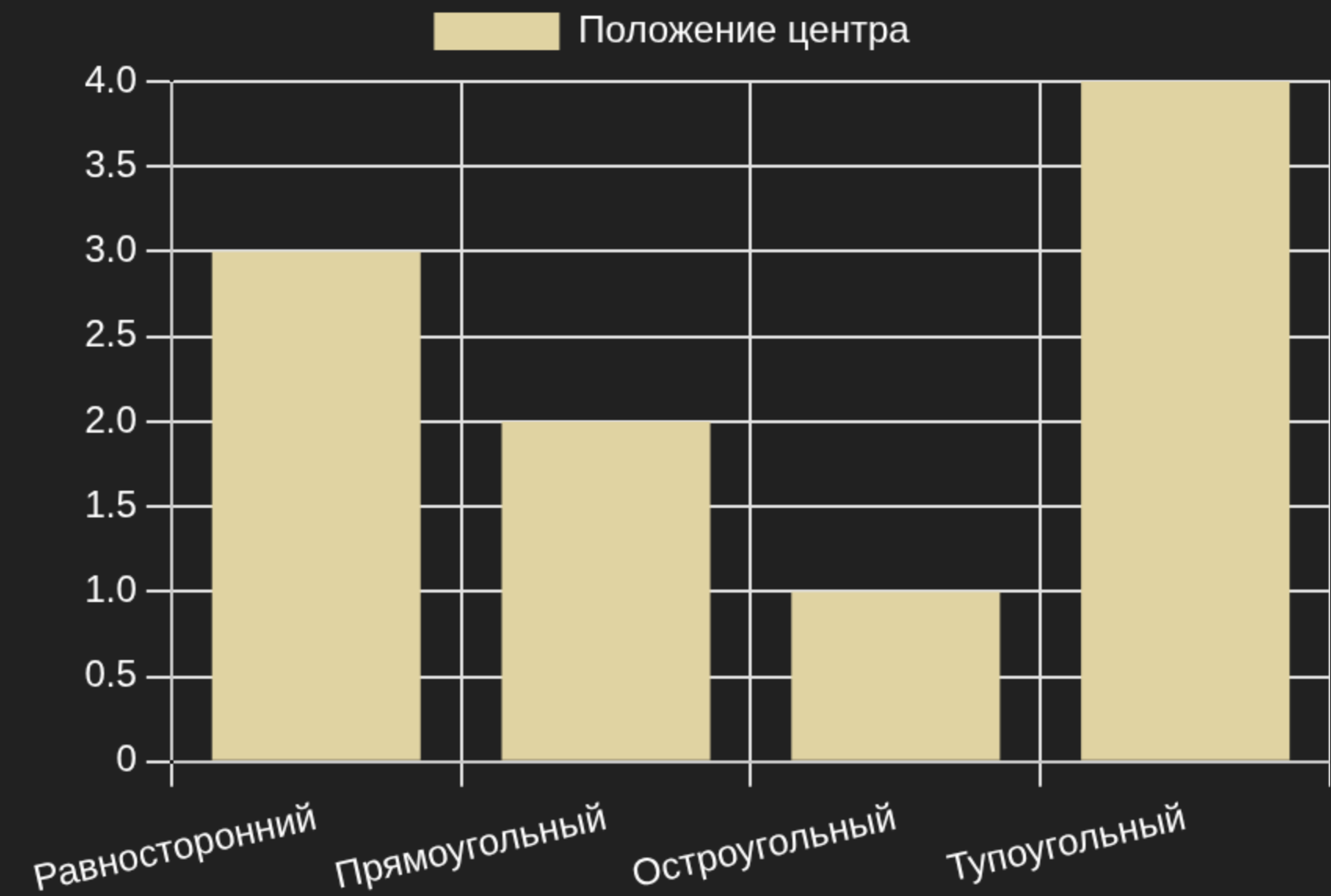
Два серединных перпендикуляра пересекаются только в одной точке, и она равноудалена от всех трёх вершин. Именно поэтому центр описанной окружности существует и является единственным.



