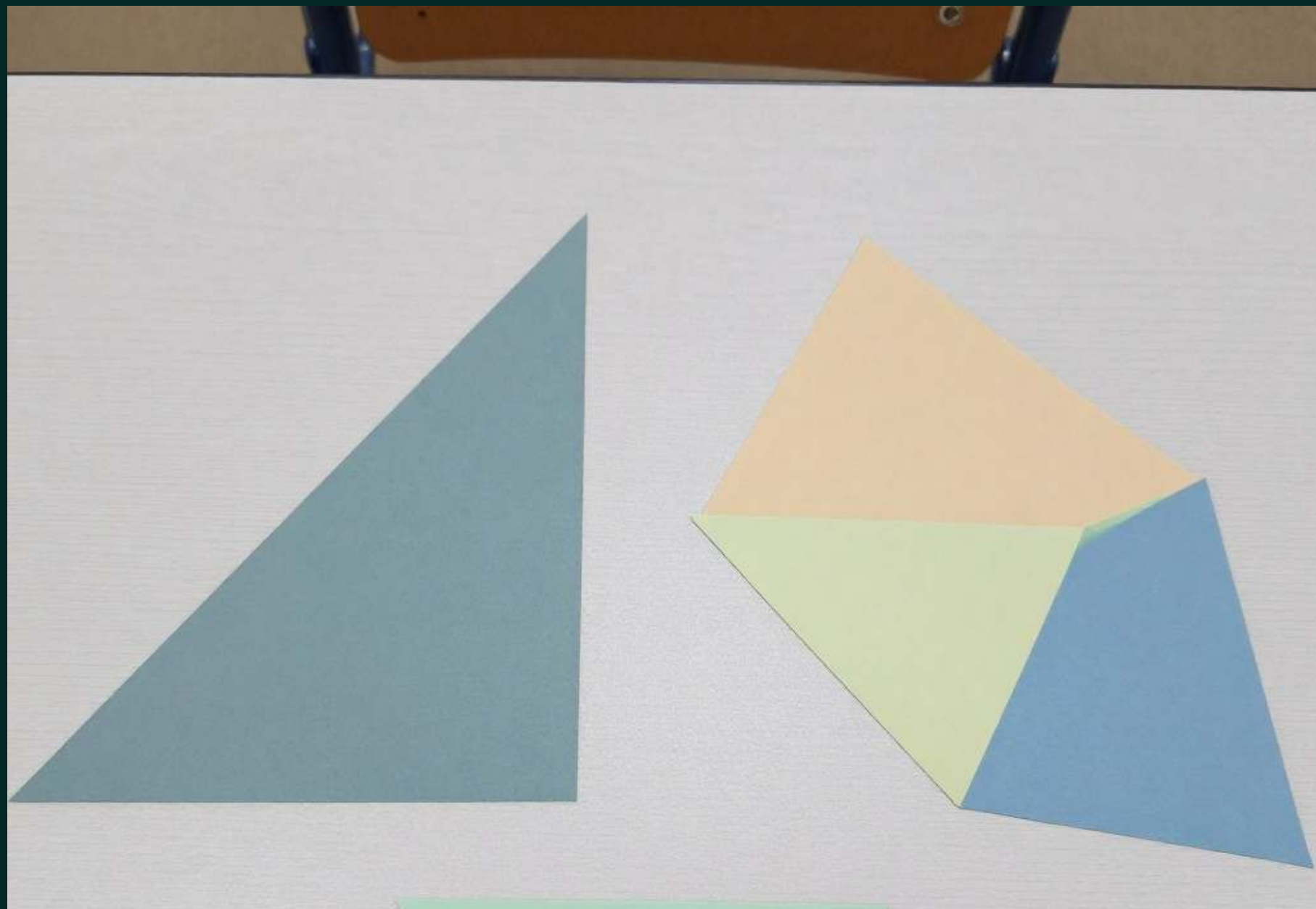


Площадь трапеции, произвольного многоугольника и равносоставленные фигуры



Площадь плоских фигур: от трапеции до сложных многоугольников

Зачем изучать эти темы вместе

В геометрии часто встречаются фигуры без готовой формулы площади. Трапеция показывает роль оснований и высоты, а произвольный многоугольник учит разбивать сложную фигуру на простые части. Равновеликие и равносторонние фигуры помогают увидеть связь между формой и площадью.



