

Сложение вероятностей: как находить шансы в случайных опытах

Разбираемся, как считать шансы и не ошибаться в случайных опытах.





Вероятности и алгебра: почему это одна тема

В 7 классе вероятность связывает дроби, деление, сложение и вычитание. На примерах с кубиком, монетой, карточками и шариками видно, как объединять разные исходы в один ответ.



2/6

такой результат упрощается
до одной трети

Вероятность — это доля
благоприятных исходов среди всех
равновозможных. Чем выше эта доля,
тем вероятнее событие.

Школьные задачи по теме вероятности

Пример с кубиком: как выделяются благоприятные исходы

Все исходы равны

Один бросок кубика даёт шесть равновозможных результатов. Это удобно: можно просто перечислить все варианты и сравнить их с нужным событием.

Почему это важно

Пример показывает главный принцип: вероятность зависит не от названия события, а от числа подходящих исходов среди всех возможных.

Чётные грани

Событие «выпало чётное число» включает 2, 4 и 6. Таких исходов три, поэтому вероятность равна трем шестым, то есть одной второй.



Сравнение вероятностей в простых опытах

В таблице собраны знакомые школьные примеры. Они помогают увидеть, как меняется вероятность в зависимости от числа благоприятных исходов.

Вероятность тем больше, чем большую долю составляют подходящие исходы среди всех возможных.

Событие	Вероятность
Орёл на монете	$\frac{1}{2}$
6 на кубике	$\frac{1}{6}$
Чётное на кубике	$\frac{1}{2}$
Красная карточка	$\frac{2}{5}$

Когда вероятности можно складывать

01 Ищем «или»

Сложение используют, когда нужно найти вероятность события «А или В». В ответе учитывают все подходящие исходы, которые относятся хотя бы к одному из событий.

02 Если события не пересекаются

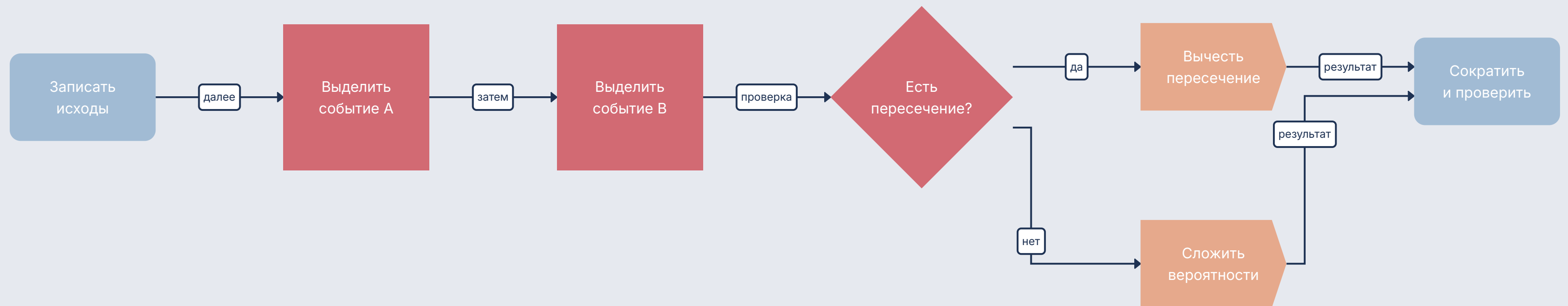
Для несовместных событий сложение особенно простое: один и тот же исход не может попасть сразу в оба события. Поэтому вероятности просто прибавляют.

03 Проверяем смысл

Перед вычислениями полезно спросить себя: могут ли события случиться одновременно? Если нет, подходит обычная сумма; если да, нужна другая формула.

