

Разложение многочленов на множители: вынесение общего множителя за скобки

Сумма превращается
в произведение через общий
множитель.



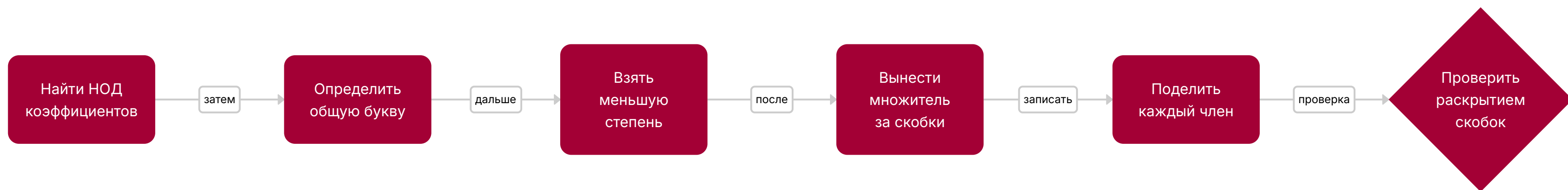
Зачем это нужно в алгебре

В 7 классе разложение на множители помогает упрощать выражения, преобразовывать формулы и решать уравнения. Этот прием показывает, насколько хорошо ученик видит структуру многочлена и его общие части.



Алгоритм вынесения общего множителя

Последовательность действий при разложении многочлена на множители



Что такое общий множитель

Общее для всех членов

Общий множитель — это число, буква или выражение, на которое делится каждый член многочлена. Именно он позволяет переписать сумму в более коротком и удобном виде.

Простые примеры

В выражении $6x + 9$ общий множитель равен 3, а в выражении $8a^2b + 4ab$ — $4ab$. После выноса за скобки оставшиеся части становятся намного проще для вычислений.

Зачем его находить

Если общий множитель выбран верно, в скобках остаются более простые выражения. Это облегчает дальнейшие преобразования, проверку ответа и решение задач по алгебре.

Распределительный закон как основа способа

○ Главное правило

Распределительный закон показывает, как произведение на сумму превращается в сумму произведений: $a(b + c) = ab + ac$. Именно на этом свойстве основано вынесение общего множителя.

○ Обратное действие

Если в выражении есть одинаковая часть, ее можно вынести за скобки: $ab + ac = a(b + c)$. Так сумма снова записывается в виде произведения, но значение не меняется.

○ Геометрическая модель

Этот прием удобно представить через прямоугольник: одна сторона общая, а другая состоит из двух частей. Тогда площадь можно записать двумя способами — как сумму и как произведение.

