

Первый признак подобия треугольников

Разбираем, как по двум углам определить подобие треугольников.



Где встречается подобие

Подобие помогает сравнивать фигуры, работать с масштабом, строить чертежи и находить недоступные размеры по пропорции. В геометрии 8 класса это один из самых практичных инструментов решения задач.



Что значит, что треугольники подобны

1

Одинаковая форма

Подобные треугольники имеют одинаковую форму: их углы соответственно равны, а стороны расположены в одном и том же порядке.

2

Пропорциональные стороны

Соответственные стороны подобных треугольников пропорциональны. Это значит, что каждая пара сходственных сторон изменяется в одно и то же число раз.

3

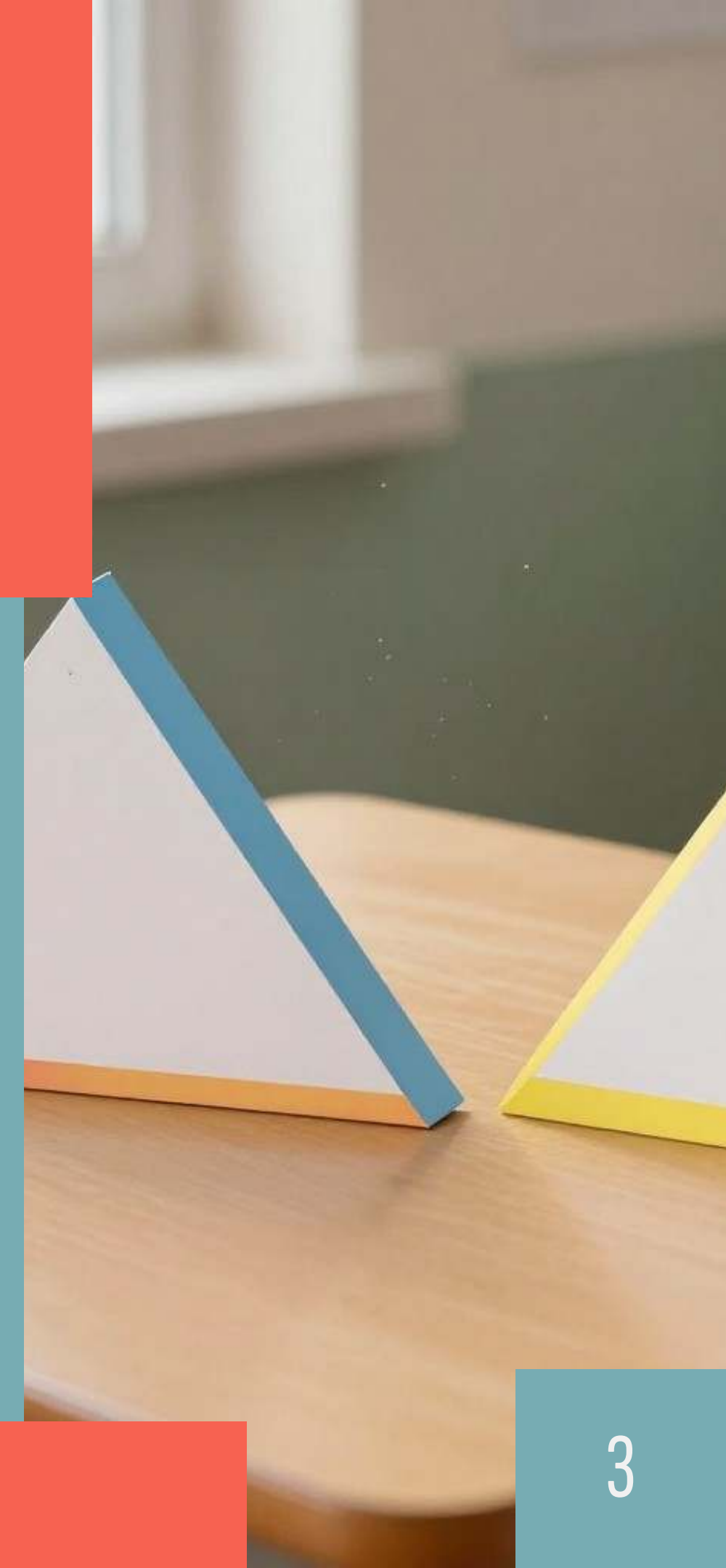
Запись подобия

Подобие записывают так: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$. Порядок вершин показывает, какие углы и стороны соответствуют друг другу.

