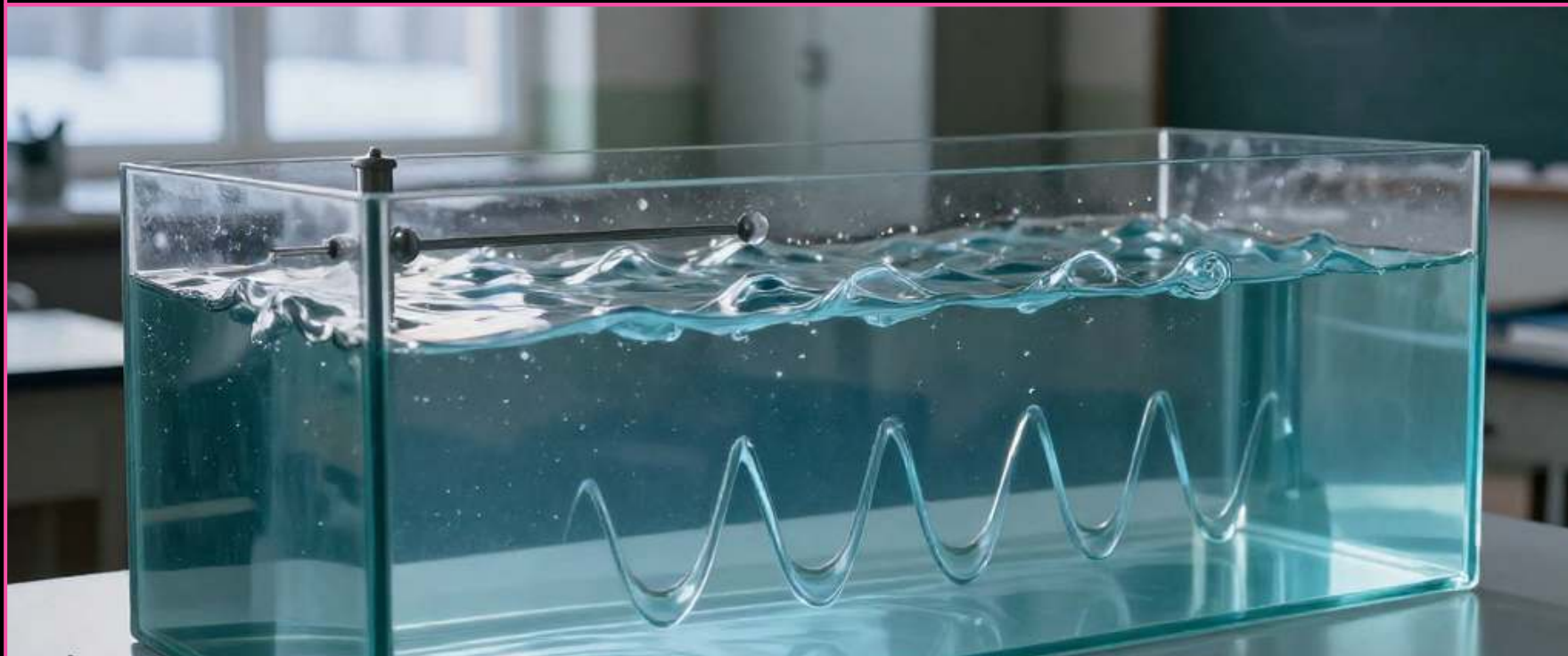


ФУНКЦИЯ $y = \sin x$: СВОЙСТВА И ГРАФИК



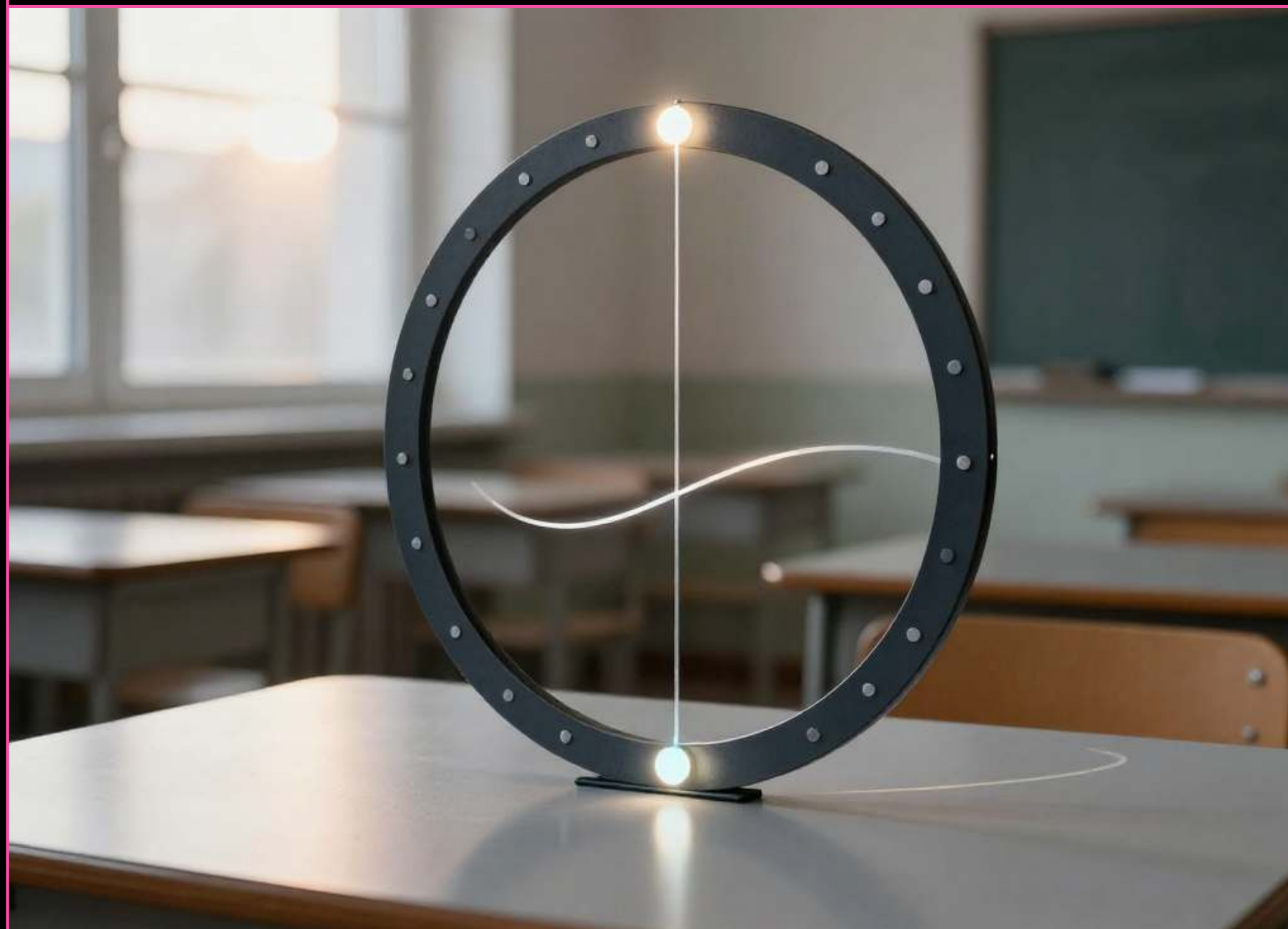
Разбираем синус как базовую тригонометрическую функцию.