Как решать задачи на сложение вероятностей

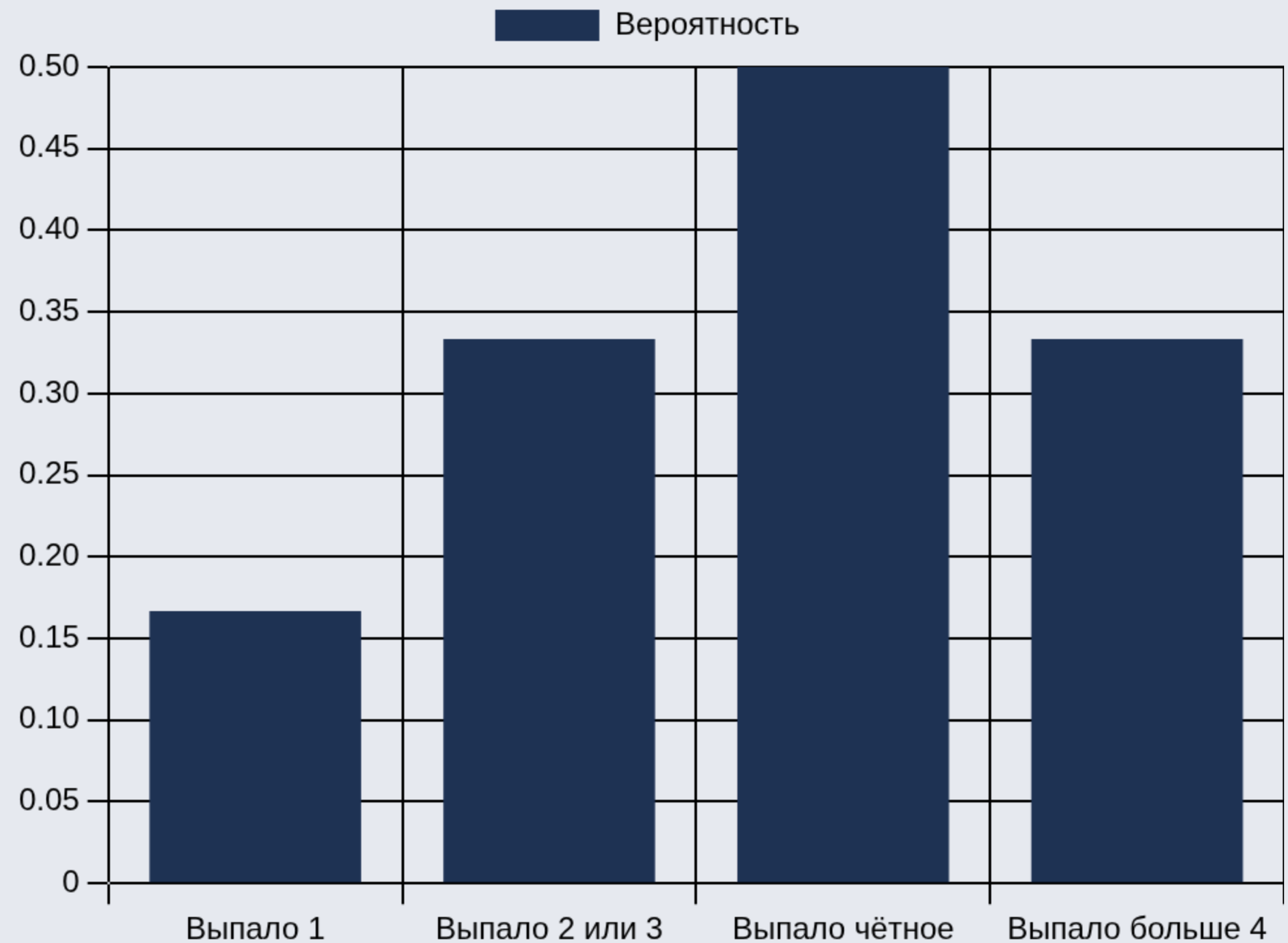
Пошаговый алгоритм для кубика, монеты, карточек и шариков



Вероятности для кубика: сравнение разных событий

Все значения рассчитаны для одного броска стандартного кубика с шестью гранями.