4

Коэффициент подобия

Отношение сходственных сторон называют коэффициентом подобия. Он показывает, во сколько раз один треугольник больше или меньше другого.



Сходственные элементы треугольников

— Сходственные углы

Это углы, которые соответствуют друг другу в подобных треугольниках. Их величины равны, поэтому они позволяют правильно сопоставить фигуры.

— Сходственные стороны

Стороны, лежащие напротив равных углов, называют сходственными. Именно их сравнивают при нахождении коэффициента подобия и неизвестных длин.

— Порядок вершин

Если вершине A соответствует A_1 , то B соответствует B_1 , а C — C_1 . Нарушение порядка приводит к ошибке в записи и решении задачи.



180°

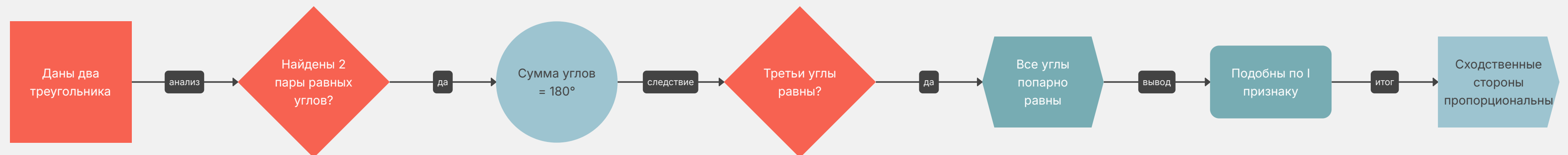
— сумма углов треугольника, поэтому две равные пары углов автоматически задают и третью пару.

Это свойство позволяет доказать подобие, даже если напрямую отмечены только два угла.

Свойство суммы углов треугольника из школьного курса геометрии

Как работает первый признак подобия

Логика доказательства через равенство углов и сумму углов треугольника.



Почему одного равного угла недостаточно

Один угол не определяет форму

По одному равному углу треугольники могут лишь частично совпадать. Остальные углы и стороны при этом остаются неизвестными, поэтому вывод о подобии делать нельзя.

Нужны две пары углов

Когда равны две пары соответствующих углов, форма треугольников уже полностью задаётся. Тогда можно уверенно говорить о подобии и переходить к пропорциям сторон.

Размер и форма

У подобных треугольников одинаковая форма, но разные размеры. Один равный угол этого не доказывает: похожие на вид фигуры могут оказаться непохожими по остальным элементам.