Примеры с разными треугольниками

Положение центра описанной окружности зависит от вида треугольника. На схеме показано, где он располагается в каждом случае, если сравнивать типы треугольников.

Центр не закреплён в одном месте: он может совпадать с особой точкой, лежать внутри фигуры или выходить за её пределы.



Свойства центра описанной окружности треугольника, курс планиметрии

Четыре точки и условие совместности

Проверка на одну окружность

Если через три точки окружность построена, четвёртую сравнивают с ней. Когда она лежит на той же окружности, задача имеет решение; если нет — решения нет.



Заданы 4 точки

Сначала рассматривают все четыре точки как исходные данные. Вопрос уже не в построении любой окружности, а в проверке, можно ли провести одну общую окружность.



Вывод о совместности

Четыре точки задают окружность только при полном совпадении условий. Поэтому здесь важно не число точек само по себе, а их согласованное расположение.

Когда окружность существует

✕ Краткая таблица показывает, в каких случаях можно однозначно говорить о существовании окружности через заданные точки.

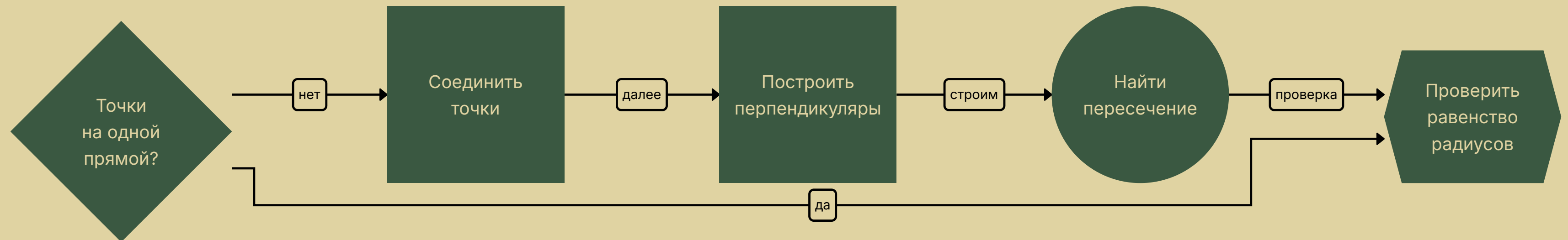
✕ Решение зависит не только от количества точек, но и от их расположения. Коллинеарность и совместность точек определяют результат.

Случай	Ответ
2 точки	нет
3 неколлинеарные	да
3 коллинеарные	нет
4 на одной окружности	да
4 произвольные	нет

Свойства окружности в планиметрии

Алгоритм проверки трёх точек

✗ Построение основано на проверке коллинеарности и поиске центра через серединные перпендикуляры.



Связь с координатной плоскостью

01

Уравнение окружности

На координатной плоскости окружность описывают уравнением, где сразу видны центр и радиус. Если эти параметры известны, фигуру можно восстановить без чертежа.