ПОЧЕМУ СИНУС ВАЖЕН В АЛГЕБРЕ

Синус связывает алгебру, геометрию и реальные процессы: от углов на плоскости до колебаний. Его график помогает увидеть, как формула превращается в наглядное поведение функции.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ $y = \sin x$



Единичная окружность

Для каждого значения x синус определяют как ординату точки на единичной окружности, соответствующей углу x . Поэтому каждой точке аргумента отвечает единственное значение функции.

Непрерывность графика

Так как точка на окружности перемещается без скачков, график $y = \sin x$ также является непрерывным на всей числовой прямой и не имеет разрывов.

Радианная запись

В школьных задачах аргумент чаще всего задают в радианах. Такая запись удобна для описания периодов, опорных точек и последующего построения графика синуса.

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ $y = \sin x$

Краткая таблица собирает ключевые характеристики синуса и помогает быстро связать определение функции с её графиком.

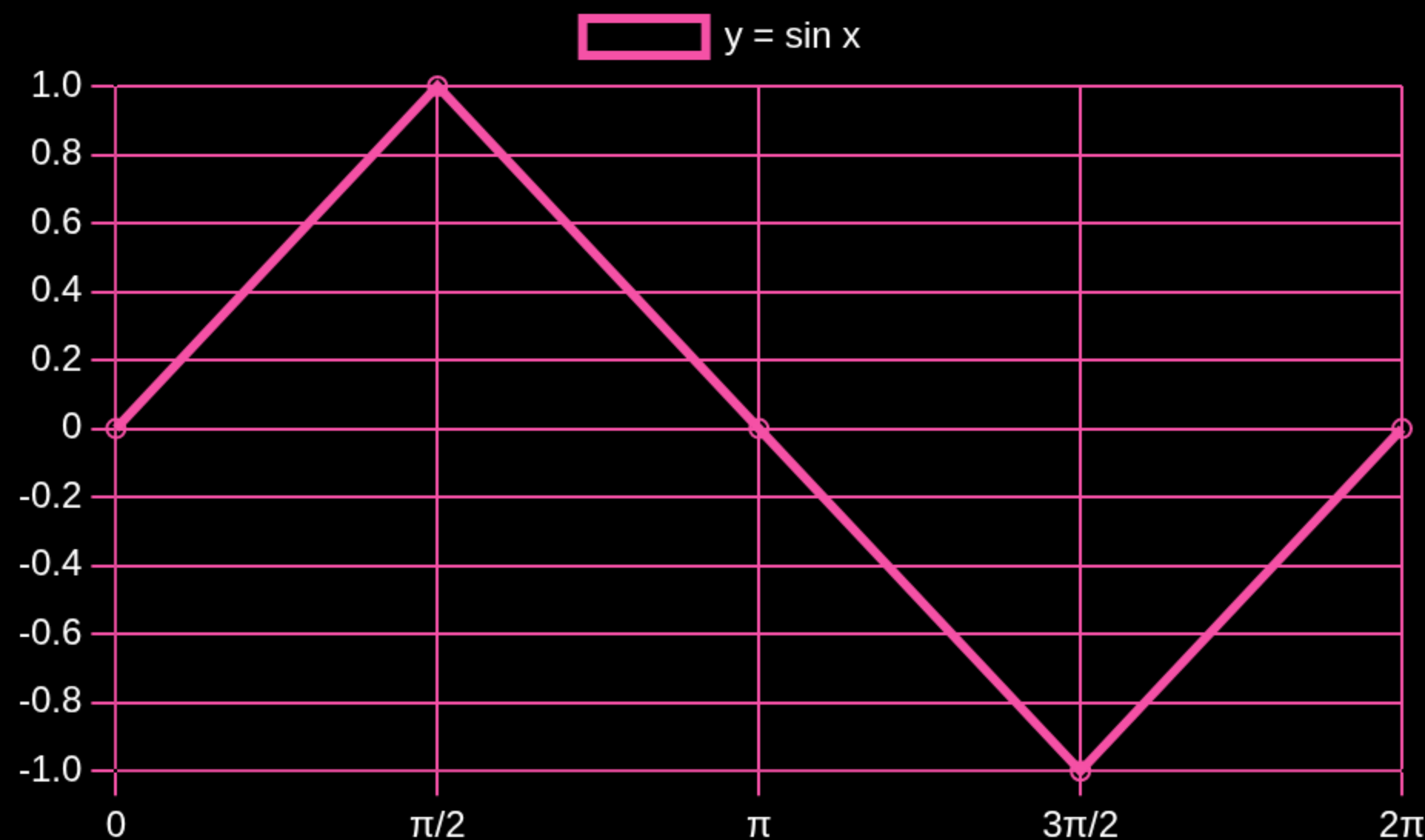
Из таблицы видно, что синус определён для всех действительных x , ограничен по значениям и повторяется через 2π .

