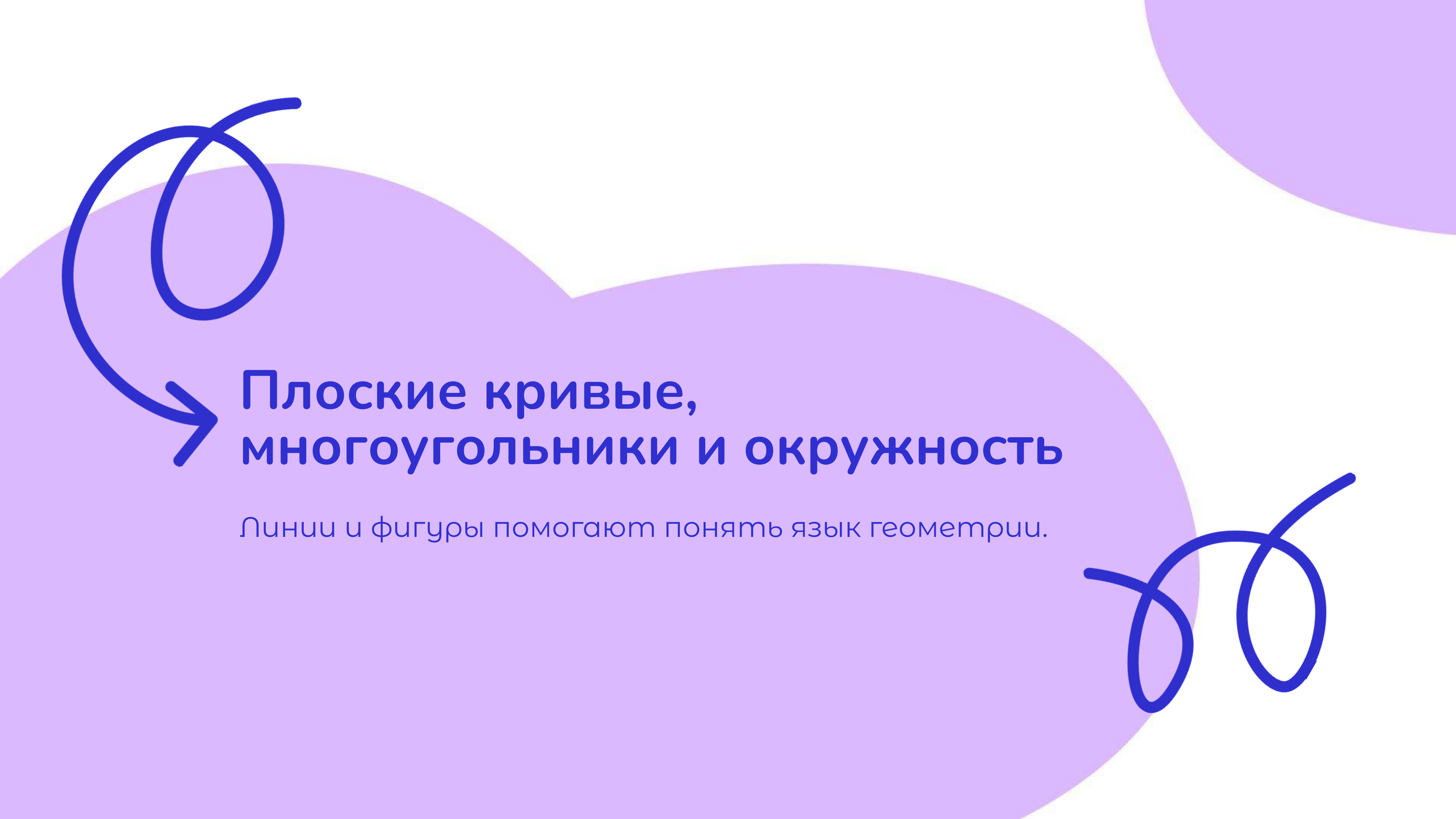




Плоские кривые, многоугольники и окружность

Линии и фигуры помогают понять язык геометрии.

Зачем изучать формы и как их узнавать

Геометрия помогает распознавать формы в окружающих предметах: от экранов и знаков до колёс и плитки. Чтобы уверенно сравнивать фигуры, нужно знать их признаки и уметь замечать части: стороны, вершины, углы, радиусы и дуги.



Плоская кривая и прямая

1 Что называют кривой

Плоская кривая — это линия на плоскости, которая может менять направление и плавно изгибаться. По ней удобно описывать контуры предметов и границы фигур.

2 Чем она отличается

Прямая сохраняет одно направление, а кривая в любой своей части может отклоняться. Поэтому их легко различить по характеру движения линии на рисунке.



3 Как сравнивать на чертеже

Для сравнения полезно показать один изгиб, несколько изгибов и прямой отрезок. Так сразу видно, что кривая бывает разной, но остаётся линией.

Координатная плоскость как место для фигур



Две оси

Декартова плоскость задаётся двумя перпендикулярными осями, обычно x и y . Они помогают точно указывать положение каждой точки и строить изображения фигур.



Начало отсчёта

Начало координат — это точка пересечения осей. От неё удобно отсчитывать координаты и понимать, где именно расположен объект на чертеже.