02

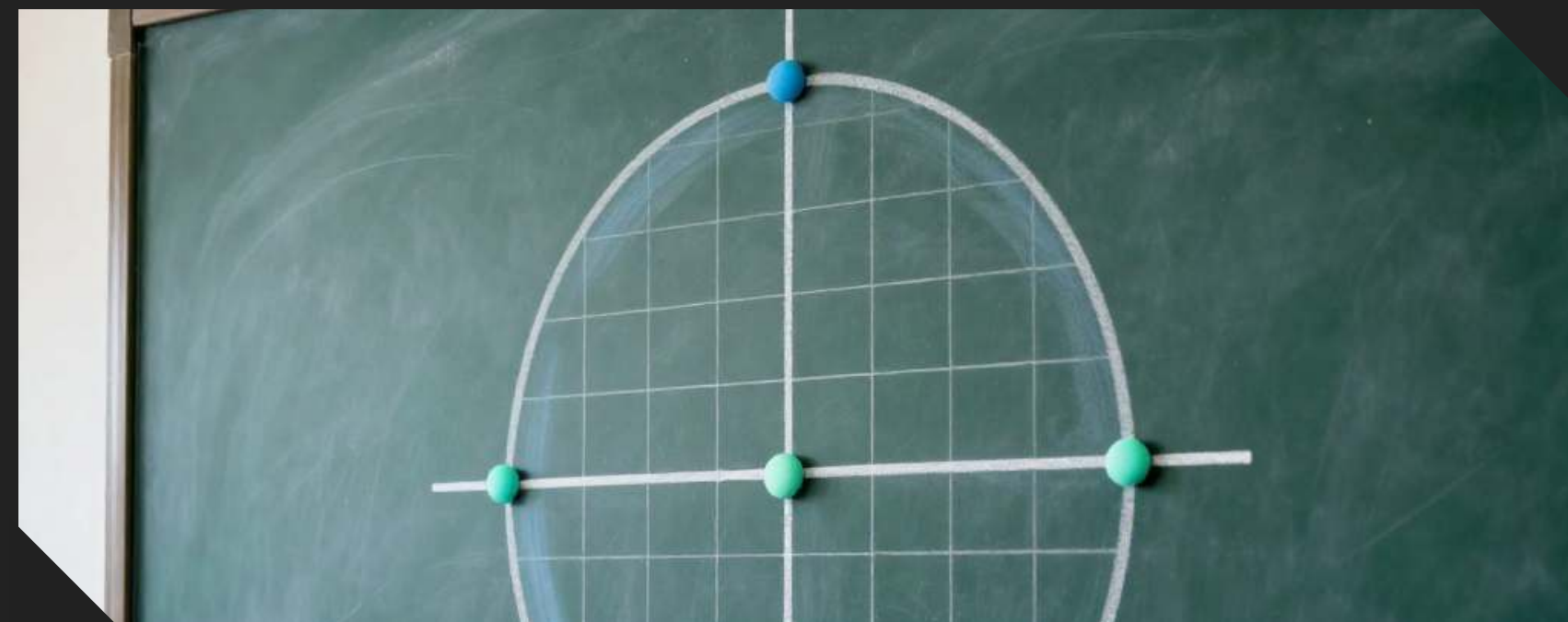
Три точки как условия

Каждая заданная точка даёт одно уравнение. Для трёх точек получается система, по которой находят координаты центра и величину радиуса, если решение существует.

03

Алгебра и геометрия

Координатный способ удобен тем, что соединяет вычисления и свойства фигуры. Он особенно полезен, когда точки заданы числами и нужно проверить построение точно.