Чем больше подходящих исходов объединяет событие, тем выше его вероятность.



Формула для несовместных событий

1

Главное правило

Если события не могут произойти одновременно, вероятность их объединения равна сумме вероятностей. Ни один исход не считается дважды, поэтому формула получается очень простой.

2

Больше трёх событий

То же правило работает и для нескольких несовместных событий: вероятности всех подходящих случаев просто складывают. Это удобно, когда вариантов ответа несколько.

3

Пример с кубиком

Для событий «выпало 1» и «выпало 6» получаем $1/6 + 1/6 = 2/6 = 1/3$. Каждый исход учтён ровно один раз.

Почему нельзя всегда просто складывать

+ Есть общие исходы

Если события пересекаются, один и тот же результат может подходить сразу к двум условиям. Тогда простая сумма завышает ответ, потому что общий исход учитывается дважды.

+ Нужна схема пересечения

Диаграмма с двумя кругами помогает увидеть общую часть. Именно она показывает, какие исходы нужно вычесть, чтобы получить правильную вероятность.

+ Пример с кубиком

События «число больше 3» и «чётное число» имеют общие результаты 4 и 6. Эти числа входят в оба события, значит их нельзя считать дважды.

Формула для пересекающихся событий



Объединение событий

Когда нужно найти вероятность события «А или В», складывают вероятности обоих событий и затем убирают повторный учёт общих исходов. Так формула остаётся точной для любых задач.



Пример с дробями

При $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{1}{3}$ и $P(A \text{ и } B)=\frac{1}{6}$ получаем $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$. Здесь удобно привести дроби к общему знаменателю.



Зачем вычитать пересечение

Если один и тот же результат подходит и для А, и для В, он попадает в сумму дважды. Вычитание $P(A \text{ и } B)$ исправляет этот двойной счёт и даёт правильный ответ.



Работает шире одного примера

Та же идея применяется не только к кубiku или монете, но и к карточкам, шарикам и другим случайным опытам, если события могут пересекаться.

Два правила сложения вероятностей рядом

Случай	Формула	Пример
Несовместные	$P(A)+P(B)$	2 или 5
Пересекающиеся	$P(A)+P(B)-P(A \text{ и } B)$	>3 или чётное
Главное	Проверить пересечение	Не считать дважды