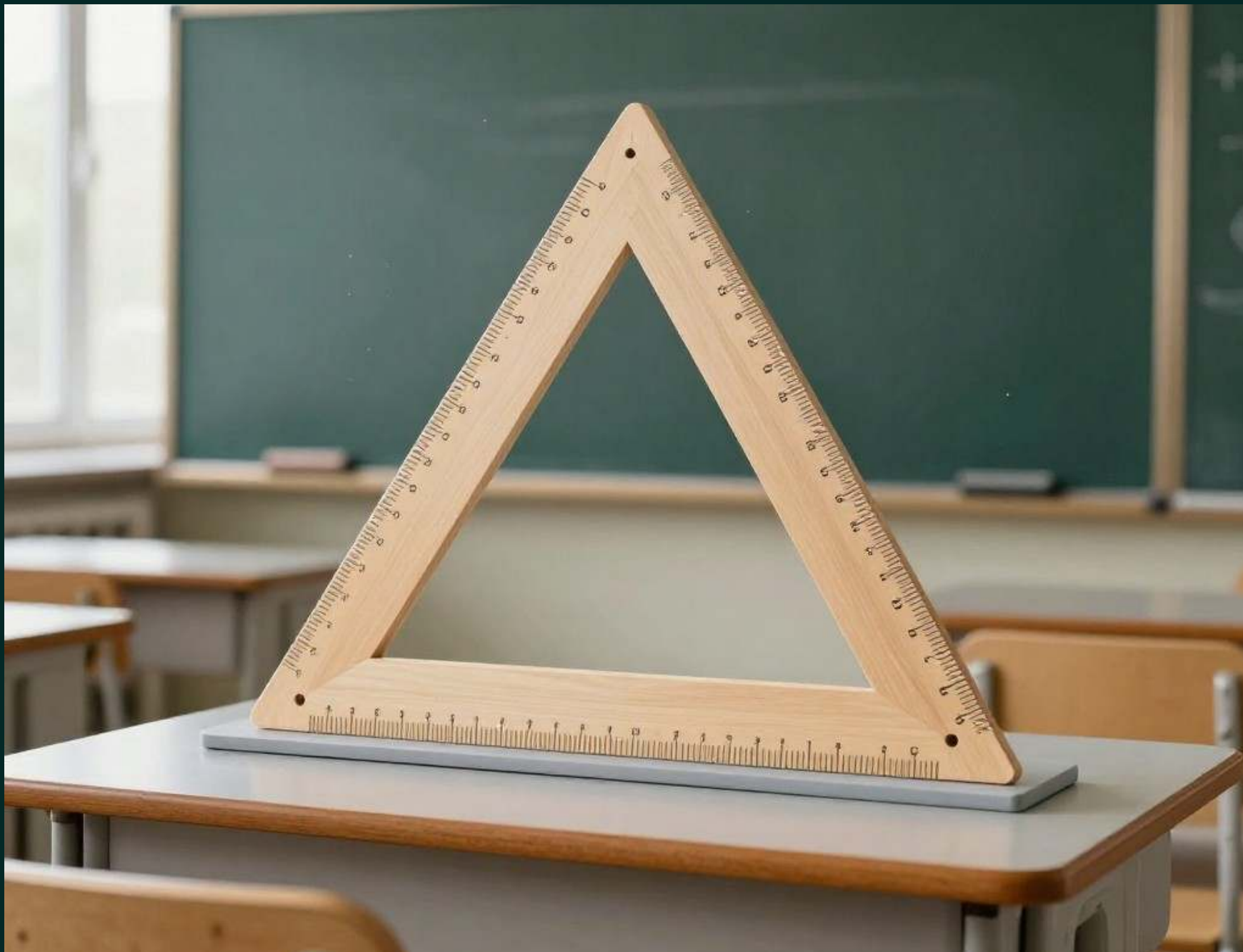
1 см²

— это площадь квадрата
со стороной 1 см.

Площадь измеряет, сколько
места занимает фигура
на плоскости.

Школьный курс геометрии: определение квадратного
сантиметра

Трапеция и её элементы



Определение фигуры

Трапеция — это четырёхугольник, у которого только две стороны параллельны друг другу. Именно эти стороны называют основаниями, а две другие — боковыми сторонами.

Основания

Параллельные стороны трапеции обычно обозначают буквами a и b . От их длины напрямую зависит площадь фигуры, поэтому они обязательно учитываются в формуле.

Высота

Высота трапеции — это отрезок, проведённый перпендикулярно между основаниями. Она показывает расстояние между параллельными сторонами и не совпадает с боковой стороной.

Боковые стороны

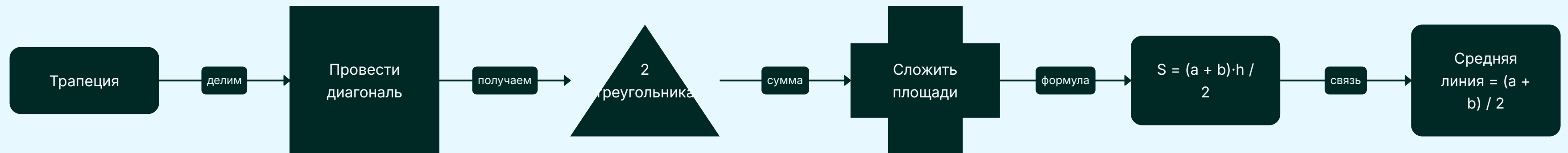
Боковые стороны не обязаны быть равными и не являются параллельными основаниям. Их длина не входит в формулу площади, если известны основания и высота.

Равнобедренная трапеция

У равнобедренной трапеции боковые стороны равны, а углы при каждом основании попарно равны. Такой вид часто удобно рассматривать на чертеже и при решении задач.