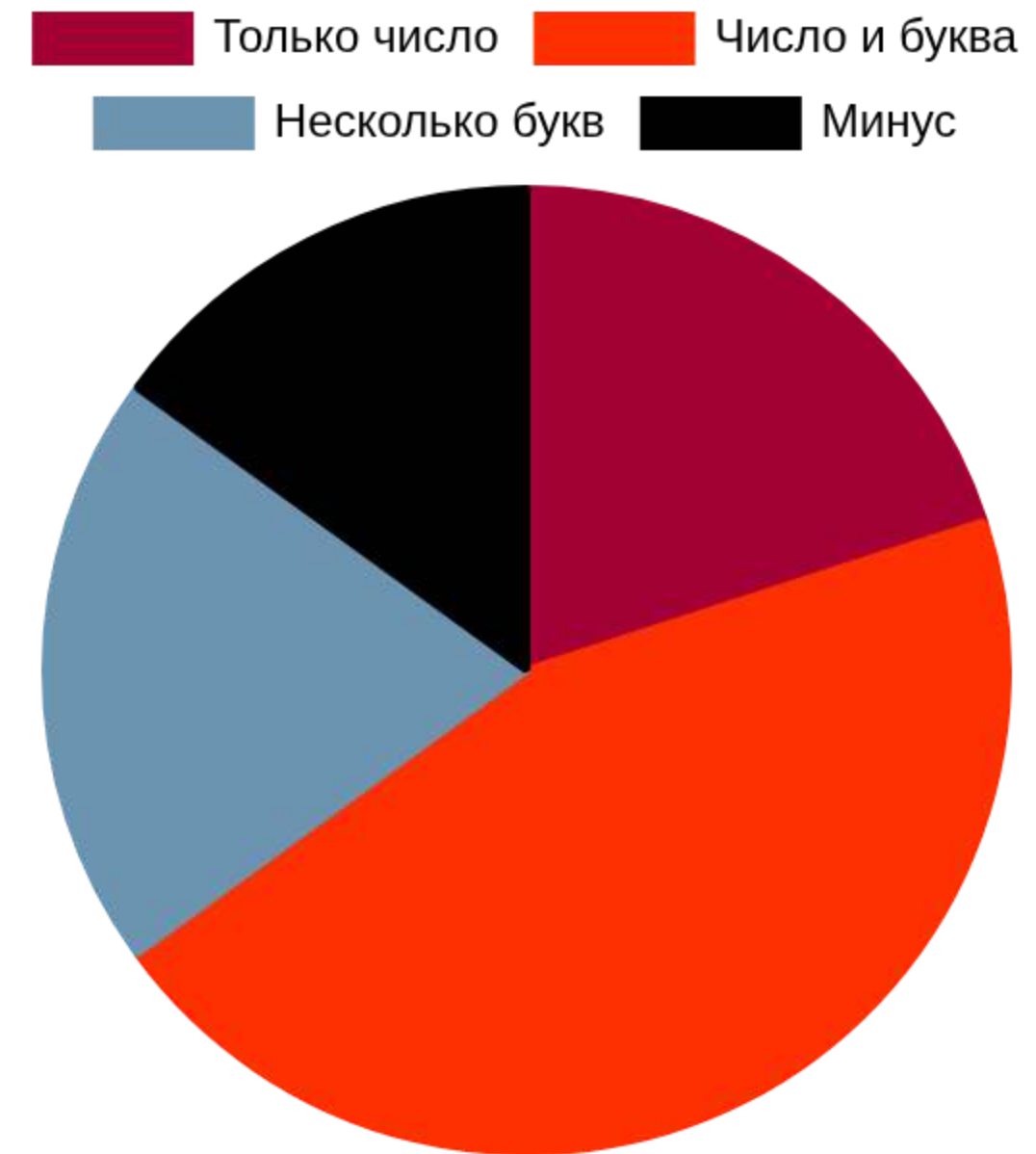


Какие виды общего множителя встречаются чаще

На уроках чаще всего встречаются выражения, где общий множитель содержит и число, и букву. Такие примеры помогают быстрее увидеть структуру многочлена.

Числово-буквенные множители встречаются чаще всего, поэтому их поиск стоит отрабатывать в первую очередь.

Учебный материал по теме «Вынесение общего множителя за скобки»



Вынесение числового общего множителя

01

Сначала делители

Нужно посмотреть на все коэффициенты и найти их общий делитель. Если числа имеют общий делитель больше 1, его удобно вынести первым.

02

Пример выражения

В выражении $12x + 18y + 24$ все коэффициенты делятся на 6. Поэтому числовой общий множитель равен 6, а внутри скобок остаются более простые члены.

03

Новая запись

После преобразования получаем $6(2x + 3y + 4)$. Такая форма короче и нагляднее, а проверить ее легко раскрытием скобок.

04

Как искать делитель

Чтобы не ошибиться, числа можно разложить на простые множители и сравнить их. Этот способ особенно полезен, когда коэффициенты большие или не сразу заметен общий делитель.

Вынесение буквенного общего множителя

A

Одинаковые буквы

Если в каждом члене есть одна и та же буква, ее можно вынести за скобки. При этом в общий множитель входит только та степень, которая есть у всех членов.

$\sqrt{x}$

Наименьшая степень

В выражении $5a^3 + 10a^2$ общий буквенный множитель — a^2 . Берут меньшую степень, потому что именно она присутствует в каждом слагаемом без остатка.



Более простая запись

После выноса получается $a^2(5a + 10)$. Внутри скобок остаются более короткие выражения, а сама запись становится удобнее для дальнейших преобразований.

Примеры вынесения общего множителя

Исходное выражение	Множитель	Результат
$8x + 12$	4	$4(2x + 3)$
$15a + 20a^2$	$5a$	$5a(3 + 4a)$
$9m^2n - 6mn$	$3mn$	$3mn(3m - 2)$
$14x^2y + 21xy^2$	$7xy$	$7xy(2x + 3y)$

В таблице показано, как выбирают общий множитель так, чтобы скобки после него были как можно проще.

Во всех примерах общий множитель выбран так, чтобы коэффициенты и степени внутри скобок стали минимальными.