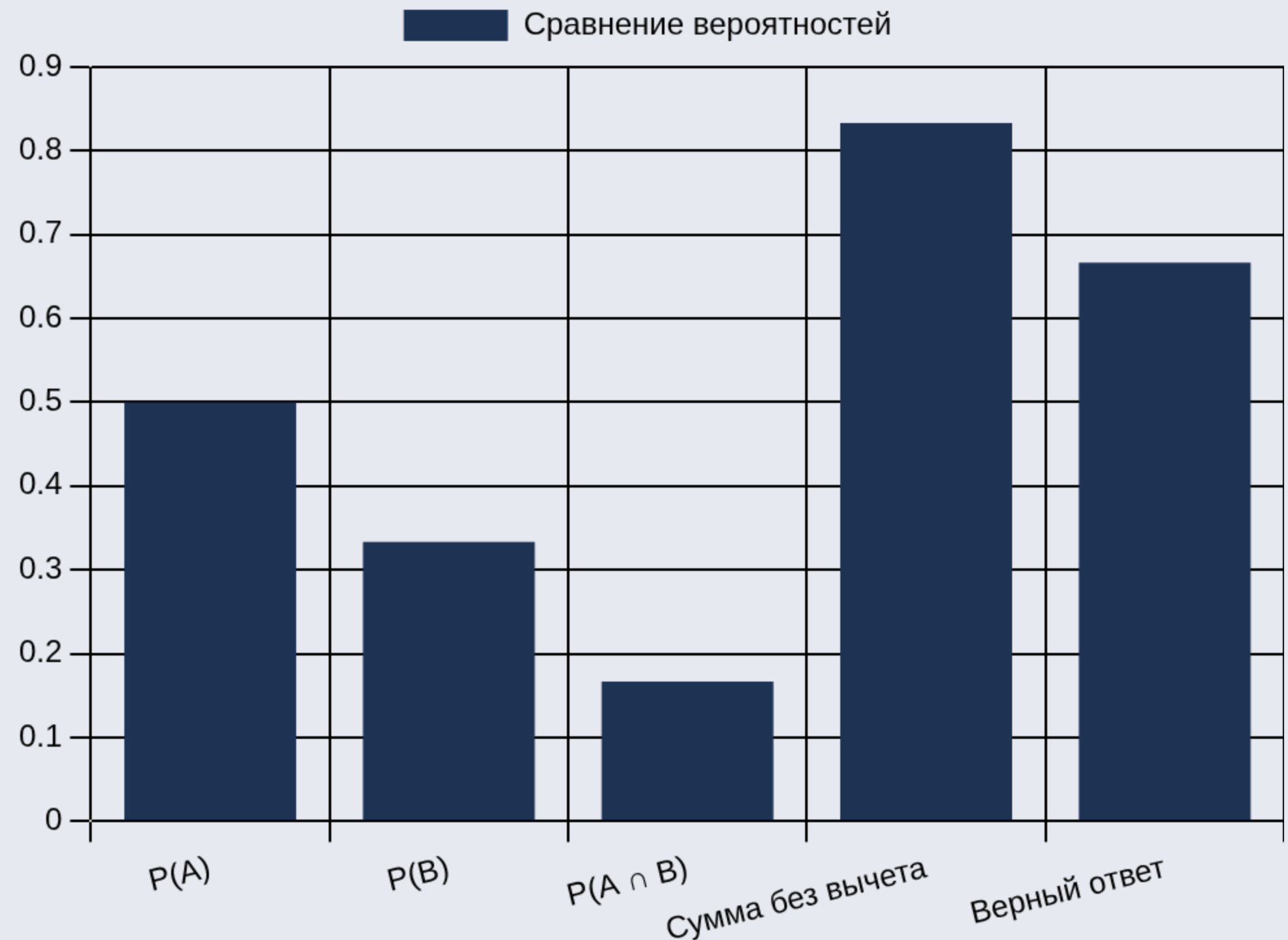
Сравнение показывает, когда вероятности складывают напрямую, а когда нужно убрать пересечение. Это помогает выбрать формулу без лишних вычислений.

Главный критерий выбора формулы — наличие общих исходов. Если пересечения нет, вычитание не нужно; если есть, его обязательно учитывают один раз.

Как пересечение меняет ответ

Диаграмма показывает, что лишний учёт общих исходов заметно завышает результат. Поэтому при пересечении всегда нужно возвращать только уникальные благоприятные исходы.

Простая сумма даёт $5/6$, но правильный ответ меньше — $2/3$. Чем больше пересечение, тем сильнее нужно корректировать итог.



Учебный пример по формуле $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Проверка результата на разумность

Границы вероятности

Итоговая вероятность не может быть меньше нуля и больше единицы. Если после вычислений получилось число вне этого диапазона, значит формула применена неверно или допущена арифметическая ошибка.