Как выводят формулу площади трапеции

Путь от разбиения фигуры к формуле в школьной геометрии



Формулы площадей основных фигур

Сравним формулы площадей

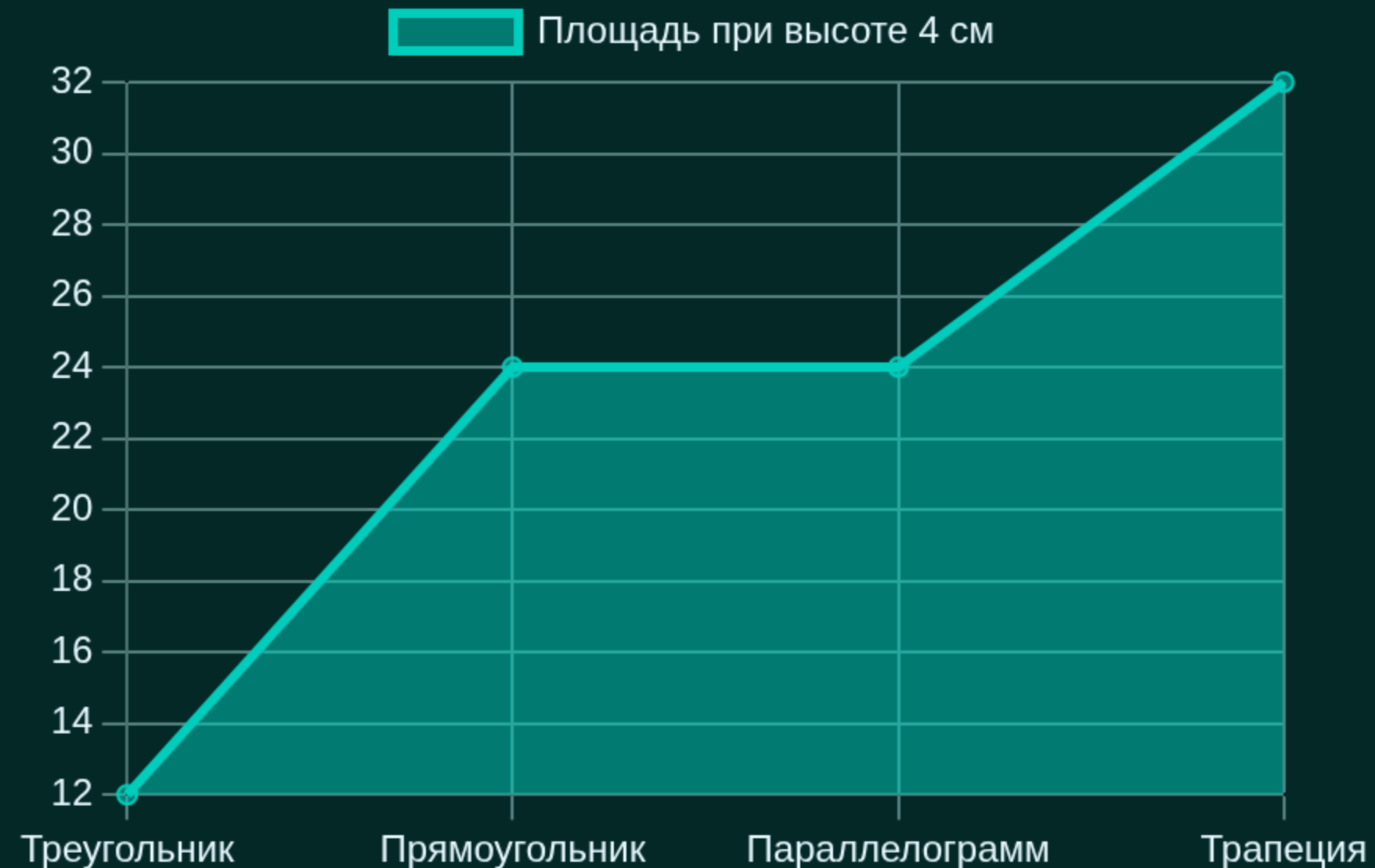
Сравниваем знакомые фигуры и видим, как площадь связана с основанием и высотой.

Площадь и высота

Во всех формулах площадь связана с основанием и высотой. Деление на 2 появляется там, где фигуру удобно рассматривать как половину или сумму равных частей.

Фигура	Формула	Обозначения
Прямоугольник	$S = a \cdot b$	a, b — стороны
Квадрат	$S = a^2$	a — сторона
Треугольник	$S = a \cdot h / 2$	a — основание, h — высота
Параллелограмм	$S = a \cdot h$	a — основание, h — высота
Трапеция	$S = (a + b) \cdot h / 2$	a, b — основания, h — высота

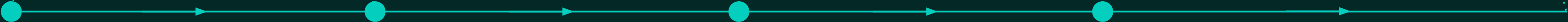
Сравнение площадей фигур при одинаковой высоте



Расчёты по формулам школьной геометрии; данные приведены для $h = 4$ см

- На графике хорошо видно, что при одинаковой высоте площадь зависит от основания и способа построения фигуры.
- При одной и той же высоте увеличение основания ведёт к росту площади. Трапеция с двумя основаниями может иметь большую площадь, чем фигуры с одним основанием.

Как находят площадь трапеции по шагам



1. Найти основания

Сначала определяют длины двух параллельных сторон трапеции. Именно они входят в формулу и обычно обозначаются буквами a и b .

2. Измерить высоту

Затем находят перпендикулярное расстояние между основаниями. Это высота h , и её нельзя заменять боковой стороной.