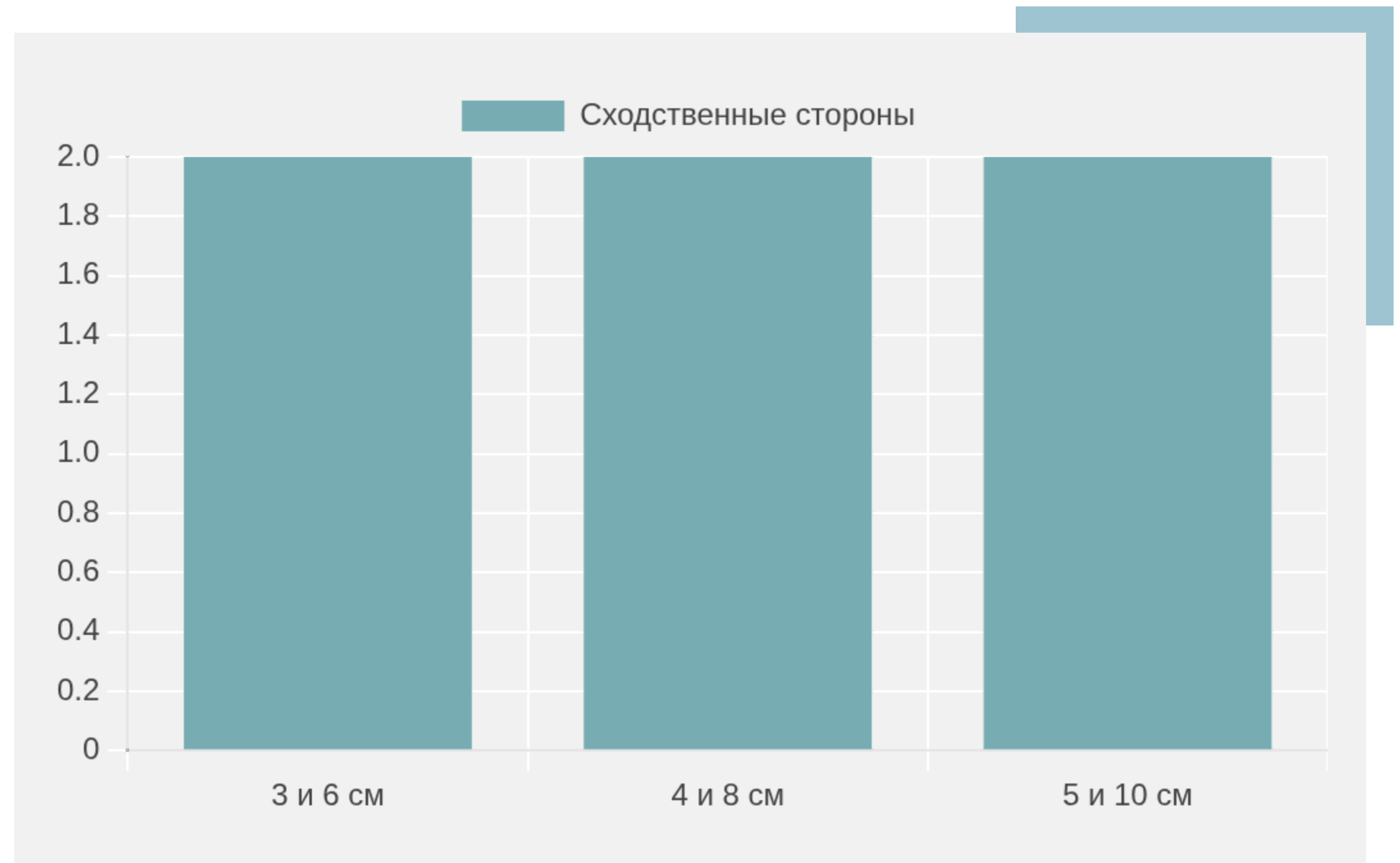


Примеры коэффициента подобия

Все пары сторон увеличены одинаково, поэтому можно сразу увидеть общий масштаб сравнения без дополнительных вычислений.

Отношение каждой пары равно 1:2, значит коэффициент подобия одинаков и равен 2.

Учебный пример по теме «Подобие треугольников»



Проверка подобия по углам

Таблица показывает, когда двух равных углов достаточно для вывода о подобии, а когда данных ещё мало.

Две пары равных углов подтверждают подобие, а один общий угол сам по себе ничего не доказывает.