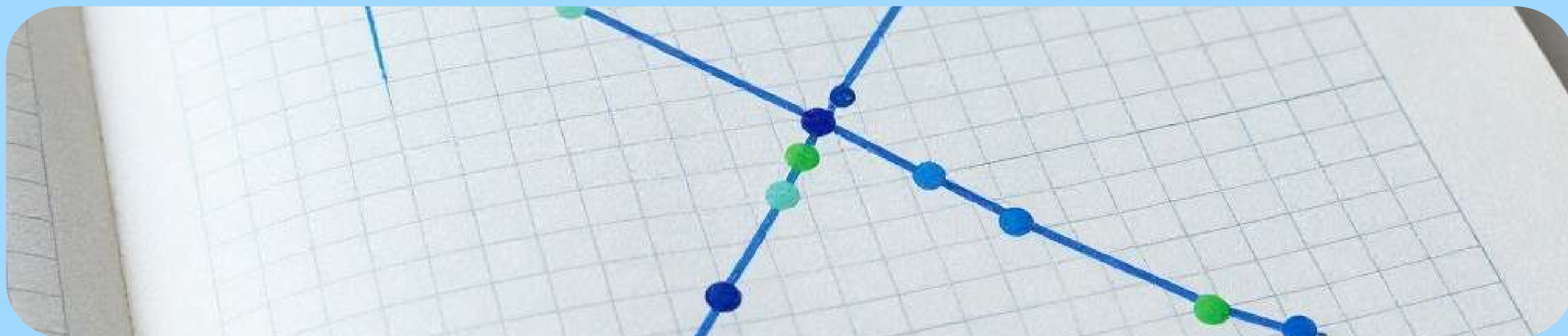
Кривая как набор точек

Каждая точка имеет пару чисел, поэтому кривая на плоскости выглядит как множество точек. По этим точкам можно восстановить форму линии.



Как читать рисунок

На координатной сетке полезно отмечать деления, подписи осей и несколько точек самой кривой. Тогда её положение становится наглядным и точным.



Ломаная: звенья и вершины

1

Из чего состоит

Ломаная складывается из отдельных отрезков, которые называются звеньями. Каждое звено соединяется с другим в вершине, образуя цепочку линий.

2

Открытая и замкнутая

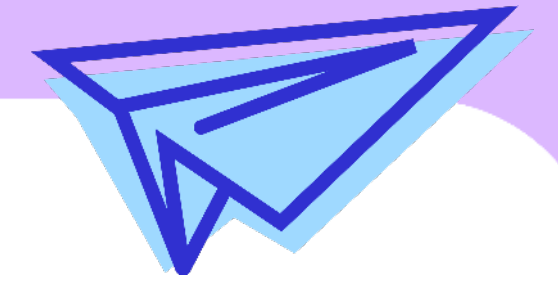
Если ломаная не возвращается в исходную точку, она остаётся открытой. Когда её конец совпадает с началом, ломаная становится замкнутой.

3

Как распознать на чертеже

По рисунку удобно отмечать все вершины и звенья разными цветами. Так сразу видно, где линия меняет направление и где она замыкается.





Многоугольник и его элементы

✧ Определение

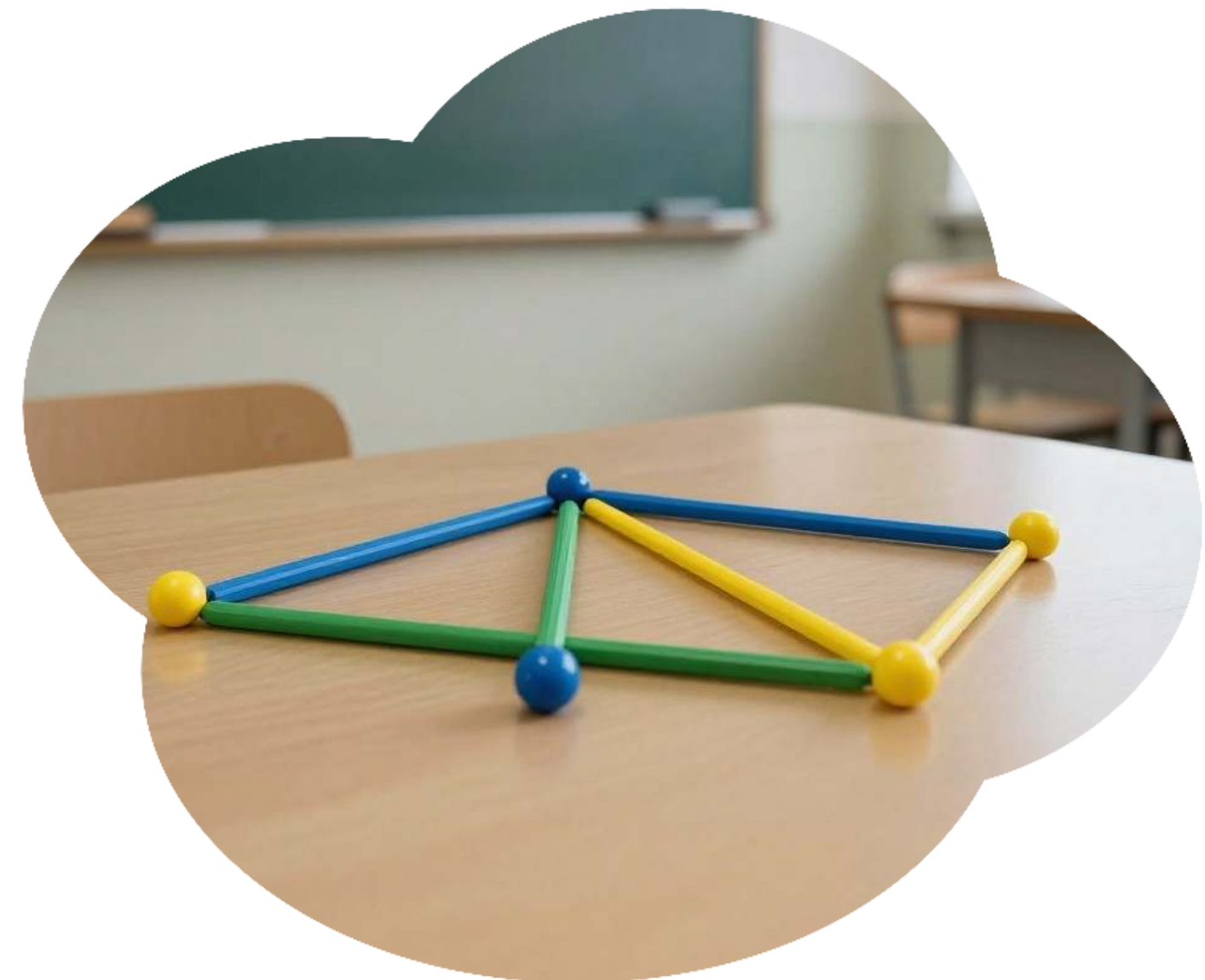
Многоугольник образует замкнутая ломаная без самопересечений. Его граница состоит только из сторон, а углы находятся в вершинах.