Дроби и проверка

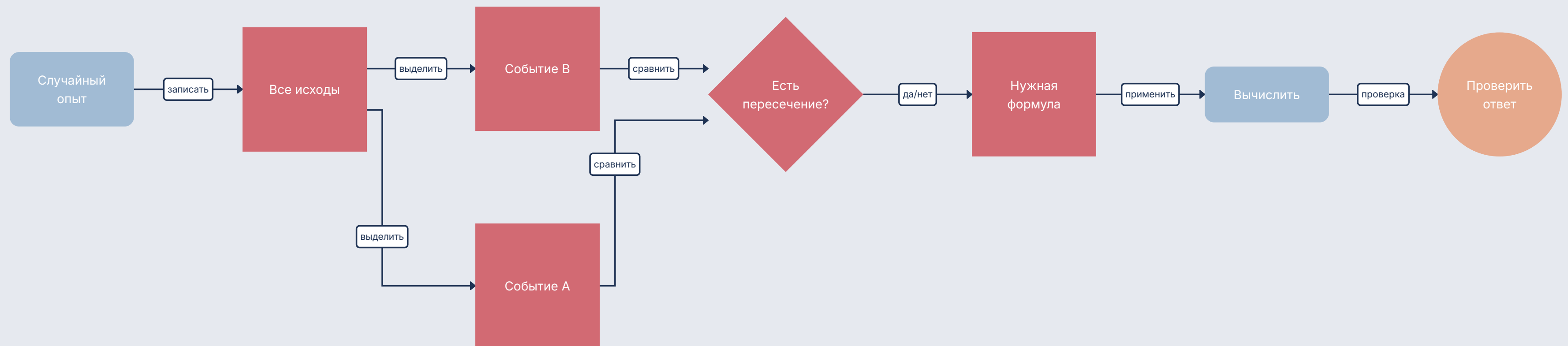
После сложения нужно привести дроби к общему знаменателю и сократить итог. Затем удобно пересчитать ответ через число благоприятных исходов, чтобы убедиться, что он совпадает с логикой задачи.

Смысл ответа

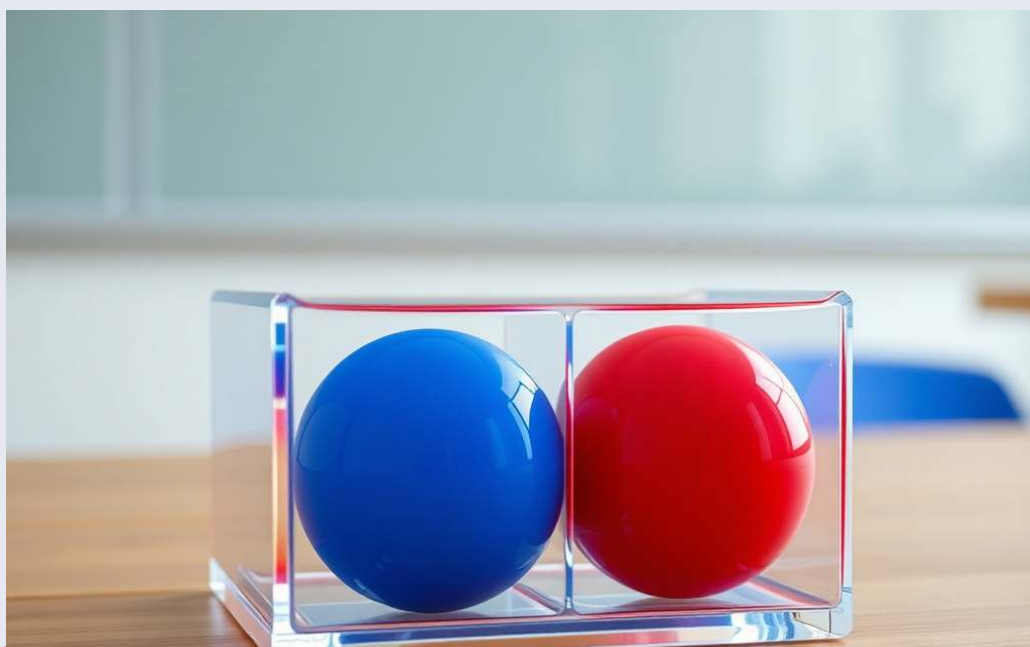
Полезно сравнить результат с исходными вероятностями: объединение событий не должно быть меньше каждого из них. Если ответ выглядит слишком маленьким, стоит ещё раз проверить запись событий и вычисления.