Учебные примеры по признакам подобия треугольников

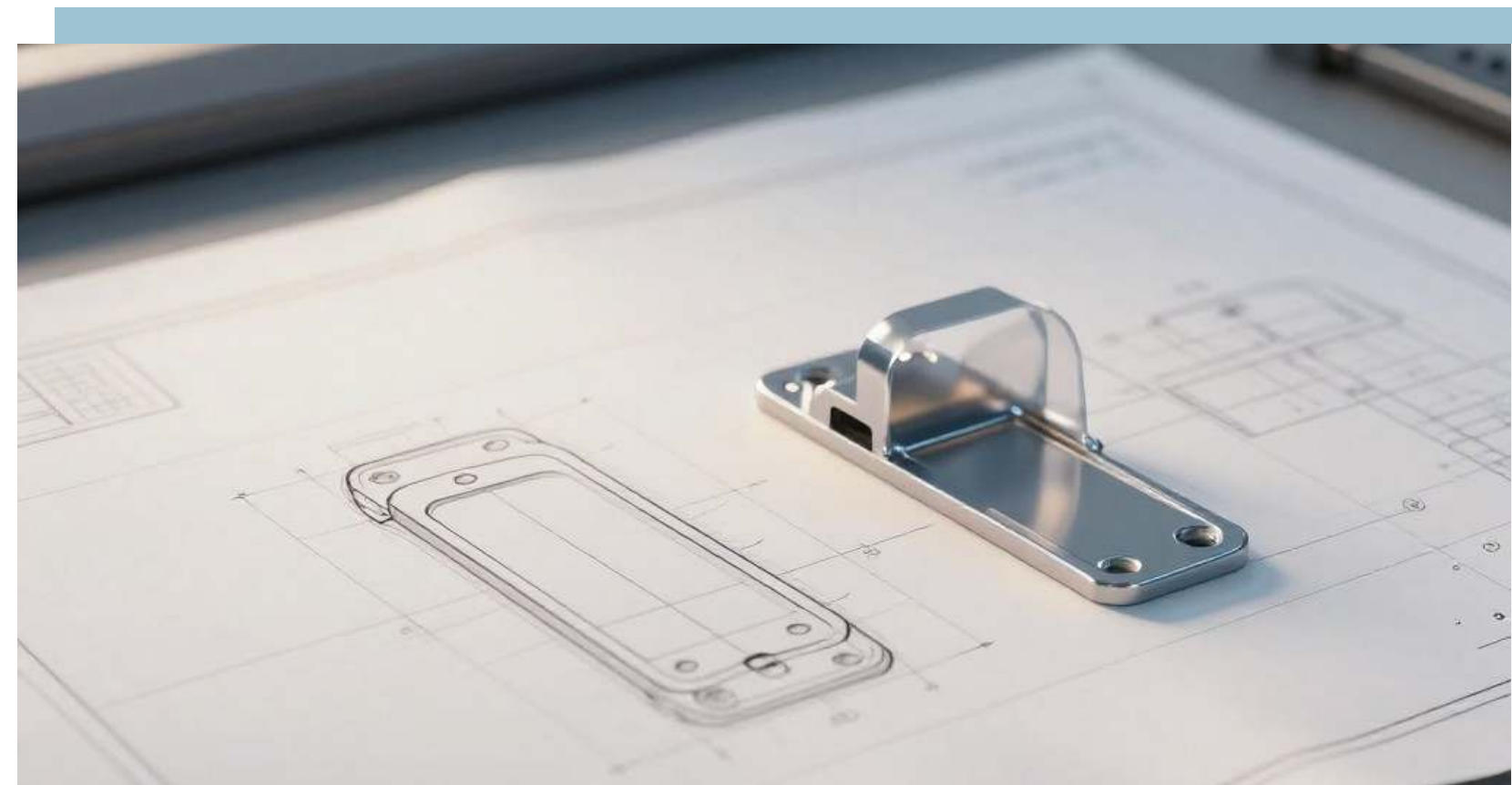
Случай	Углы	Вывод
1	40° и 65°	Подобны
2	30° один раз	Нельзя
3	52° и 78°	Подобны

Подобие в чертежах, картах и схемах



Карта, уменьшенная до масштаба

На карте целый город помещается на одном листе, потому что реальные расстояния уменьшают по масштабу. Форма улиц и кварталов сохраняется, а размеры становятся удобными для чтения и измерения.



Чертёж, который помогает измерять

В техническом чертеже деталь изображают не в натуральную величину, а в выбранном масштабе. Благодаря подобию можно точно передать форму объекта и рассчитать реальные размеры по изображению без прямого измерения.

Как записывают доказательство подобия

1 Найдите равные углы

Сначала на чертеже отмечают пары углов, которые оказались равными. Важно точно указать, какие именно углы сравниваются, чтобы дальнейшее доказательство было понятным и не вызывало сомнений.

2 Объясните причину

Затем записывают, почему углы равны: из-за параллельных прямых, вертикальных углов, общего угла или другого свойства. Без такого объяснения запись решения считается неполной.

3 Сделайте вывод о подобии

После этого формулируют вывод: треугольники подобны по первому признаку. Такая фраза показывает, что для доказательства использованы именно две пары равных углов.