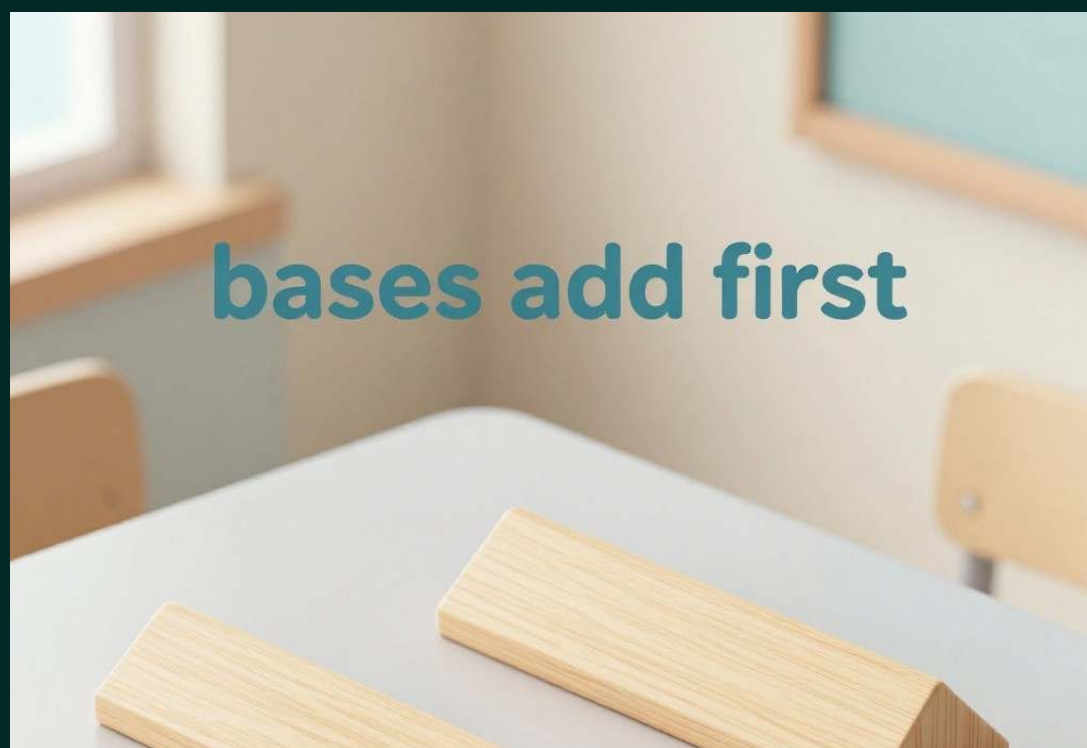
3. Подставить в формулу

После измерений значения подставляют в выражение $S = (a + b) \cdot h / 2$ и выполняют действия по порядку.

4. Записать ответ

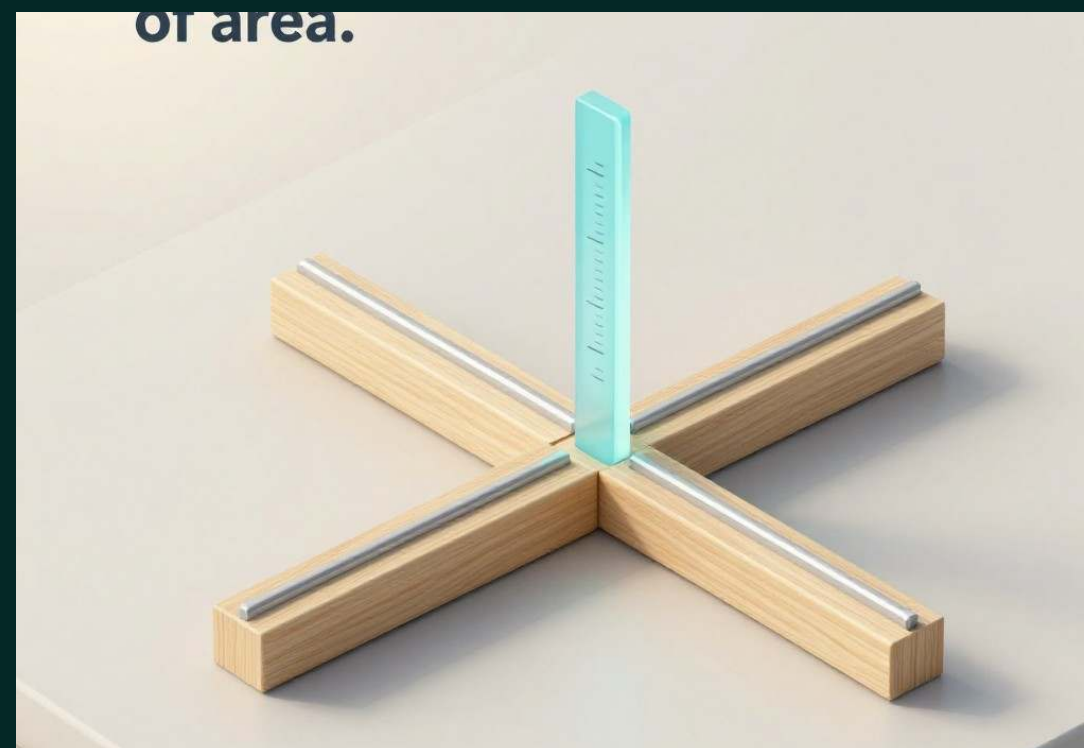
Если все длины заданы в сантиметрах, площадь записывают в см^2 . Перед ответом полезно проверить единицы измерения и разумность результата.