✧ Стороны и вершины

Стороны многоугольника — это его отрезки, а вершины — точки их соединения. По числу сторон и вершин многоугольники удобно называть треугольниками, четырёхугольниками и так далее.

✧ Периметр

Периметр — это сумма длин всех сторон. Он показывает общую длину границы фигуры и помогает сравнивать многоугольники между собой.



Простые, сложные, выпуклые и невыпуклые



Простой многоугольник

Простой многоугольник не имеет самопересечений: его стороны встречаются только в соседних вершинах. Это самый привычный вид многоугольника на чертеже.



Сложный многоугольник

Если стороны пересекаются, многоугольник называют сложным. На рисунке такие пересечения помогают сразу увидеть, что фигура устроена не совсем обычно.



Выпуклый

Выпуклый многоугольник целиком лежит по одну сторону любой своей стороны. У него нет вдавленных участков, поэтому его граница выглядит «натянутой».



Невыпуклый

У невыпуклого многоугольника есть впадина: хотя бы один угол как будто «смотрит» внутрь фигуры. Это главный признак, который легко заметить по форме.



Диагонали многоугольника

1 Что такое диагональ

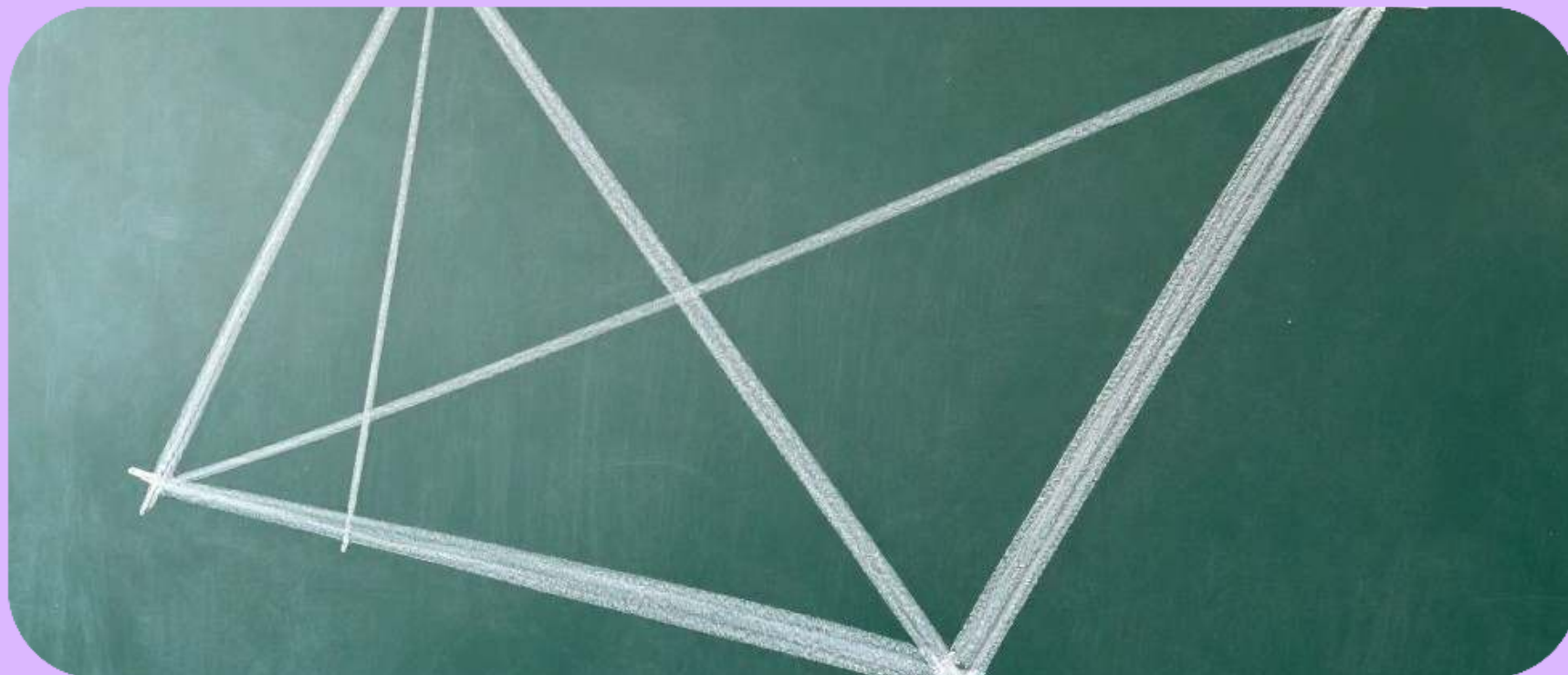
Диагональ соединяет две вершины многоугольника, которые не являются соседними. Она помогает увидеть внутреннюю структуру фигуры и разделить её на более простые части.