Типичные ошибки при работе с точками

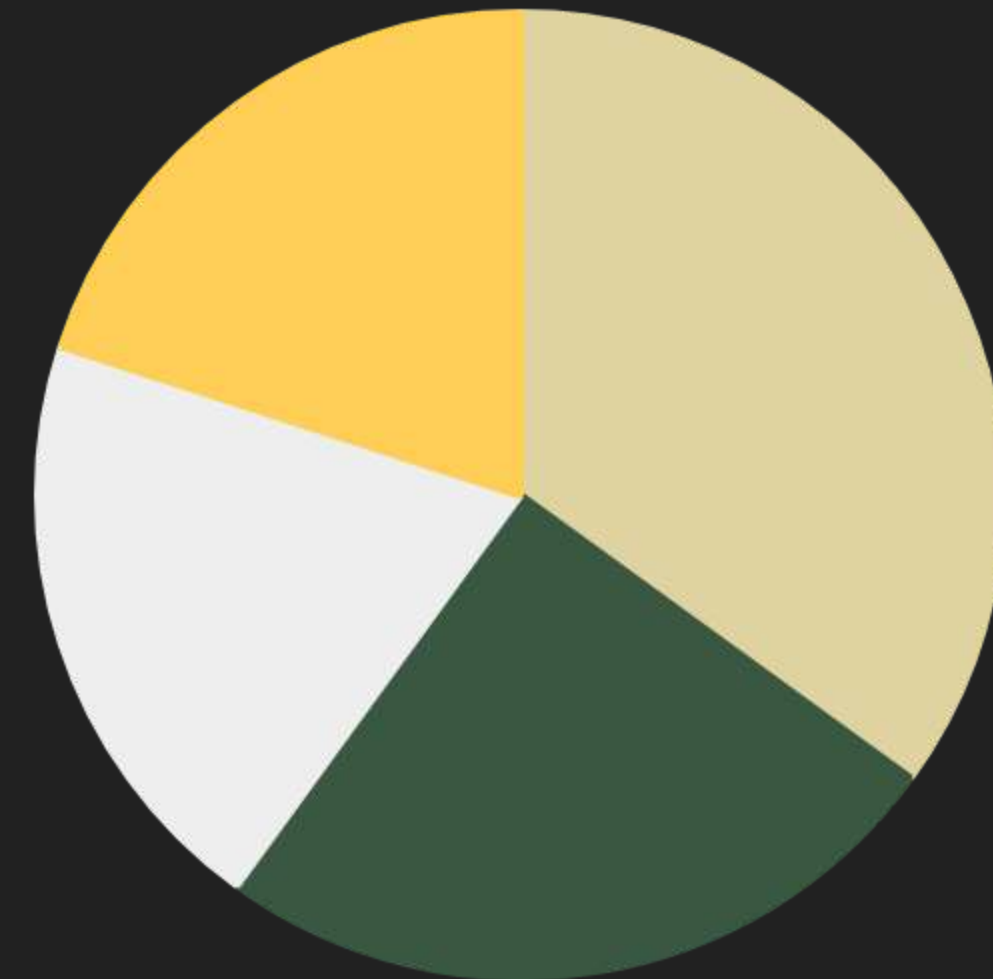


На диаграмме показаны самые частые ошибки, из-за которых учащиеся получают неверный ответ при работе с окружностью и её центром.



Главный риск связан не с вычислениями, а с неправильным пониманием условий задачи и построения. Проверка исходных данных должна быть первым шагом.

Две точки Коллинеарность Перпендикуляр
Центр и точка



Учебные наблюдения по теме построений в планиметрии

Где используется этот факт



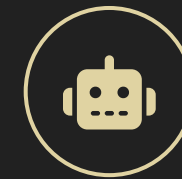
Черчение

При точных построениях важно восстановить окружность по нескольким опорным точкам. Это помогает проверять аккуратность разметки и строить круглые детали без лишних измерений.



Картография

На картах и схемах иногда нужно определить форму круглого объекта или границу по отметкам. Три точки позволяют проверить, лежат ли они на одной окружности.



Робототехника

Сенсоры и камеры помогают роботам распознавать круглые объекты по нескольким точкам. Знание геометрического правила делает такое распознавание более надёжным и точным.