Пример вычисления площади трапеции



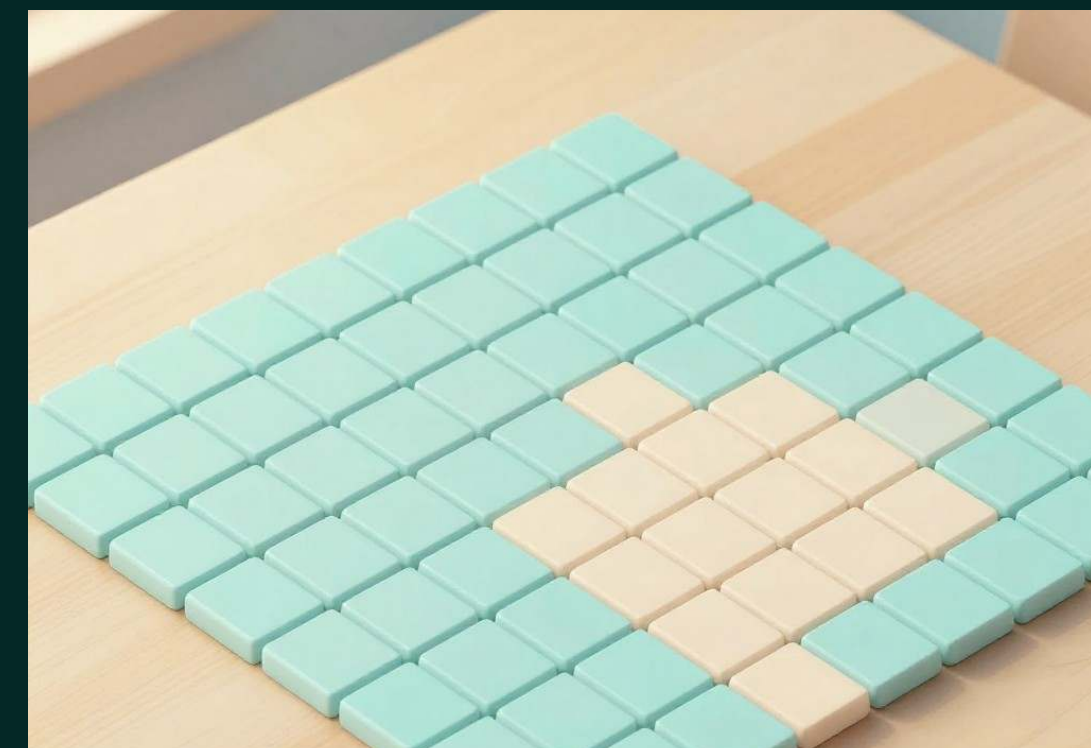
Основания складываются первыми

У трапеции основания равны 8 см и 14 см, поэтому сначала находят их сумму: $8 + 14 = 22$. Этот шаг удобно выделить на рисунке отдельно, чтобы было видно, откуда берётся промежуточный результат перед умножением на высоту.



Высота задаёт «рост» площади

Высота трапеции равна 5 см. После сложения оснований полученное число умножают на высоту: $22 \cdot 5 = 110$. Так видно, как расстояние между основаниями влияет на итоговую площадь фигуры.



Финальный ответ

Остаётся разделить результат на 2: $110 / 2 = 55 \text{ см}^2$. На чертеже полезно подписать основания, высоту и промежуточное число 22, чтобы каждый шаг вычисления был понятен и легко проверялся.

Произвольный многоугольник

01

Фигура без шаблона

Произвольный многоугольник может иметь разное число сторон, углов и наклонов. Для него часто нельзя сразу записать одну простую формулу площади, как для прямоугольника или квадрата.

02

Разбиение на части

Один из удобных способов — разделить фигуру на знакомые элементы: треугольники, прямоугольники или трапеции. Затем площади всех частей складывают и получают площадь всей фигуры.

03

Достраивание фигуры

Иногда многоугольник удобно дополнить до прямоугольника или другого простого контура. После этого находят площадь большой фигуры и вычитают лишние части, которые не входят в исходный рисунок.

04

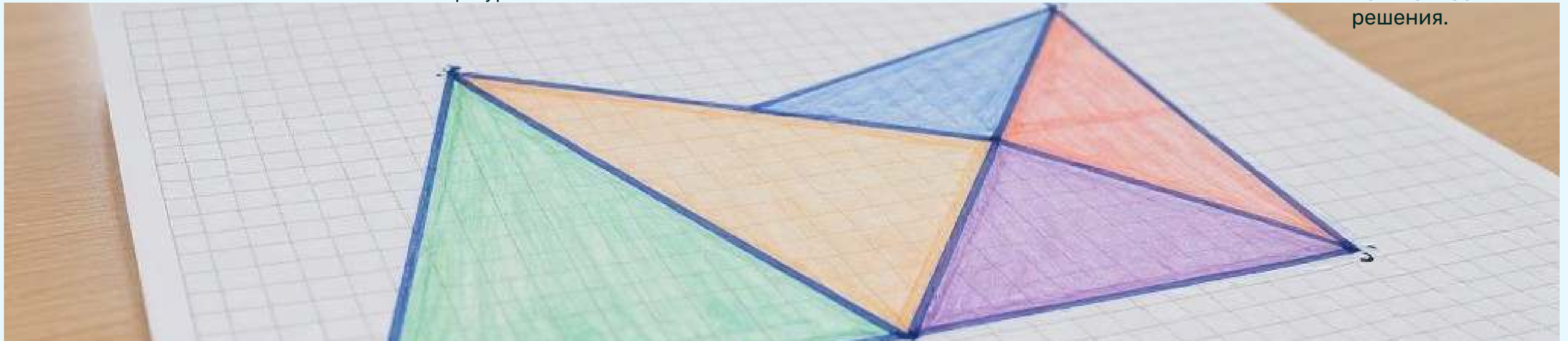
Клетчатая бумага

Если фигура изображена на сетке, можно считать целые клетки и объединять половинки в целые. Этот способ особенно полезен, когда стороны наклонены и точную формулу подобрать сложно.