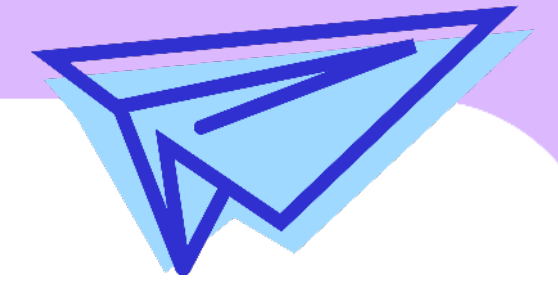
2 Где расположена

В выпуклом многоугольнике любая диагональ лежит внутри фигуры. Поэтому её удобно проводить на чертеже, не выходя за границы стороны.

3 Почему она полезна

Чем больше сторон у многоугольника, тем больше возможных диагоналей. Они связывают вершины, которые не стоят рядом, и создают удобную сетку внутри фигуры.





Внутренние и внешние углы



Внутренний угол

Внутренний угол находится внутри многоугольника и образуется двумя соседними сторонами. Он показывает, насколько «открыта» фигура в данной вершине.



Внешний угол

Внешний угол получается, если одну сторону продолжить за вершину. Он дополняет внутренний угол до прямого разворота по прямой линии.



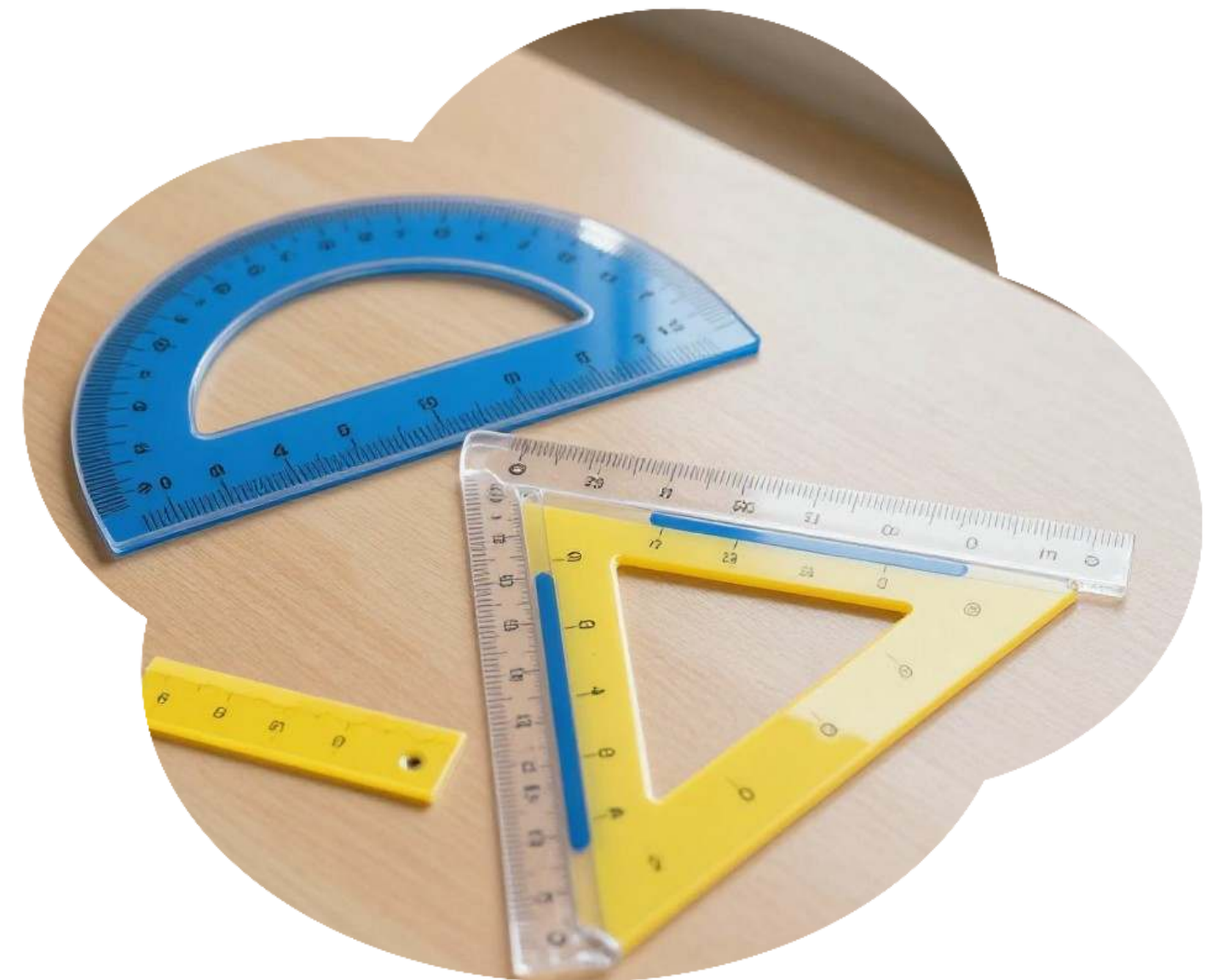
Смежные углы

Такие углы смежные: они имеют общую вершину и одну общую сторону. Их суммы всегда равна 180° , что удобно проверять на чертеже.



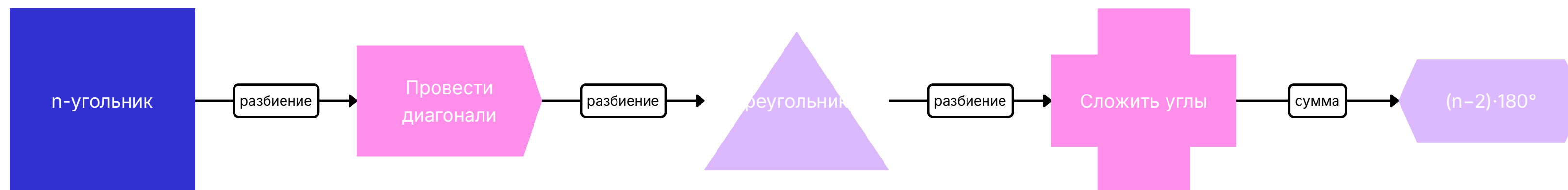
Как использовать правило

Это свойство помогает находить неизвестные углы, если один из них уже известен. Достаточно помнить, что вместе они образуют развёрнутый угол.



Сумма внутренних углов