Алгоритм решения задач на сложение вероятностей

Пошаговая схема для задач с кубиком, монетой, карточками и шариками.

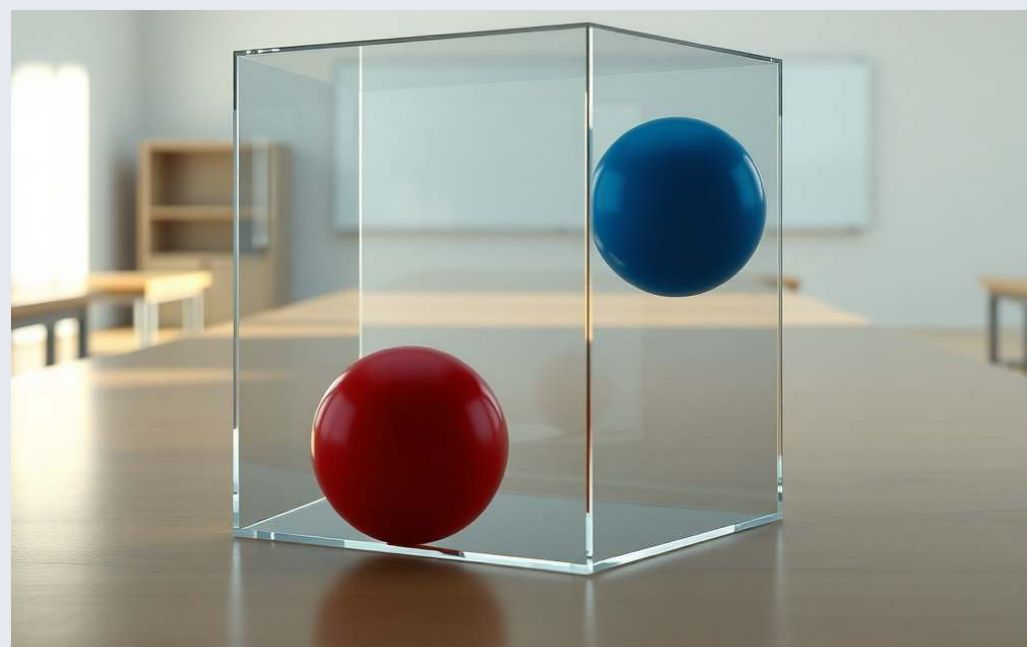


Задача про шарики в коробке



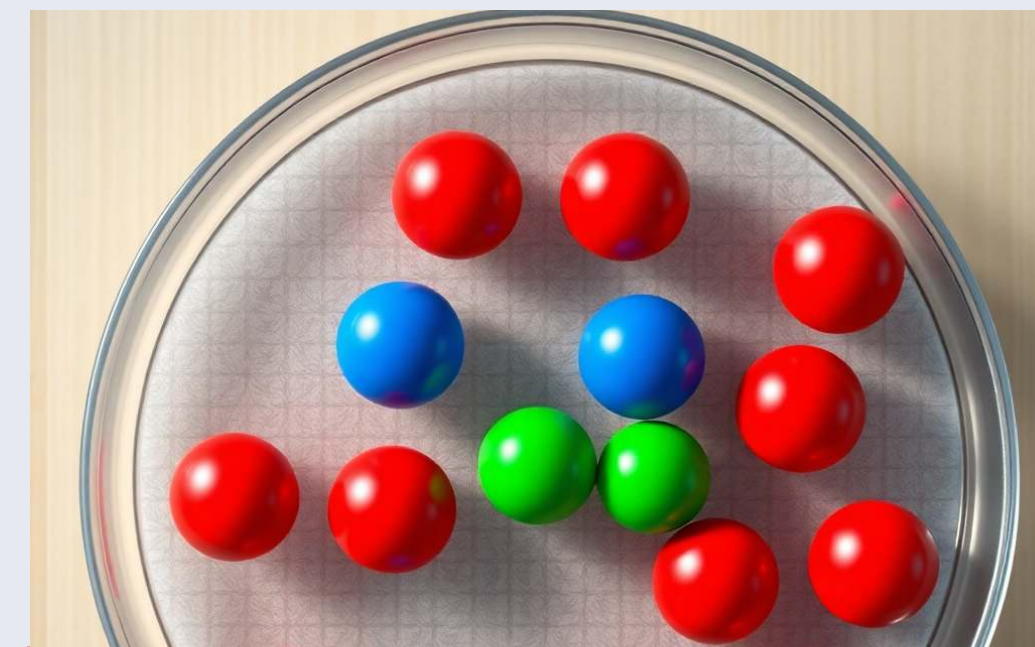
Красные и синие отдельно

В прозрачной коробке лежат шарики трёх цветов: красные, синие и зелёные. Если нужно достать красный шарик, подходят только красные, а если синий — только синие. Для рисунка удобно выделить два цвета разными контурами.



Почему события не мешают друг другу

В этой задаче один шарик не может быть одновременно красным и синим, поэтому события несовместны. Это делает сложение вероятностей прямым: достаточно сложить доли красных и синих шариков, не вычитая пересечение.



Ответ легко увидеть в коробке

Из 10 шариков 5 красных и 3 синих, значит благоприятных исходов 8. На иллюстрации можно показать, что зелёные шарики не входят в нужное событие, а красные и синие вместе составляют четыре пятых коробки.

Частые ошибки при сложении вероятностей

01

Складывают несовместимое

Иногда складывают события, которые могут произойти вместе, хотя для них нужна другая формула. Сначала стоит проверить, есть ли общие исходы, иначе ответ получится завышенным.

02

Забывают пересечение

Если события пересекаются, один и тот же исход может войти в оба списка. Его нужно вычесть один раз, чтобы не считать результат дважды.

03

Путают союзы слов

Слово «или» означает объединение событий, а «и» — их совместное выполнение. Ошибка в формулировке сразу меняет смысл задачи и приводит к неверной вероятности.

04

Оставляют дробь несокращённой

Даже правильный ответ может выглядеть неверно, если его не сократить. После вычислений полезно привести дробь к наименьшему виду и только потом записывать результат.