Примеры по теме разложения многочленов на множители

7

для выражений $14x^2u$ и $21xu^2$ является наибольшим общим числовым делителем

Сначала находят общий делитель коэффициентов, затем общую буквенную часть. Так выражение внутри скобок получается заметно проще.

Анализ примера $14x^2u$ и $21xu^2$

Вынесение отрицательного множителя

01

Когда нужен минус

Если первый член многочлена отрицательный, удобно вынести минус перед скобками. Тогда выражение становится более наглядным, а дальнейшие преобразования выполнять проще и аккуратнее.

02

Как меняются знаки

При вынесении минуса все знаки внутри скобок меняются на противоположные: плюс становится минусом, а минус — плюсом. При этом значение многочлена не изменяется.

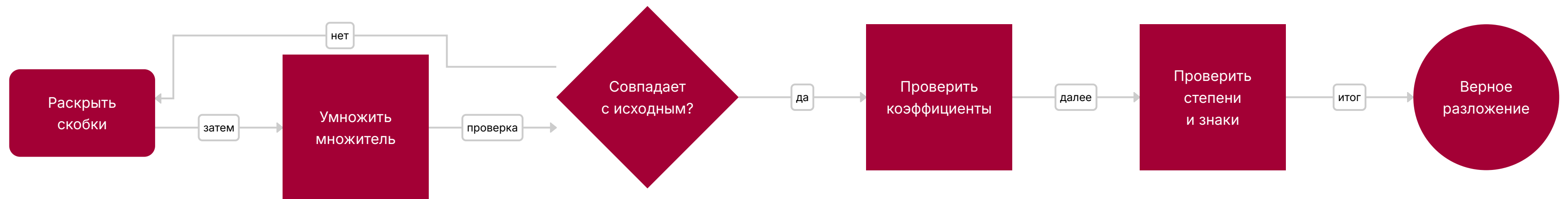
03

Пример преобразования

Запись $-x + 4$ можно представить как $-(x - 4)$. Такое преобразование помогает быстрее замечать структуру выражения и подготавливает его к следующему шагу решения.

Проверка правильности разложения

Последовательность проверки помогает убедиться, что вынесение общего множителя выполнено без ошибок.