05

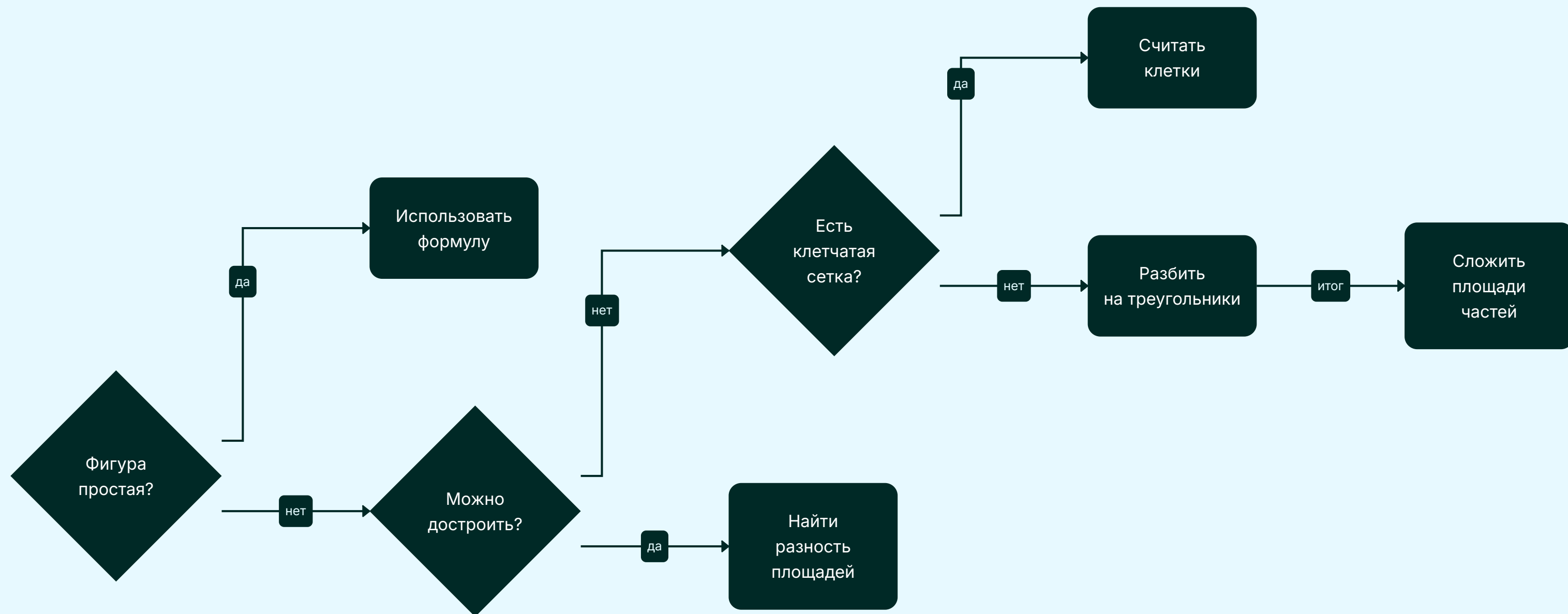
Выбор способа

В каждой задаче важно выбрать самый удобный путь: формулу, разбиение, достраивание или подсчёт по клеткам. От этого зависит не только скорость, но и точность решения.



Способы нахождения площади многоугольника

Школьная геометрия: выбор способа зависит от вида фигуры и её изображения



$$n - 2$$

треугольников получается
при разбиении выпуклого n -
угольника диагоналями

Это число показывает,
сколько треугольников
нужно, чтобы площадь
многоугольника можно
было найти как сумму
частей.

Площадь на клетчатой бумаге

Счёт целых клеток

Полные клетки внутри контура считают целиком. Это самый наглядный способ, если границы фигуры идут по линиям сетки и не вызывают сомнений.