05

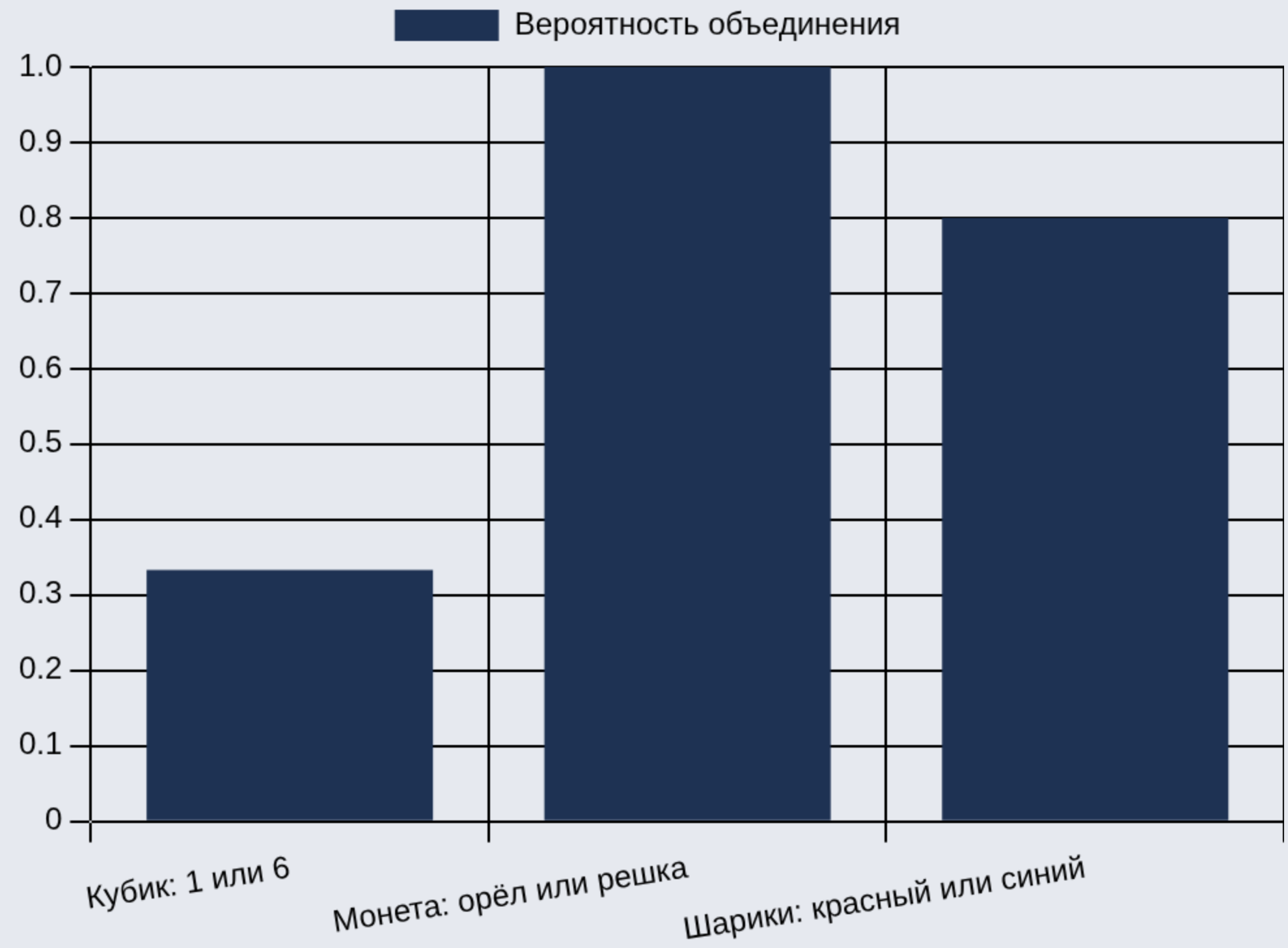
Не проверяют предел 1

Вероятность не может быть больше единицы. Если расчёт дал число больше 1, значит ошибка почти наверняка есть в формуле, пересечении или сложении дробей.

Мини-сравнение ответов в разных ситуациях

Три примера показывают, что один и тот же приём даёт разные числа в зависимости от условий задачи. Важно сначала понять структуру событий.

Наибольшая вероятность получается там, где почти все исходы подходят. Сравнение помогает увидеть, как число благоприятных исходов влияет на итог.



Учебные примеры по теме вероятностей

Короткая памятка по теме

Памятка помогает быстро выбрать правило сложения и не потерять пересечение. Сначала определяют тип событий, затем считают по нужной формуле и проверяют ответ.

Алгоритм всегда один: сначала понять, пересекаются ли события, затем выбрать формулу и проверить, не нарушены ли границы вероятности.

Ситуация	Формула	Пример
Несовместные	$P(A)+P(B)$	1 или 6
Есть пересечение	$P(A)+P(B)-P(A \text{ и } B)$	>3 или чётное
Финал	Проверка $P \leq 1$	Смысл ответа

Главная идея сложения вероятностей

Сложение вероятностей помогает быстро оценить шанс одного из нескольких событий. Если пересечения нет, вероятности складывают напрямую; если оно есть, общие исходы вычитают один раз, чтобы ответ оставался точным.