Геометрический смысл вынесения общего множителя

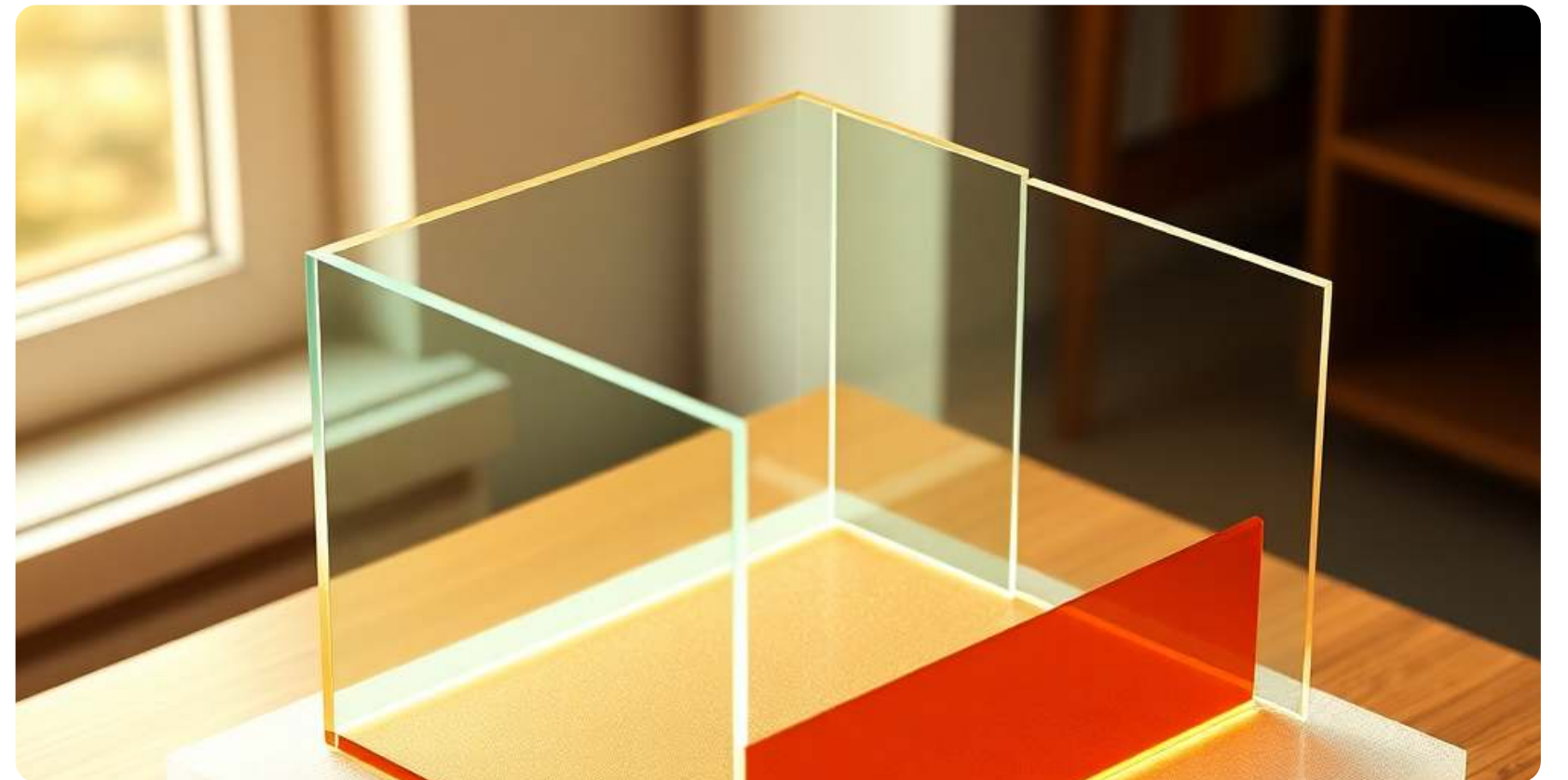
Одна сторона — общий множитель

Представьте прямоугольник, у которого одна и та же сторона равна a . Тогда две части площади можно обозначить как ab и ac . Общая сторона объединяет эти слагаемые в одно произведение $a(b + c)$.



Сумма превращается в произведение

Если прямоугольник разделить на две соседние части, то его площадь можно записать двумя способами: как сумму $ab + ac$ и как произведение $a(b + c)$. Это наглядно показывает смысл вынесения общего множителя.