4

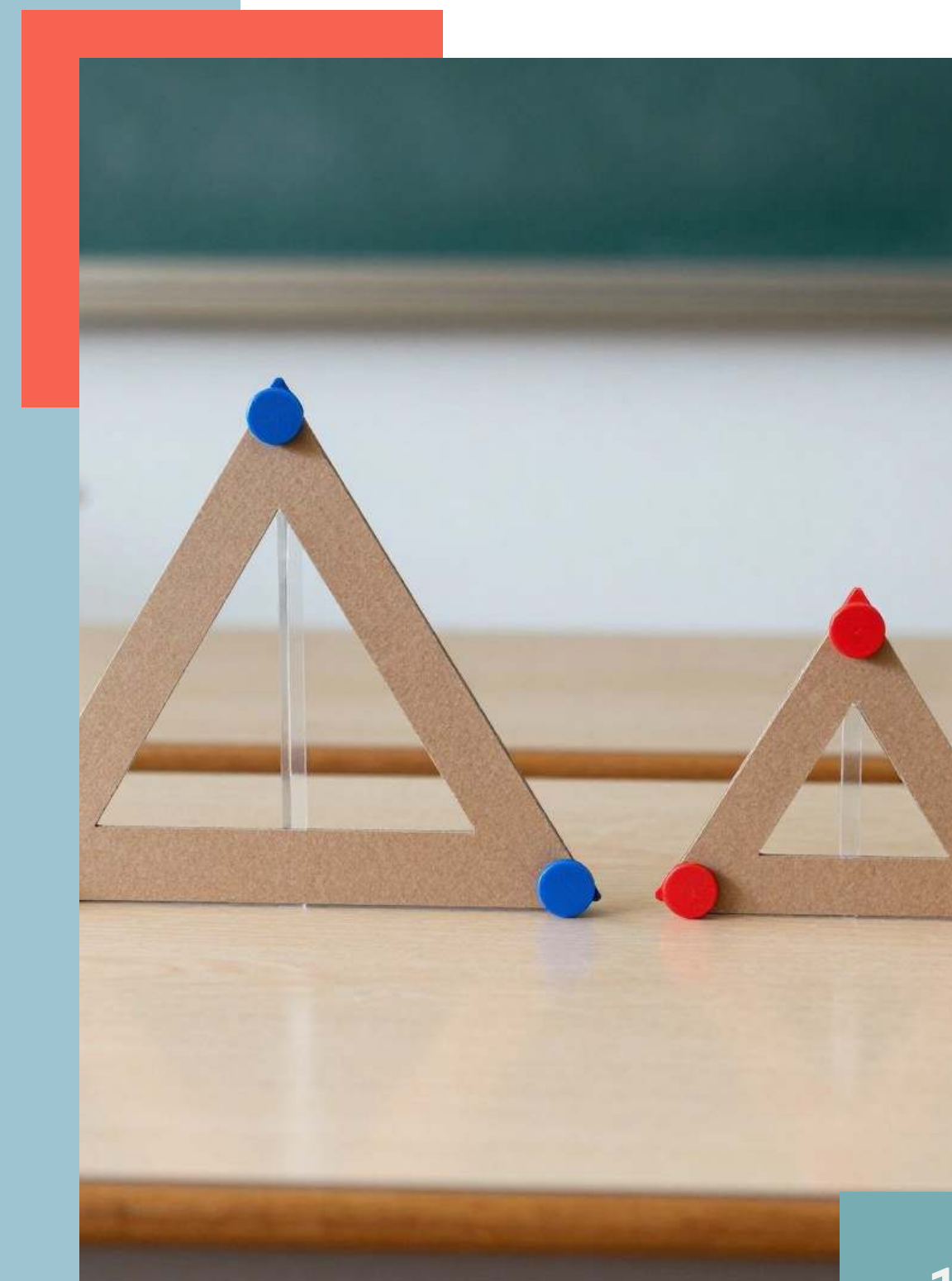
Укажите сходственные элементы

Далее называют соответствующие вершины, углы и стороны. Порядок записи должен совпадать в обоих треугольниках, иначе легко перепутать, какие стороны нужно сравнивать и в какой пропорции.

5

Используйте подобие в решении

Завершают решение нахождением коэффициента подобия или составлением пропорции для неизвестной стороны. Так доказательство сразу переходит в вычисление и дает конкретный ответ.



Типичные ошибки при решении задач

Ученики иногда записывают подобие в неверной последовательности. Из-за этого сходственные углы и стороны путаются, а пропорция составляется неправильно, хотя сами равные углы могли быть найдены верно.

Порядок вершин



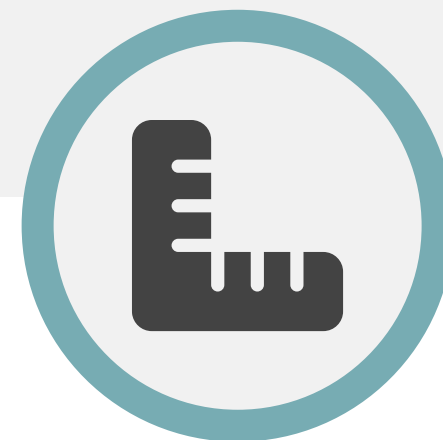
Один равный угол или только равенство сторон не доказывают подобие по первому признаку. Для вывода нужны именно две пары равных углов, иначе форма треугольников может различаться.