Разбиение многоугольника на треугольники показывает, почему сумма внутренних углов зависит только от числа сторон.



Правильные многоугольники



Равные стороны

У правильного многоугольника все стороны имеют одинаковую длину, поэтому его контур выглядит строго и симметрично. Это свойство удобно проверять по линейке и по равенству отрезков.



Равные углы

Все углы правильного многоугольника тоже равны между собой. Благодаря этому фигура не «перекошена», а её вершины расположены равномерно по окружности или вокруг центра.



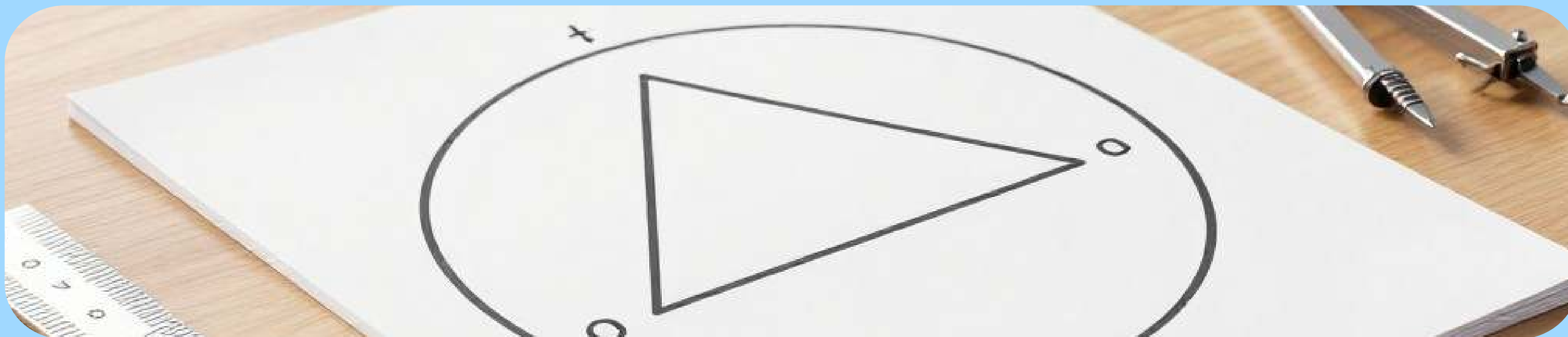
Примеры фигур

К правильным многоугольникам относятся равносторонний треугольник, квадрат и правильный пятиугольник. Эти фигуры служат базовыми примерами для сравнения более сложных многоугольников.



Удобство построения

Если известны одна сторона и один угол, можно восстановить весь правильный многоугольник. Повторяемость элементов делает такие фигуры особенно удобными в построениях и орнаментах.



Центральный угол и дуга

1

Как устроен угол

Центральный угол образован двумя радиусами, которые выходят из центра окружности к её границам. Его вершина всегда совпадает с центром, а стороны проходят через точки окружности.