Половины клеток

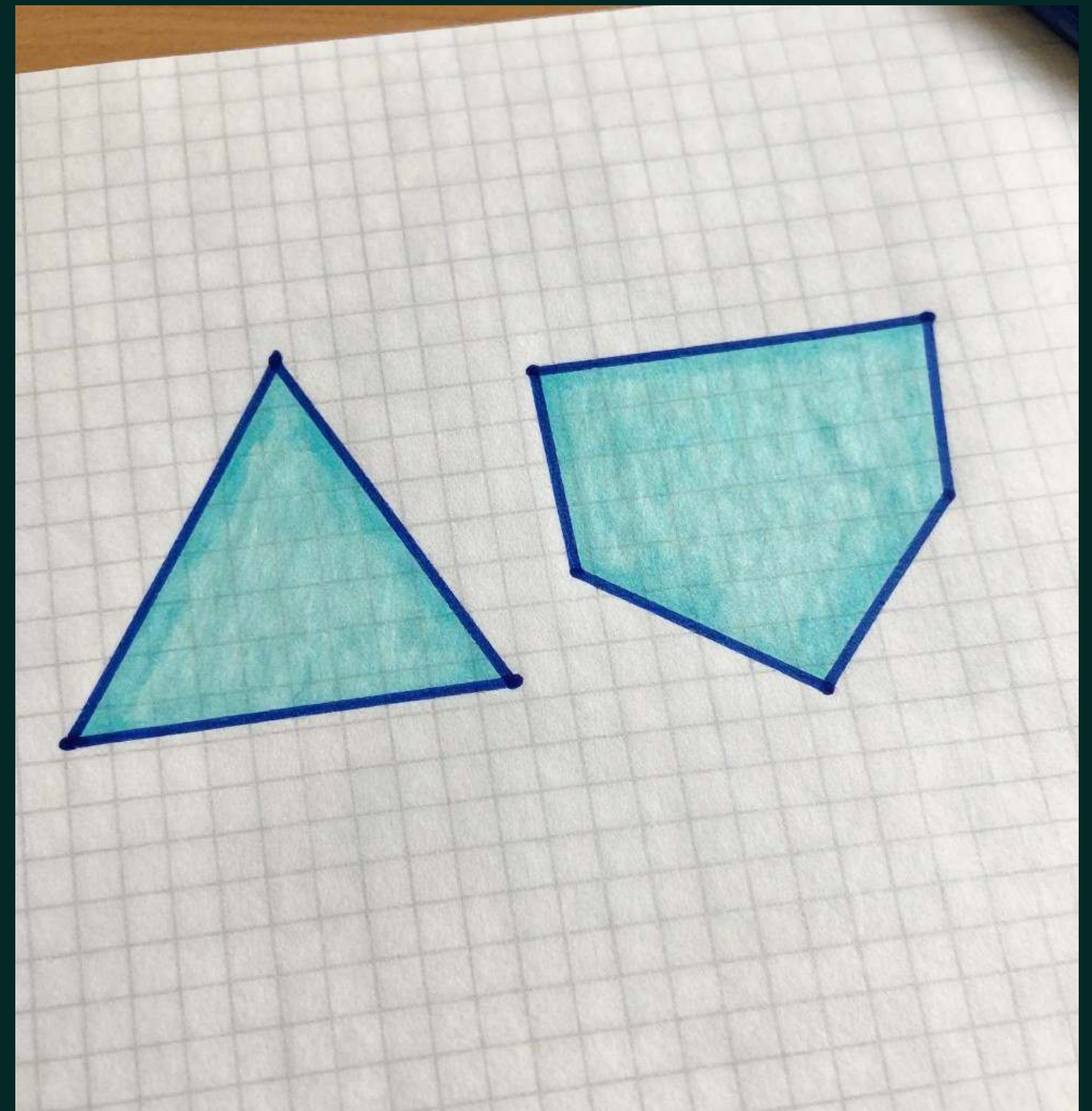
Клетки, разделённые диагональю или проходом границы, удобно объединять попарно. Так можно быстро получить целые единицы площади без лишних вычислений.

Наклонные стороны

Метод особенно полезен для фигур с косыми сторонами, когда формулу применить трудно. Сетка помогает увидеть, какую часть площади занимает контур.

Точность подсчёта

Чтобы ответ был верным, нужно учитывать все видимые части фигуры внутри сетки и не пропускать клетки, которые попадают в границу.



Сравнение способов нахождения площади

Способ	Когда подходит	Особенность
Формула	Знакомые фигуры	Быстро и точно
Разбиение	Сложные фигуры	Сумма частей
Достраивание	До прямоугольника	Площадь вычитают
По клеткам	На сетке	Удобно для наклонных

Выбор способа зависит от вида фигуры, её изображения и того, насколько удобно использовать известные формулы.

Если фигура простая, лучше использовать формулу; если сложная – разложить, достроить или посчитать по клеткам.

Что значит равновеликие фигуры



Одинаковая площадь

Равновеликие фигуры могут выглядеть совершенно по-разному, но занимают на плоскости одинаковое количество единиц площади. Их сравнивают не по форме, а по размеру поверхности.



Примеры фигур

Квадрат и прямоугольник, две трапеции или многоугольник и треугольник могут оказаться равновеликими, если их площади после вычисления совпадают.



Площадь важнее вида

В этом понятии главное — численное значение площади. Одинаковая площадь означает, что фигуры занимают равное место на плоскости, даже если контуры не похожи.

Что значит равноставленные фигуры

01 Разрезать на части

Сначала фигуру делят на несколько частей так, чтобы из них можно было составить другую фигуру. Важно, чтобы количество и форма частей совпадали.

02 Совместить без потерь

Затем части одной фигуры перекладывают и сравнивают с частями другой. Если они полностью совпадают, фигуры называют равноставленными.

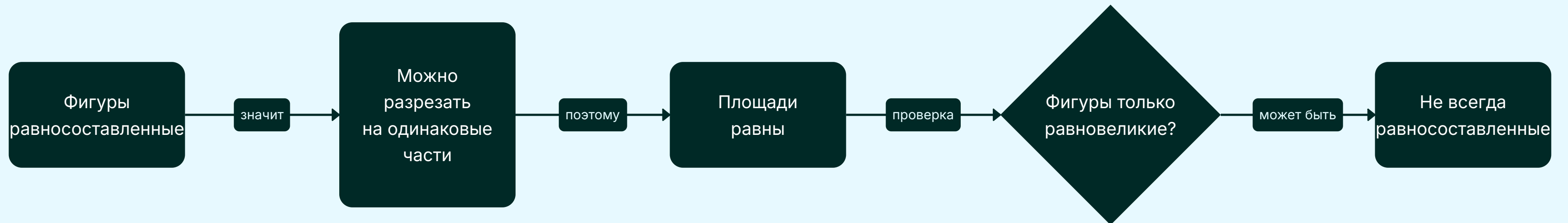
03 Площадь не меняется

При разрезании и перекладывании площадь не изменяется, поэтому равноставленные фигуры всегда оказываются равновеликими.