Мало данных



Частая ошибка — сравнивать не соответствующие друг другу стороны. Если брать стороны в случайном порядке, отношение получится неверным, и ответ не совпадет с условием задачи.

Неверные стороны



Даже после правильного доказательства можно потерять баллы из-за неверной пропорции. Нужно следить, чтобы в числителях и знаменателях стояли именно сходственные стороны, а не любые удобные числа.

Ошибки в пропорции

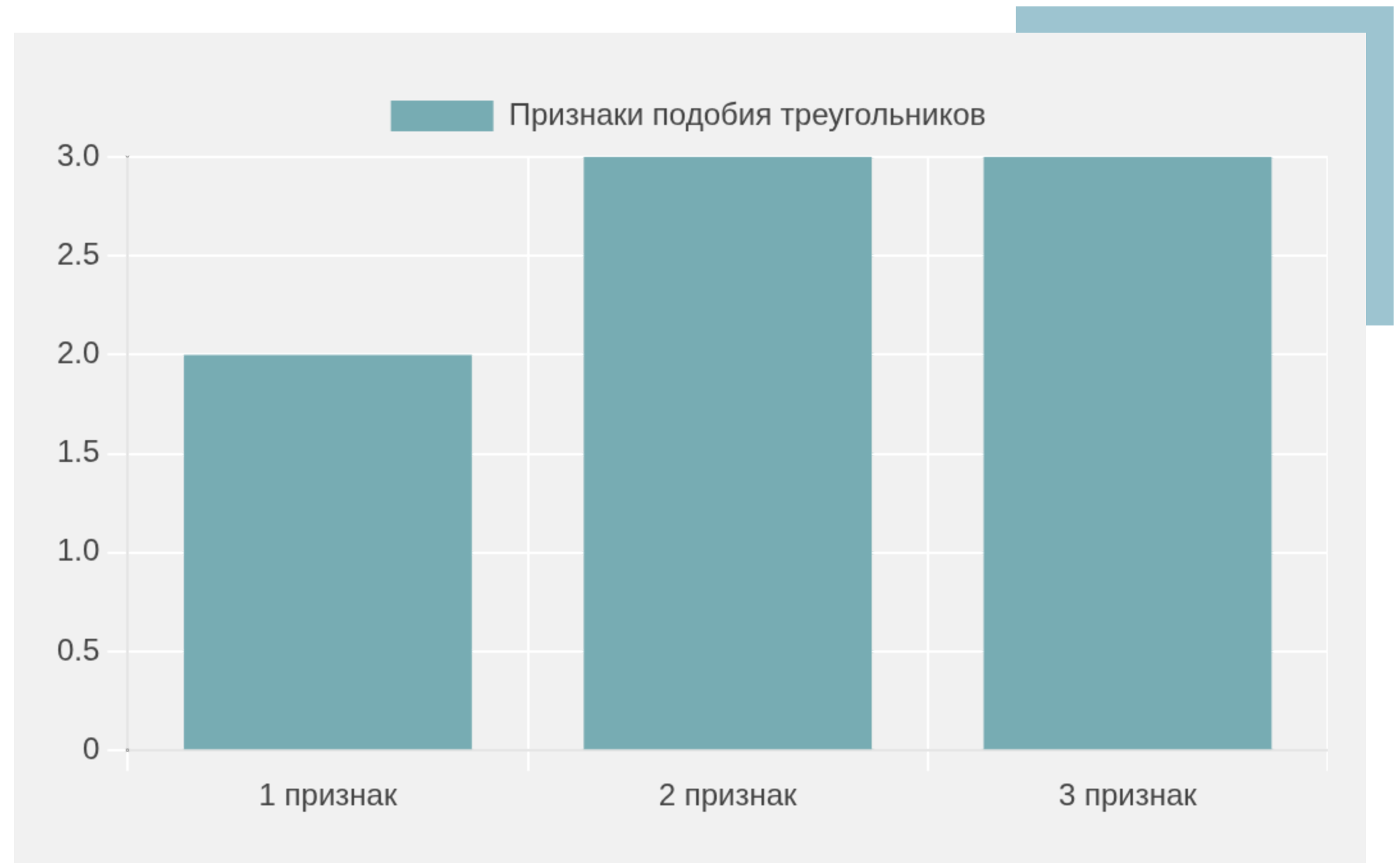


Три признака подобия треугольников

На практике выбор признака зависит от того, какие элементы уже известны на чертеже: углы, стороны или их сочетание.