Компьютерная графика

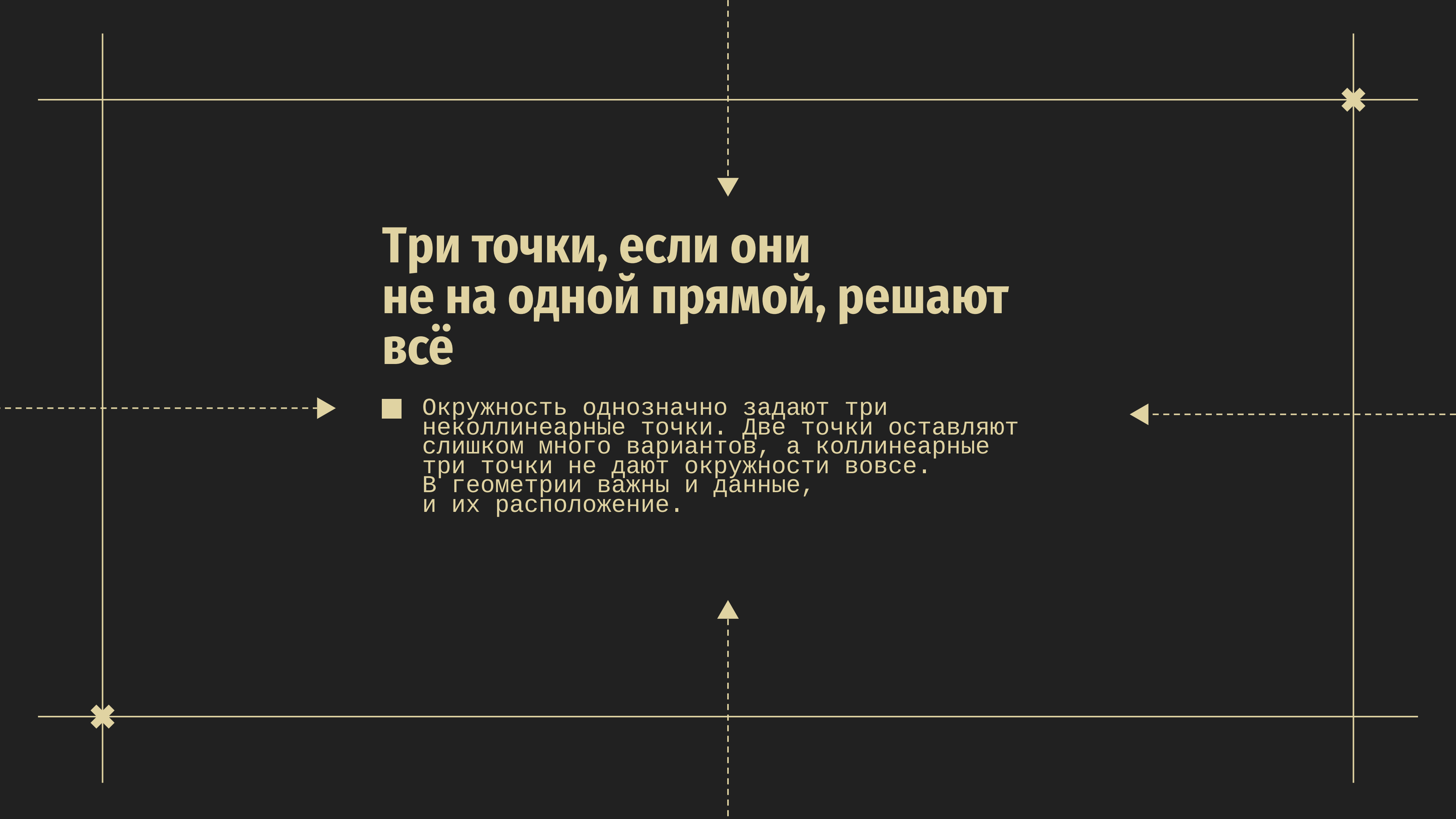
При обработке изображений по трём отметкам можно восстановить положение окружности или проверить совпадение найденных точек. Это полезно для анализа снимков и распознавания форм.

Памятка по числу точек

Ниже собраны самые важные случаи, которые стоит запомнить перед решением задач на окружность.

Запоминается простой принцип: для окружности важны не только количество точек, но и их взаимное расположение.

Точки	Результат
1	мало
2	много
3 колл.	нет
3 неколл.	1
4+	проверка



Три точки, если они не на одной прямой, решают всё

- Окружность однозначно задают три неколлинеарные точки. Две точки оставляют слишком много вариантов, а коллинеарные три точки не дают окружности вовсе. В геометрии важны и данные, и их расположение.