Свойство	Обозначение	Значение	Смысл
Область определения	$D(y)$	$\mathbb{R}$	Любой x
Область значений	$E(y)$	$[-1; 1]$	Ограничена
Период	T	2π	Повторяется
Чётность	—	Нечётная	Симметрия

ЗНАЧЕНИЯ СИНУСА НА ОПОРНЫХ ТОЧКАХ ОДНОГО ПЕРИОДА

Опорные точки фиксируют форму синусоиды и позволяют восстановить плавную кривую без вычисления множества промежуточных значений.

Последовательность значений показывает подъём до максимума, переход через ноль, спад до минимума и возврат к исходному уровню.



ПЕРИОДИЧНОСТЬ ФУНКЦИИ СИНУСА



Один полный цикл

Равенство $\sin(x + 2\pi) = \sin x$ означает, что после сдвига по оси x на 2π график полностью совпадает с исходным. Это и есть период функции.

01

Повторение фрагментов

Любой участок длиной 2π содержит полный набор характерных точек: нули, максимум, минимум и промежуточные значения. Затем тот же рисунок повторяется снова и снова без изменения формы.

02

Связь с процессами

Периодичность делает синус удобной моделью для явлений, где состояние регулярно возвращается к прежнему виду: колебаний, волн и вращательного движения.

03

***АМПЛИТУДА СИНУСА ПОКАЗЫВАЕТ ВЫСОТУ ВОЛНЫ,
А ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ОГРАНИЧЕНА ИНТЕРВАЛОМ ОТ -1
ДО 1 ПРИ ЛЮБОМ x .***

1

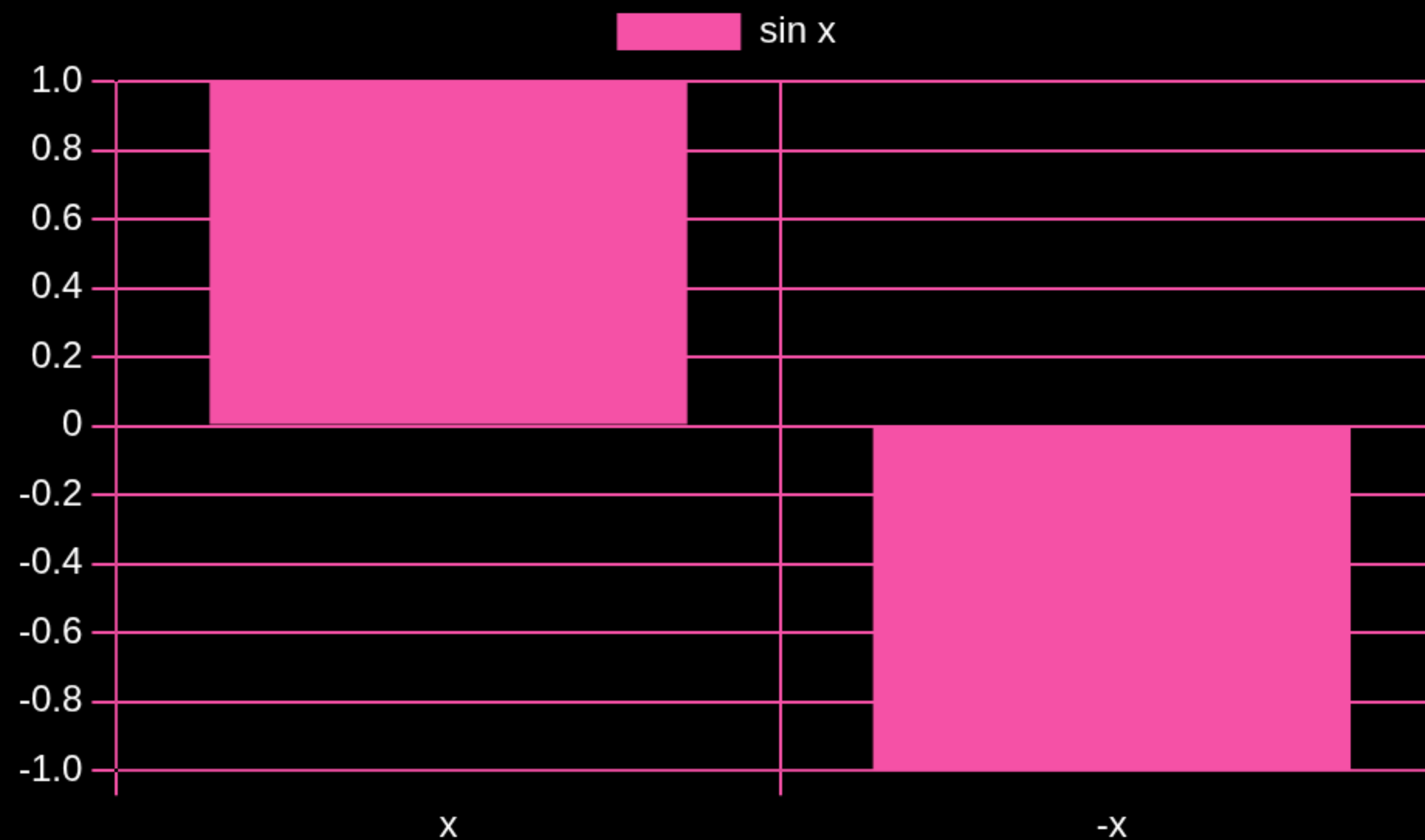
– это амплитуда функции $y = \sin x$
и одновременно наибольшее по модулю
значение её графика.