Первый признак часто самый быстрый: достаточно двух равных углов, и подобие уже можно доказать.

Учебный курс геометрии 8 класса;
сравнительная схема признаков подобия.



Связь первого признака с параллельными прямыми

● Проведена параллель

Внутри треугольника или рядом с ним проводят прямую, параллельную одной из сторон. На чертеже сразу появляются углы, которые удобно сравнивать.

● Появляются равные углы

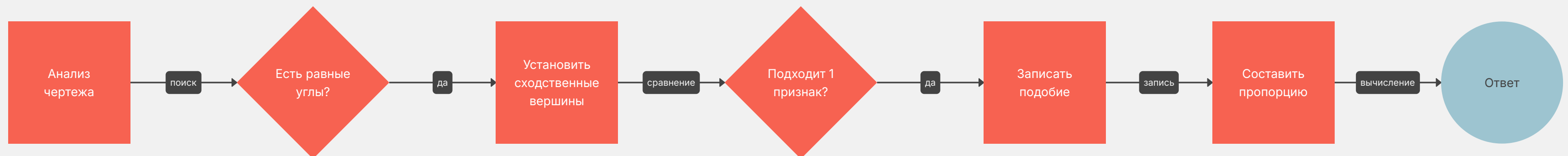
Из свойств параллельных прямых получают равенство накрест лежащих или соответственных углов. Так находят две пары углов, необходимых для первого признака.

● Сразу видно подобие

После фиксации равных углов делают вывод о подобии треугольников. Этот прием часто помогает в построениях, делении отрезков и задачах на пропорциональные отношения.

Алгоритм решения задачи на подобие

Последовательность действий при использовании первого признака подобия треугольников



Задача на высоту предмета по тени



Дерево и человек на солнце

На школьном дворе человек стоит рядом с деревом, а рядом на земле лежат их тени. Если измерить рост человека и длину обеих теней, можно составить пропорцию и найти высоту дерева без прямого измерения.



Почему это работает

Солнечные лучи можно считать параллельными, поэтому получаются два треугольника с одинаковыми углами. Именно так первый признак подобия переводит наблюдение в расчет и помогает узнать недоступную высоту.

Пример вычисления по пропорции

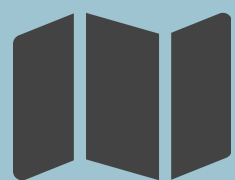
Известны рост человека и длины теней. По данным таблицы можно составить пропорцию и найти высоту дерева.

Подобие позволяет заменить прямое измерение вычислением по пропорции и получить высоту недоступного объекта.

Учебный пример по теме подобия треугольников

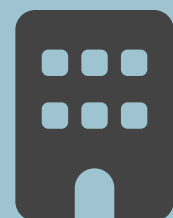
Величина	Значение
Рост человека	1,5 м
Тень человека	2 м
Тень дерева	8 м
Высота дерева	$x = 6$ м

Где первый признак особенно полезен



Карты и планы

На картах и планах реальные расстояния изображают в уменьшенном виде. Подобие помогает сравнивать отрезки и быстро переводить измерения на чертеже в реальные размеры.



Архитектурные чертежи

В чертежах зданий и деталей важно сохранять форму объекта при изменении масштаба. Первый признак помогает проверять пропорции и находить неизвестные размеры по готовому изображению.



Тени и измерения

Когда предмет слишком высокий или расположен далеко, его удобнее измерять через тень. В таких задачах подобие делает недоступную величину вычисляемой с помощью простых данных.



Геометрические построения

При делении отрезка, проведении параллельных прямых и построении похожих фигур первый признак ускоряет решение. Он позволяет опираться на равные углы и не переходить к сложным вычислениям.

Что важно запомнить о первом признаке

Главное — заметить два равных угла и правильно определить соответствующие вершины, тогда вся дальнейшая работа строится по понятному правилу.

Первый признак соединяет геометрию углов и пропорции сторон, поэтому особенно удобен для быстрых и наглядных решений.

Учебный материал по теме подобия треугольников, 8 класс.

Две пары углов Третий угол Сходственные стороны
Коэффициент подобия Применение в задачах



Главный вывод по теме

Первый признак подобия треугольников прост и полезен: две пары равных углов сразу дают подобие. С его помощью легко находить стороны, строить пропорции и решать практические задачи.