2

Связь с дугой

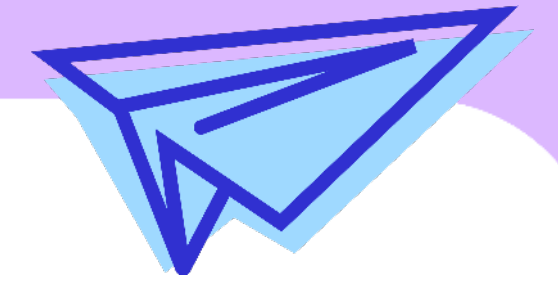
Чем больше центральный угол, тем больше соответствующая ему дуга. Поэтому по величине угла можно сразу понять, какую часть окружности занимает выделенный участок.

3

Доли окружности

Если центральный угол равен четверти полного оборота, то и дуга тоже составляет четверть окружности. Такой способ удобно использовать при делении круга на равные части.





Что такое окружность

✦ Одинаковое расстояние

Окружность задаётся одной важной идеей: все её точки находятся на одинаковом расстоянии от центра. Это расстояние называют радиусом и обозначают одной буквой для краткости.

✦ Проверка точки

Если провести из центра несколько отрезков к разным точкам окружности, их длины будут равны. По этому признаку легко проверить, принадлежит ли точка окружности.

✦ Граница круга

Окружность не имеет толщины и описывает только границу круга. Поэтому на чертеже важно отличать саму линию окружности от внутренней области фигуры.



Элементы окружности



Радиус

Радиус соединяет центр окружности с любой её точкой. Все радиусы одной окружности равны, поэтому они помогают сравнивать элементы фигуры и строить её точно.



Диаметр

Диаметр проходит через центр и соединяет две точки окружности. Он всегда в два раза длиннее радиуса, поэтому его удобно использовать для быстрых вычислений.



Хорда

Хорда соединяет две точки окружности, но не обязана проходить через центр. Она может быть короче диаметра и лежать внутри круга.



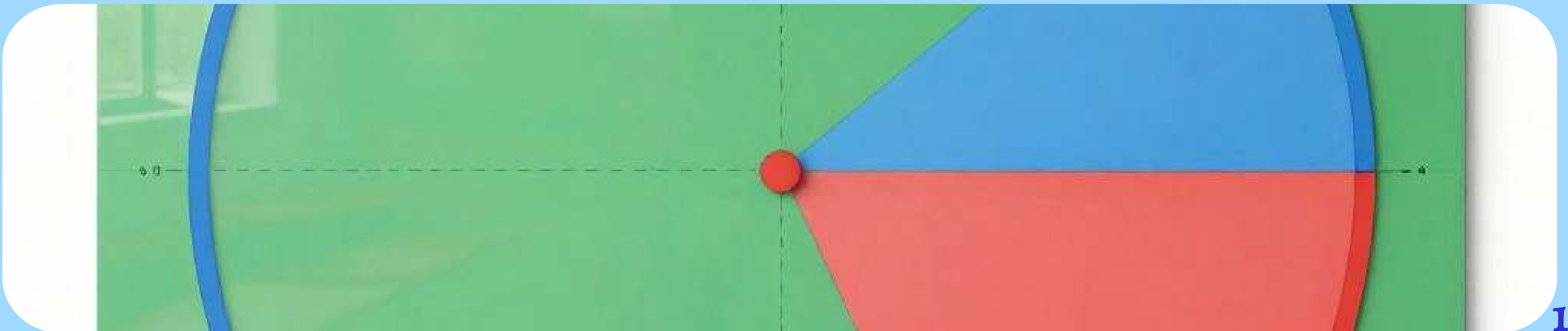
Дуга

Дуга — это часть окружности между двумя точками. Именно дугами показывают выделенные участки границы, когда нужно сравнить или разделить окружность.



Сектор

Сектор — часть круга, ограниченная двумя радиусами и дугой между ними. По форме он похож на «кусочек пирога» и часто используется в чертежах и диаграммах.



Касательная и радиус

1 Одна точка касания

Касательная касается окружности только в одной точке. В этой точке прямая как будто «скользит» по окружности, не пересекая её внутри или снаружи.

2 Перпендикулярность радиуса

Если провести радиус в точку касания, он образует с касательной прямой угол. Это важный признак, который помогает проверять построения на чертеже.