Курс алгебры и начал анализа 10 класса

НЕЧЕТНОСТЬ И СИММЕТРИЯ ГРАФИКА

Для синуса значения в симметричных точках имеют противоположные знаки, поэтому достаточно построить часть графика и отразить её относительно начала координат.

Нечётность позволяет быстро проверять построение: если точка есть при x , то точка с противоположным значением должна быть при $-x$.



Свойство $\sin(-x) = -\sin x$

Нули функции и пересечение оси Ox



Общий вид нулей

Нули синуса задаются формулой $x = \pi k$, где k – целое число. Это означает, что график регулярно пересекает ось Ox через равные промежутки.

Один период

На отрезке $[0; 2\pi]$ пересечения с осью Ox наблюдаются в точках 0 , π и 2π . Эти точки удобно отмечать на координатной сетке как опорные.

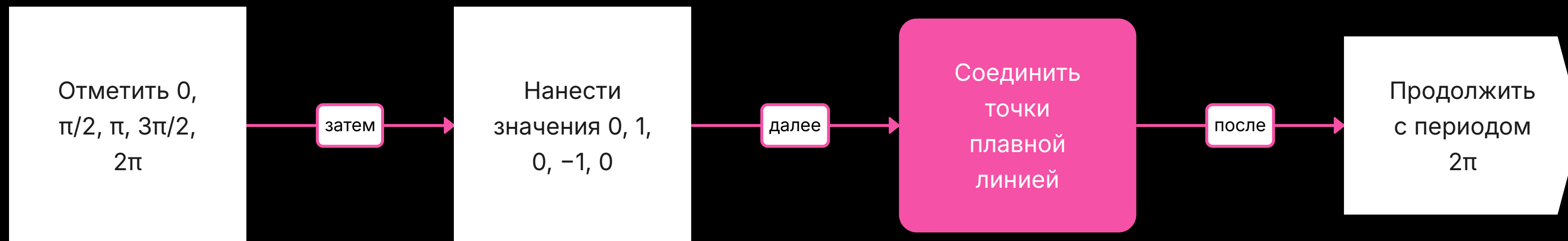
Значение для уравнений

Знание нулей помогает не только читать график, но и сразу решать простое уравнение $\sin x = 0$, не прибегая к дополнительным построениям.



ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА $y = \sin x$

Школьная схема построения синусоиды по опорным точкам и периодичности



ПРОМЕЖУТКИ ВОЗРАСТАНИЯ И УБЫВАНИЯ

ГДЕ СИНУС РАСТЁТ

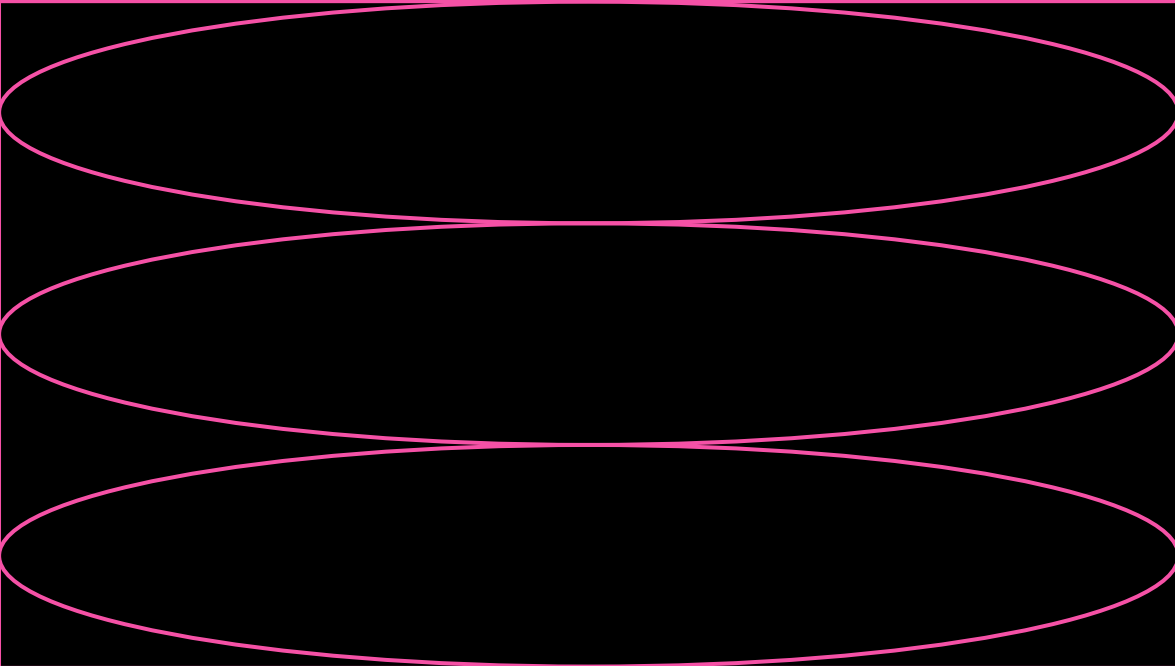
На отрезке от $-\pi/2$ до $\pi/2$, а затем на каждом таком же участке, сдвинутом на $2\pi k$, значения $\sin x$ увеличиваются. График поднимается от -1 к 1 без разрывов.