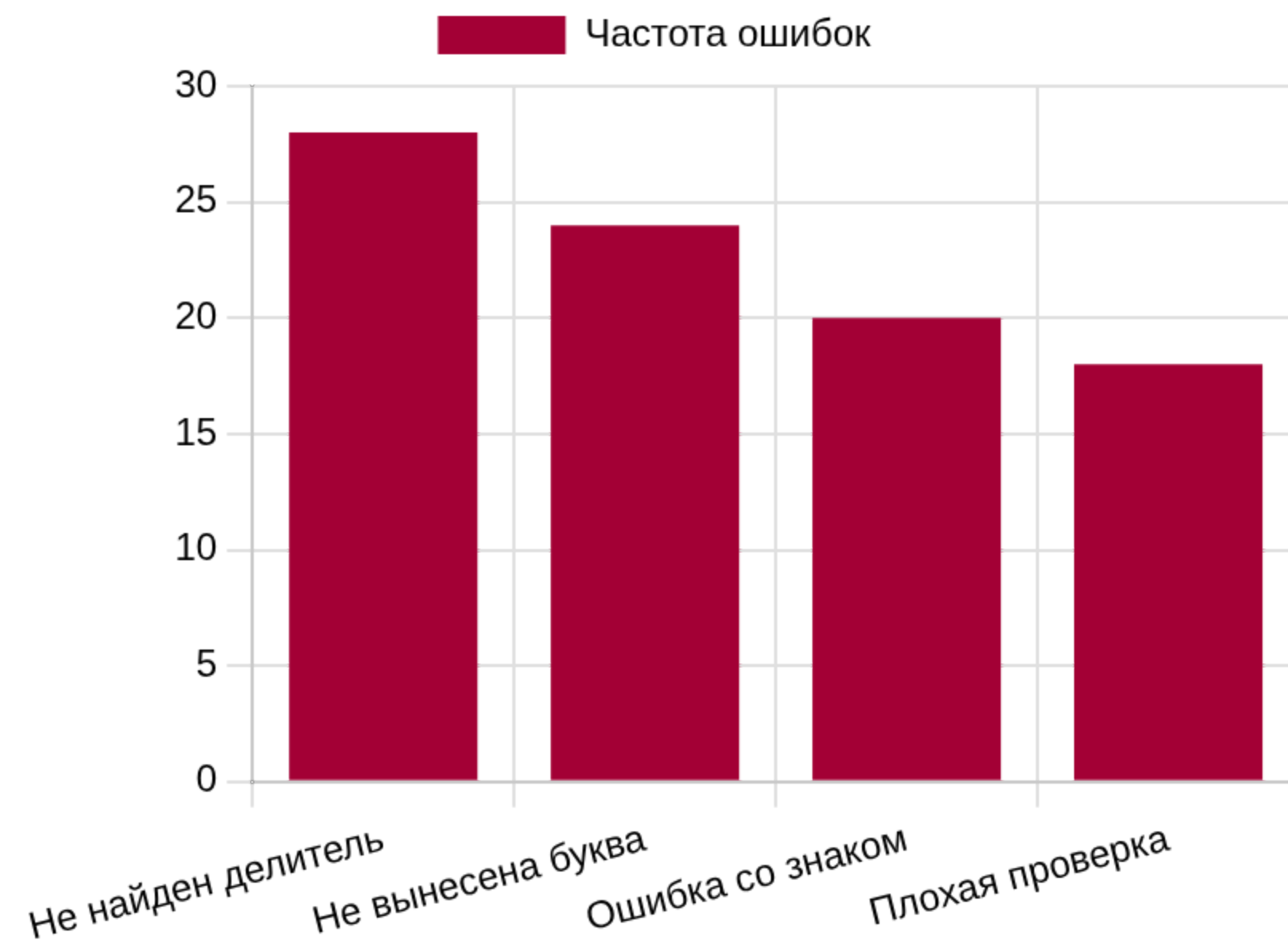


Типичные ошибки при вынесении общего множителя

Ошибки чаще всего появляются в выражениях с несколькими буквами и разными степенями, где нужно внимательно сравнивать каждый член многочлена.

Чаще всего ученики пропускают общий делитель или не полностью выносят буквенную часть. Значит, главное внимание нужно уделять первому шагу и проверке результата.

Обобщение типичных ошибок при изучении темы в 7 классе



Разложение через группировку

1. Разделить многочлен

Сначала выражение разбивают на пары или удобные группы, чтобы в каждой части появился свой общий множитель.

2. Вынести общий множитель

В каждой группе отдельно выносят общий множитель за скобки. После этого внутри скобок часто появляется одинаковое выражение.

3. Получить общий множитель

Если скобки совпадают, их можно вынести еще раз. Так возникает произведение двух многочленов, например $(a + b)(x + y)$.

Сравнение способов разложения на множители

Способ	Когда применять	Пример
Общий множитель	Есть общий член	$6x + 9 = 3(2x + 3)$
Группировка	Удобно разбить на части	$ax + ay + bx + by = (a + b)(x + y)$

Два основных способа помогают по-разному преобразовывать многочлены, но оба делают выражение короче и удобнее для дальнейшей работы.

Если общий множитель виден сразу, начинают с него. Когда он скрыт, помогает группировка, которая тоже опирается на вынесение общего множителя.

Курс алгебры 7 класса

Связь с решением уравнений



Правило нулевого произведения

Если произведение равно нулю, то хотя бы один множитель должен быть равен нулю. Это правило позволяет превращать разложенное уравнение в несколько более простых.



Удобная форма записи

После вынесения общего множителя уравнение часто становится короче и понятнее. В таком виде легче увидеть, какие значения переменной могут подойти.