3 Как распознать

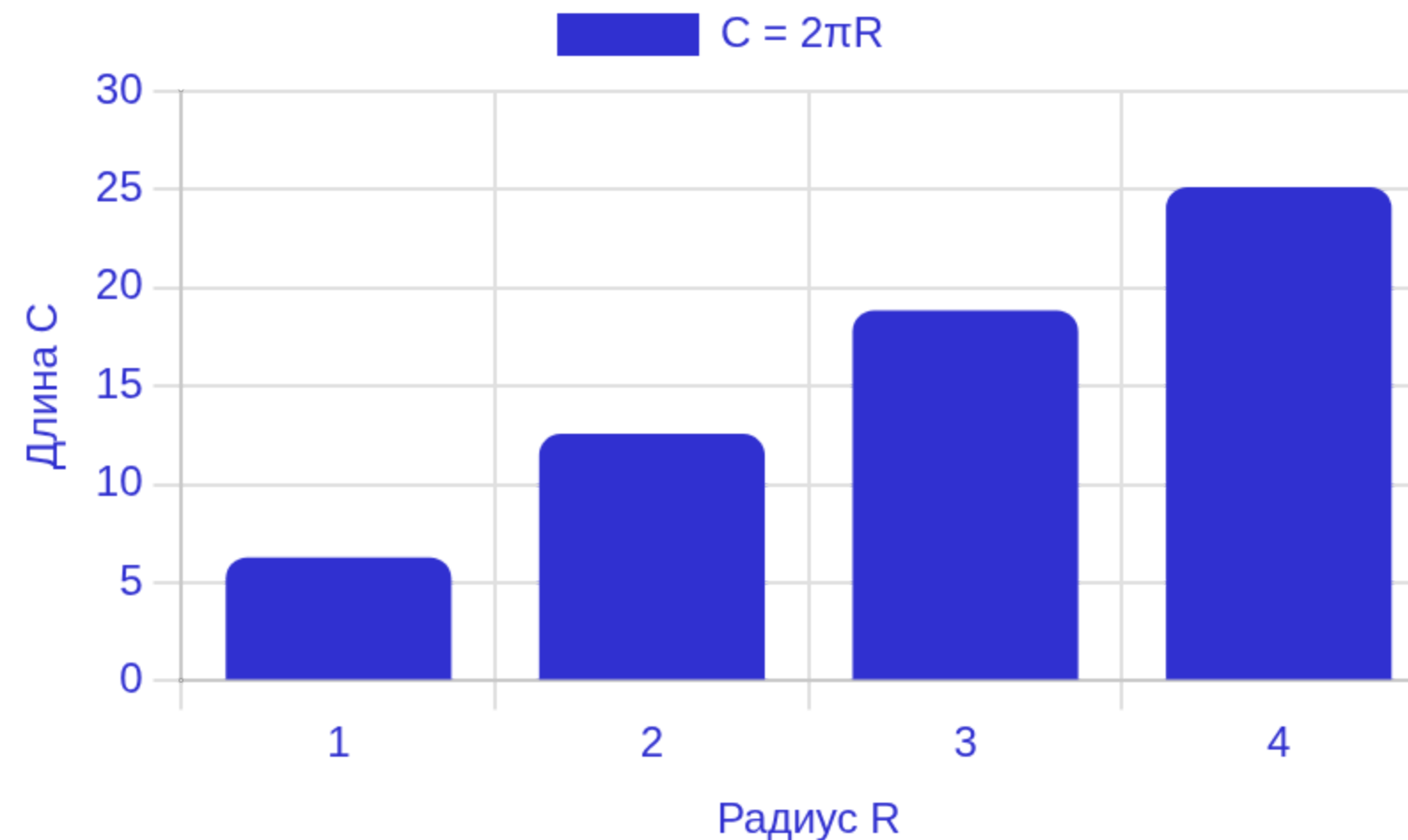
Признак касания особенно полезен в задачах на доказательство. Достаточно увидеть прямой угол между радиусом и прямой, чтобы сделать вывод о касательной.

Длина окружности и число π



Формула $C=2\pi R$ показывает, что длина окружности зависит от радиуса прямо пропорционально. Увеличение радиуса вдвое увеличивает и длину окружности вдвое.

Значения растут линейно: при любом радиусе отношение C к R остаётся одинаковым и равно примерно 6,28, то есть 2π .



✦ Расчёт по формуле $C=2\pi R$, $\pi \approx 3,14$

Дуга и сектор как доли окружности

1

Четверть круга

Полную окружность можно рассматривать как 360° . Если центральный угол равен 90° , то выделенная часть составляет четверть круга, а вместе с ней — и соответствующая дуга.

2

Границы сектора

Сектор имеет те же границы, что и центральный угол: два радиуса и дугу между ними. Поэтому его площадь также зависит от доли полного угла.

3

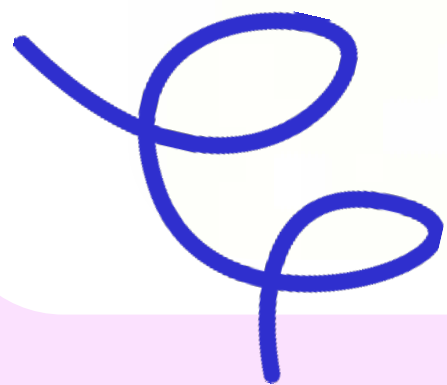
Меньше угол — меньше доля

Чем меньше центральный угол, тем короче дуга и меньше сектор. Это удобно для сравнения разных частей окружности на одном чертеже.

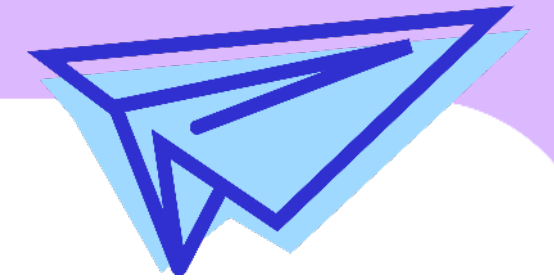
4

Точное описание

Доли окружности помогают точно описывать фигуры в задачах, моделях и диаграммах. Вместо слов «маленький» или «большой» можно указать конкретную часть круга.



Аппроксимация окружности многоугольниками



Шестиугольник

Правильный шестиугольник уже напоминает окружность, но его границы ещё заметно состоят из прямых отрезков. Каждый новый угол слегка приближает форму к плавной линии.