01

ГДЕ СИНУС УБЫВАЕТ

После точки максимума функция начинает уменьшаться на промежутках $[\pi/2 + 2\pi k, 3\pi/2 + 2\pi k]$. Здесь кривая плавно спускается от 1 до -1 , сохраняя ту же форму.

02



ТОЧКИ ЭКСТРЕМУМА

Максимальные значения равны 1 и достигаются в точках $x = \pi/2 + 2\pi k$. Минимальные значения равны -1 и достигаются в точках $x = 3\pi/2 + 2\pi k$.

03

ПОВТОРЯЕМОСТЬ ИНТЕРВАЛОВ

Все промежутки возрастания, убывания и точки экстремума повторяются через 2π . Поэтому достаточно изучить поведение синуса на одном периоде, чтобы понять весь график.

04

ЗНАКИ ФУНКЦИИ НА РАЗЛИЧНЫХ ПРОМЕЖУТКАХ

Таблица показывает, как знак $\sin x$ меняется на основных промежутках одного периода и как это связано с нулями функции.

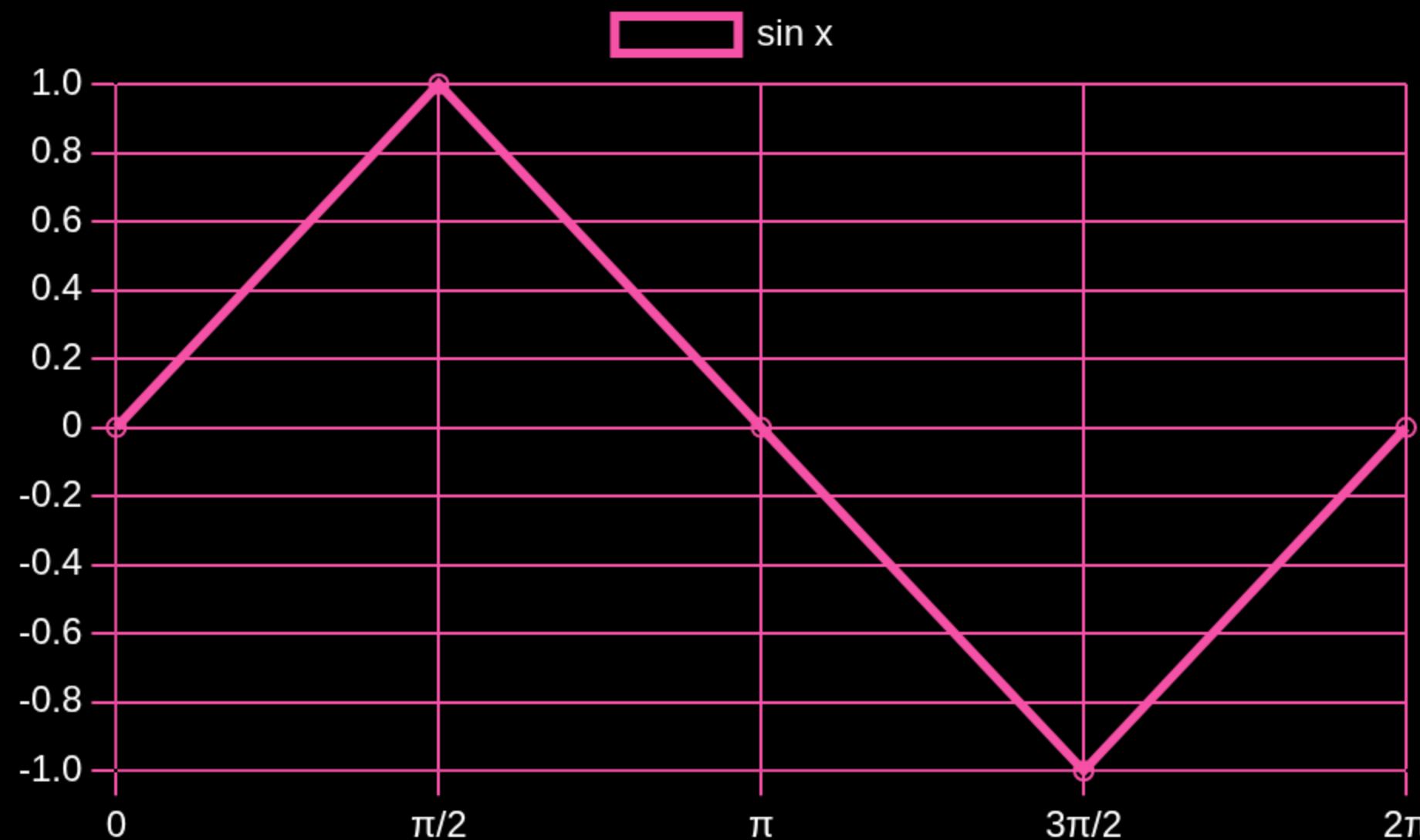
Знак функции удобно определять по положению точки относительно ближайших нулей: между 0 и π синус положителен, между π и 2π – отрицателен.