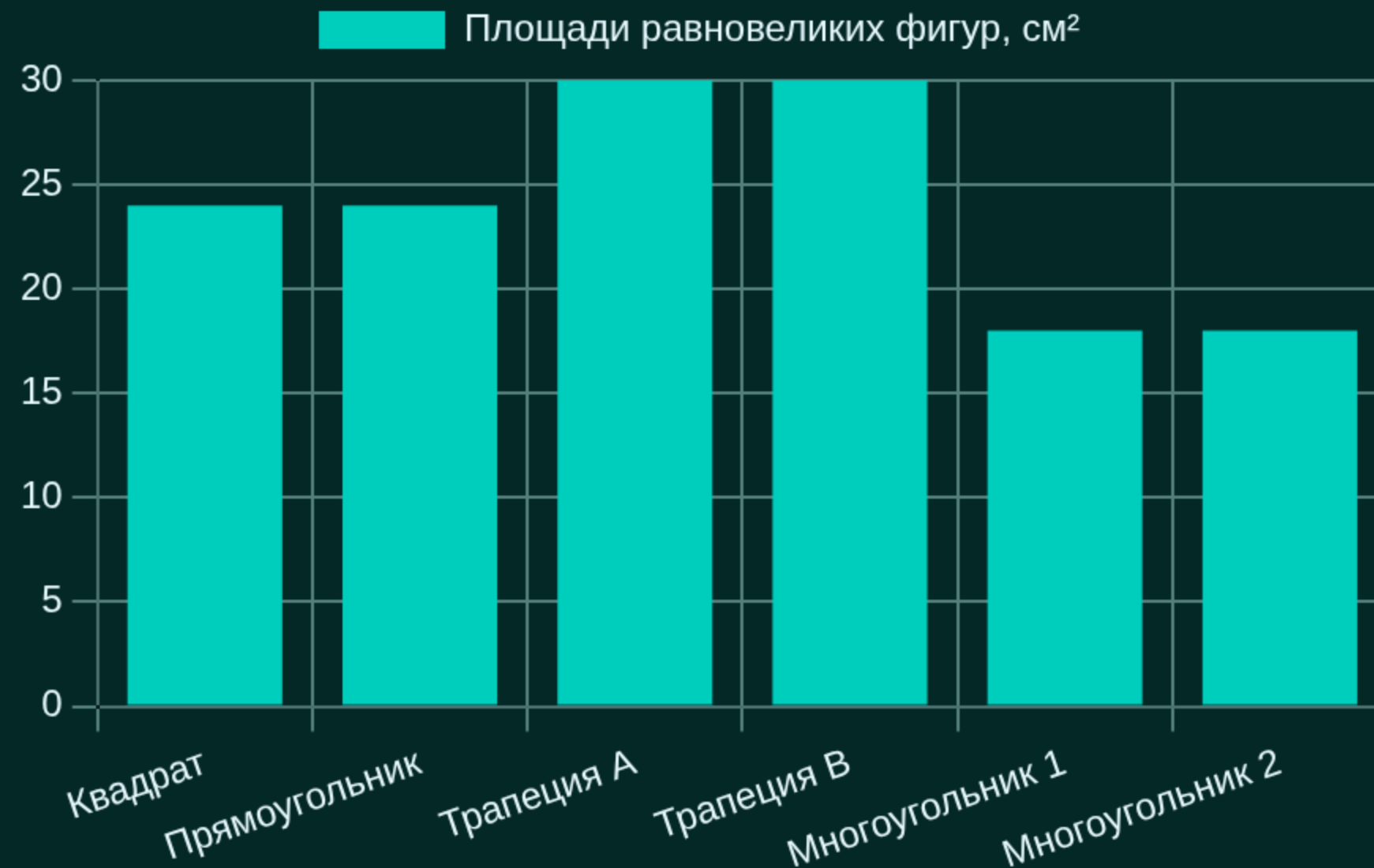


Связь между равносоставленностью и равновеликостью

Понятия связаны через площадь и разбиение на части



Примеры фигур с одинаковой площадью



Учебные примеры по геометрии 7 класса

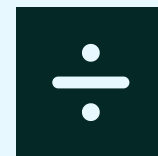
- На диаграмме видно, что одинаковая площадь может встречаться у фигур с разным контуром и разным числом сторон.
- Совпадение площади не означает одинаковую форму: важно только, сколько поверхности занимает фигура на плоскости.

Типичные ошибки и проверка ответа



Путаница с высотой

Высоту часто путают с боковой стороной трапеции. Нужен именно перпендикулярный отрезок между основаниями, иначе площадь получится неверной.



Забывают деление на 2

В формуле для трапеции легко пропустить деление на 2. Тогда ответ окажется вдвое больше правильного значения и сразу вызовет сомнение.



Счёт клеток без половин

При работе на клетчатой бумаге нельзя учитывать только целые клетки. Половины клеток нужно объединять, иначе площадь будет занижена.



Проверка результата

После вычисления стоит проверить единицы измерения, правильно ли подставлены числа и подходит ли ответ по размеру к изображённой фигуре.

Что важно запомнить о площади фигур

Площадь трапеции считают по формуле, сложные многоугольники разбивают на простые части или оценивают по клеткам, а равновеликие и равносторонние фигуры помогают сравнивать площади точно и наглядно.