Больше сторон

У восьмиугольника углы становятся менее заметными, а контур выглядит более круглым. Разница между многоугольником и окружностью постепенно уменьшается.



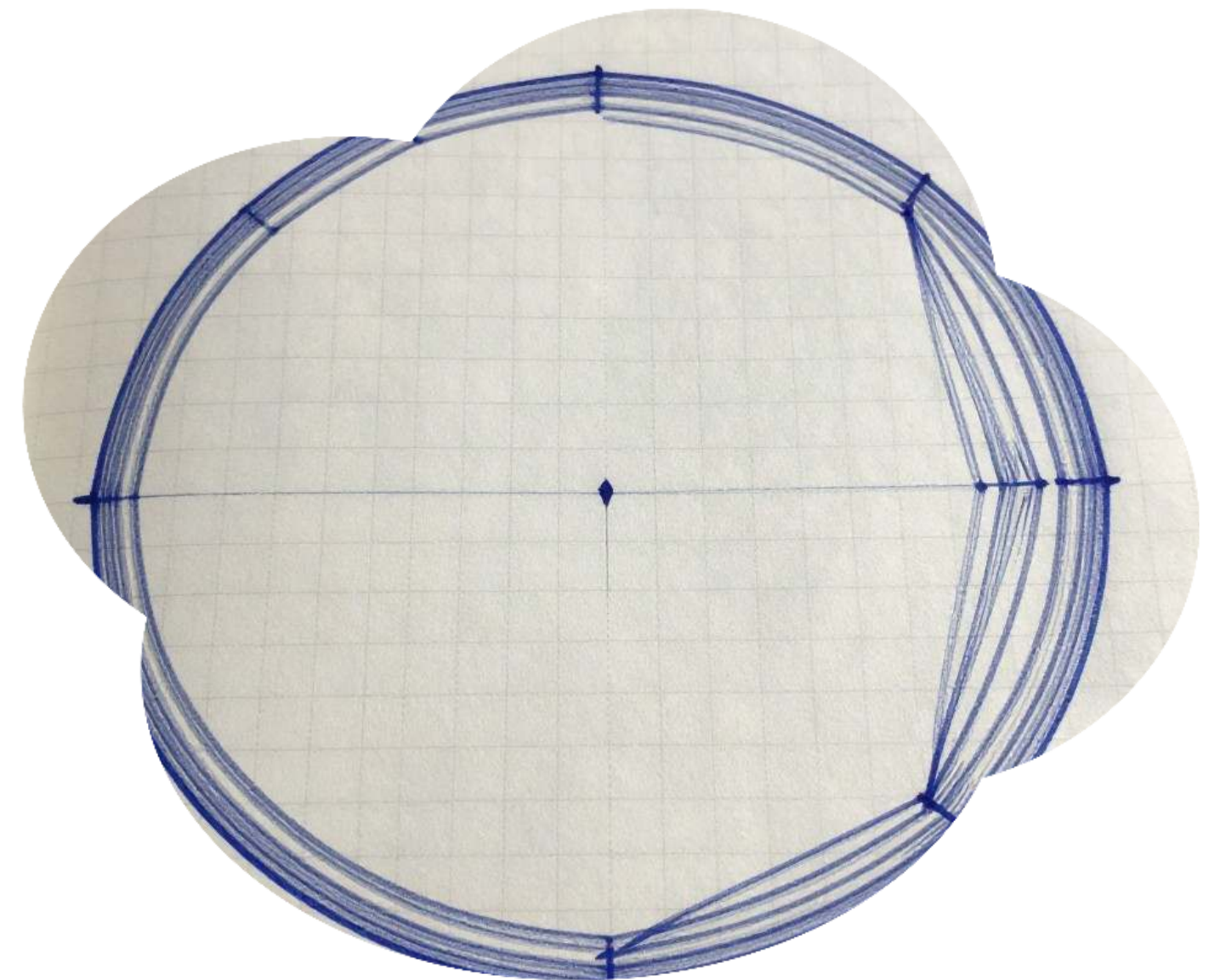
Плавнее контур

Двенадцатиугольник визуально ещё ближе к окружности. При таком числе сторон короткие отрезки почти сливаются в плавный контур, особенно на небольшом рисунке.



Идея приближения

Этот переход показывает важную идею: сложную кривую можно приближать простыми фигурами. Чем точнее приближение, тем лучше видно сходство с окружностью.



Вписанные и описанные многоугольники



1

Вписанный многоугольник

Вписанный многоугольник располагается внутри окружности, и все его вершины лежат на ней. Такой рисунок удобно использовать, когда нужно сравнить фигуру с окружностью.

2

Описанный многоугольник

Описанный многоугольник находится снаружи, а его стороны касаются окружности. Он как бы «обнимает» окружность и помогает оценивать её размеры сверху.

3

Сближение периметров

Если увеличить число сторон, разница между периметрами вписанного и описанного многоугольников становится меньше. Оба значения всё точнее приближают длину окружности.

4

Связь с π

Именно поэтому многоугольники исторически помогали находить число π . Сравнивая периметры, математики постепенно уточняли связь между окружностью и её диаметром.

Итог: формы, свойства и связь с π

Мы увидели, как ломаные переходят в многоугольники, а многоугольники помогают понять окружность и число π . Эти фигуры связаны общими идеями измерения, симметрии и точного описания формы.