Промежуток	Знак	Опорная точка
$(0, \pi)$	+	$\pi/2$
$(\pi, 2\pi)$	–	$3\pi/2$
$x = \pi k$	0	πk

МАКСИМУМЫ, МИНИМУМЫ И НУЛИ НА ОДНОМ ПЕРИОДЕ

Опорные точки показывают, как синус проходит полный цикл: подъём, вершина, пересечение оси, впадина и возврат к нулю.

На отрезке $[0, 2\pi]$ ясно видны все ключевые элементы синусоиды: нули, максимум и минимум. Это помогает быстро восстанавливать форму графика.



Опорные значения функции $y = \sin x$ на одном периоде

ГРАДУСЫ И РАДИАНЫ В ЗАПИСИ АРГУМЕНТА



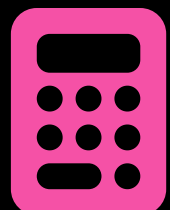
ОПОРНЫЕ УГЛЫ

Главные точки синуса удобно запоминать сразу в двух системах: 0° и 0 , 90° и $\pi/2$, 180° и π . Это облегчает переход между геометрическим и алгебраическим описанием.



ПОЧЕМУ НУЖНЫ РАДИАНЫ

Радианная мера напрямую связана с длиной дуги единичной окружности. Поэтому формулы периодичности, симметрии и преобразований графика в радианах записываются короче и естественнее.



УДОБСТВО ВЫЧИСЛЕНИЙ

В школьных задачах радианы уменьшают количество лишних преобразований. Значения $\pi/2$, π , $3\pi/2$ и 2π сразу указывают на опорные точки графика без перевода в градусы.



СВЯЗЬ СИСТЕМ ИЗМЕРЕНИЯ

Градусы и радианы описывают один и тот же угол, но по-разному. Понимание этой связи помогает без ошибок читать график, находить нули и сравнивать соседние периоды.

ПРИМЕРЫ ПРОЦЕССОВ, КОТОРЫЕ ОПИСЫВАЮТСЯ СИНУСОМ



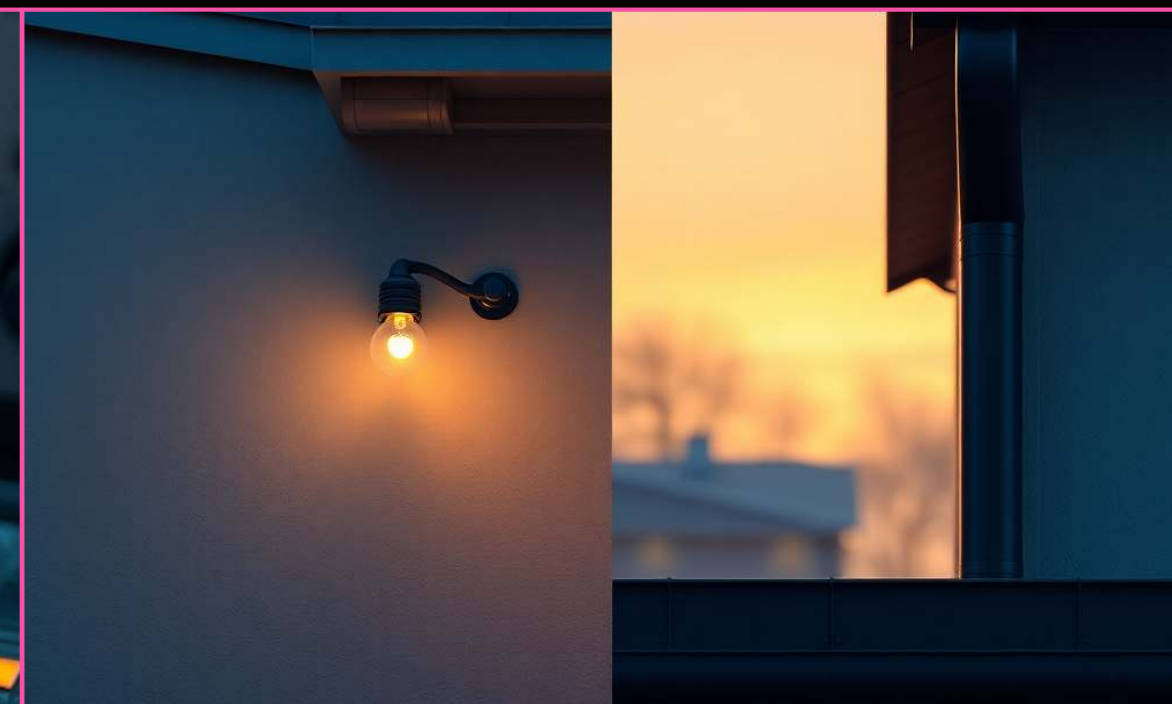
Маятник и колебания

Когда маятник отклоняется от равновесия, его движение происходит плавно и повторяется во времени. Именно поэтому синусоидальная форма хорошо подходит для описания угла отклонения и скорости изменения положения. Такой пример помогает увидеть связь между графиком и реальным движением.