Ответы из множителей

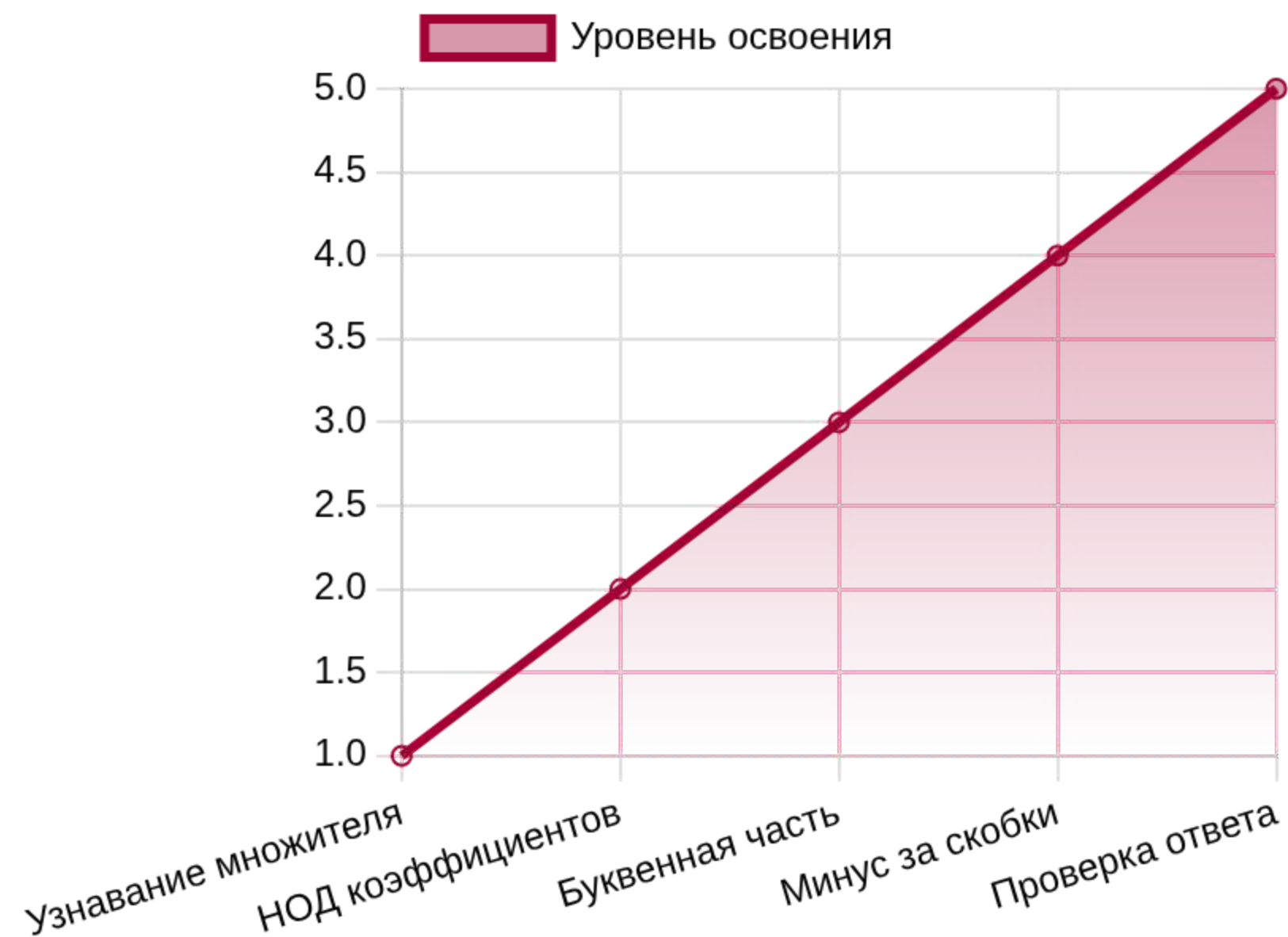
Например, из равенства $(x - 2)(x + 5) = 0$ сразу получаем два решения: $x = 2$ и $x = -5$. Разложение помогает быстро перейти к ответу.

Как формируется навык разложения на множители

Каждый следующий шаг требует большей внимательности: сначала важно увидеть общий элемент, затем правильно записать его и проверить преобразование.

По мере освоения темы уменьшается число ошибок и растет точность. Самым надежным становится тот ученик, который не пропускает проверку раскрытием скобок.

Последовательность учебных действий в теме



Практическая ценность приема

Упрощение выражений

Вынесение общего множителя делает многочлены короче и понятнее. Это особенно важно, когда выражение содержит много слагаемых и его нужно быстро преобразовать.

Работа с дробями

При сокращении дробей часто сначала разлагают числитель или знаменатель на множители. Так легче увидеть общий множитель и выполнить сокращение без лишних вычислений.

Преобразование формул

В формулах этот прием помогает выделить общий элемент и записать выражение в более удобном виде. Это упрощает дальнейшие преобразования и сравнение частей.

Подготовка к уравнениям

Разложение на множители часто становится первым шагом перед решением уравнений. Оно помогает привести выражение к форме, где можно применить правило нулевого произведения.

Главный вывод по теме

Вынесение общего множителя за скобки — это обратное действие к раскрытию скобок. Если внимательно находить числовой делитель, буквенную часть и знак, разложение получается быстро и правильно.