Звук и электрический ток

Звуковые волны и переменный электрический ток тоже изменяются регулярно, переходя через максимумы и минимумы. На осциллограмме эти процессы часто выглядят как волны, близкие к синусоиде. Это показывает, что синус служит универсальной моделью колебаний.



Температура в течение суток

Изменение температуры за день обычно не скачет резко, а происходит постепенно: ночью значение ниже, днём выше, затем снова снижается. Если колебания повторяются изо дня в день, их удобно описывать синусом как плавной периодической функцией.

СРАВНЕНИЕ ФУНКЦИЙ $y = \sin x$ И $y = \cos x$

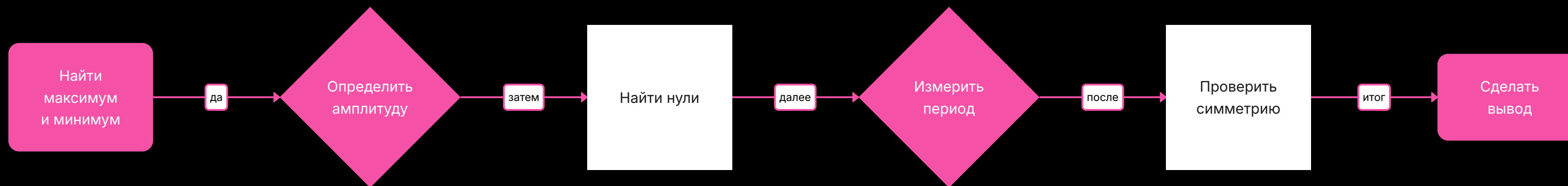
Признак	$\sin x$	$\cos x$
Старт	0	1
Первый ноль	0	$\pi/2$
Период	2π	2π
Сдвиг	—	$\pi/2$

Сравнение показывает, чем две близкие тригонометрические функции отличаются по стартовой точке и расположению ключевых значений.

Графики синуса и косинуса имеют одинаковый период, но смещены друг относительно друга на $\pi/2$. Это подтверждает их тесное родство и различие в начальной точке.

КАК ОПРЕДЕЛЯТЬ СВОЙСТВА СИНУСА ПО ГРАФИКУ

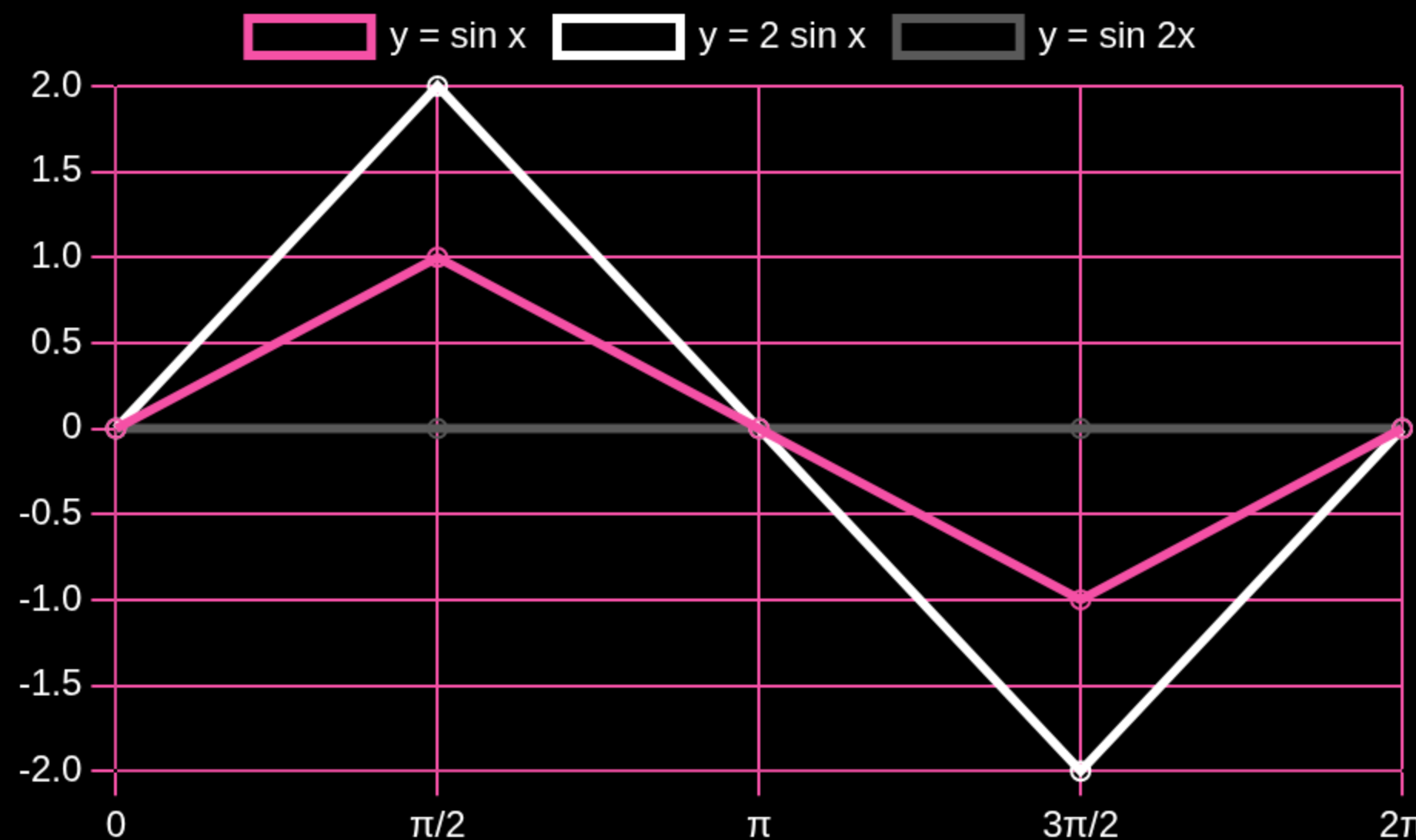
Последовательность анализа графика функции $y = \sin x$



ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГРАФИКА: ВЛИЯНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Сравнение на опорных точках показывает, как меняется высота и частота колебаний при разных коэффициентах.

Коэффициент перед синусом изменяет амплитуду, а коэффициент при аргументе – период. Это позволяет управлять формой графика без изменения его общей природы.

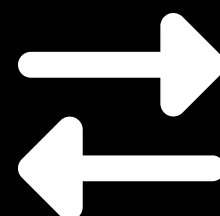


ТИПИЧНЫЕ ОШИБКИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФУНКЦИИ $y = \sin x$



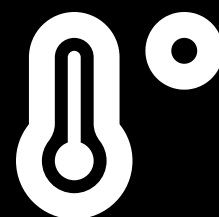
ПУТАЮТ АМПЛИТУДУ И ПЕРИОД

Амплитуда показывает высоту колебания, а период – длину полного повторения. Если смешать эти понятия, легко неверно описать график и ошибиться в задачах на преобразование.



СМЕЩЕНИЕ $\sin$ И $\cos$

Синус и косинус имеют одинаковую форму, но разные стартовые точки. Если не учитывать сдвиг на $\pi/2$, можно неправильно определить максимум, ноль или симметрию.



ОШИБКИ В РАДИАНАХ

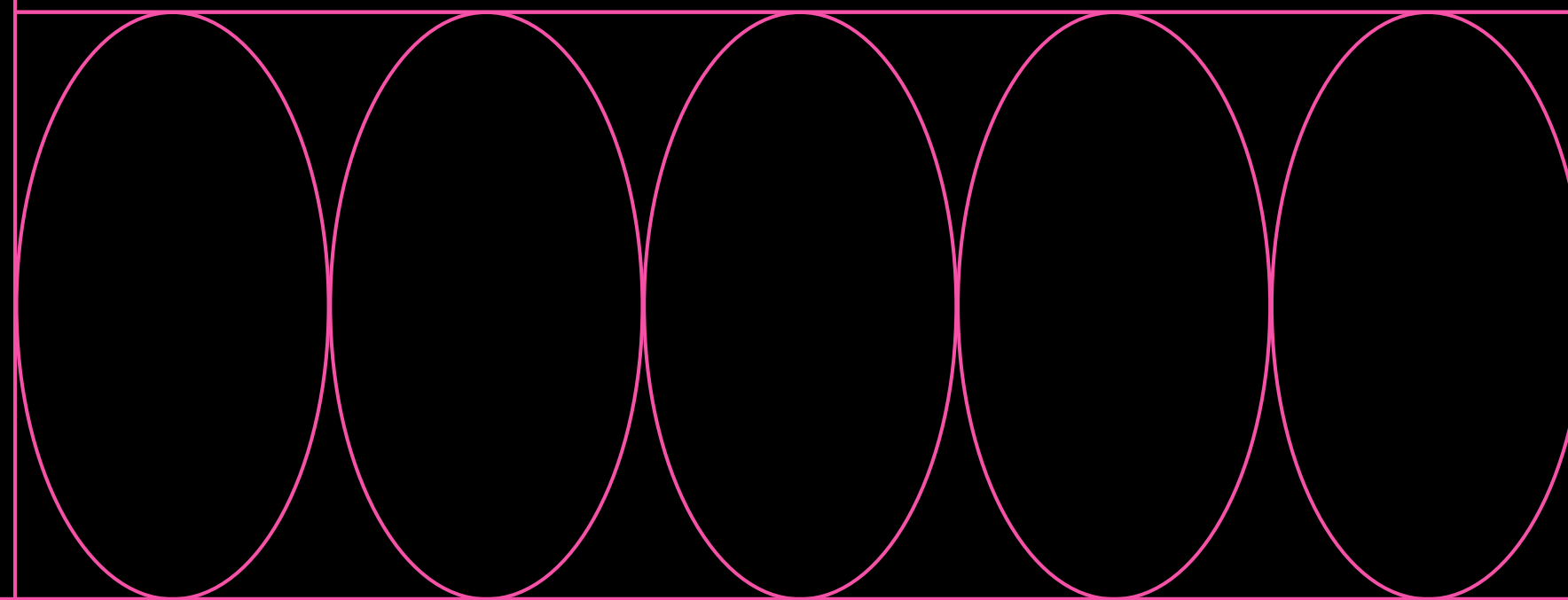
Точки $\pi/2$, π и $3\pi/2$ часто читают как обычные числа или заменяют их градусами без проверки. Из-за этого опорные значения на графике оказываются расставлены неверно.



НЕВЕРНЫЕ ЗНАКИ НА ПРОМЕЖУТКАХ

Знак функции нужно определять относительно нулей, а не по внешнему виду волны. Особенно часто ошибки возникают на интервалах между π и 2π , где синус отрицателен.

СИНУС: ОТ ФОРМУЛЫ К ГРАФИКУ И ОБРАТНО



Функция $y = \sin x$ соединяет алгебру, геометрию и реальные колебания. Зная её период, амплитуду, нули и симметрию, можно уверенно читать график и решать задачи.