

● ● ●

Раскрываем скобки, упрощаем выражения и проверяем ответ.





+ Что нужно помнить перед началом

Многочлен состоит из нескольких одночленов, а одночлен — из числа, букв и степеней. Чтобы перемножать выражения, применяют распределительное свойство: каждый член умножается на каждый.



2

части получает сумма после применения
распределительного свойства в простейшем случае.

Это правило позволяет заменить одно произведение несколькими слагаемыми
и начать раскрытие скобок без ошибок.

Алгебра, базовое распределительное свойство: $a(b+c)=ab+ac$





Шаг за шагом

Один одночлен умножают на каждый член многочлена отдельно. Нельзя пропускать слагаемые: каждое произведение должно быть записано, иначе итоговое выражение окажется неполным.

Работа со знаками

Знаки сохраняются по правилам умножения: положительное на отрицательное даёт отрицательное, а отрицательное на отрицательное — положительное. Это особенно важно при раскрытии скобок.

Степени одинаковых букв

Если в произведении встречаются одинаковые буквы, их показатели складываются. Поэтому $x \cdot x = x^2$, а $2x \cdot 3x = 6x^2$: коэффициенты перемножаются, степени объединяются.

Умножение одночлена на многочлен



Примеры умножения одночлена на многочлен

Пример	Результат	Правило
$2a(3a+4)$	$6a^2+8a$	каждый член
$-5x(x-2)$	$-5x^2+10x$	знаки важны
$4m(2m^2-m+1)$	$8m^3-4m^2+4m$	умножаем отдельно

Составлено по правилам умножения одночлена на многочлен



В таблице показано, как правило работает на конкретных выражениях.

Во всех примерах каждый член скобок умножается отдельно, а затем результат записывается с учётом знаков и степеней.



Как умножать многочлен на многочлен

1/ 1. Посмотреть на множители

Сначала внимательно запишите оба многочлена. Это помогает не потерять ни один член и заранее увидеть, сколько произведений должно получиться после раскрытия скобок.

2/ 2. Перемножить все члены

Каждый член первого многочлена умножьте на каждый член второго. Если в одном множителе два слагаемых, а в другом три, нужно получить шесть произведений.

3/ 3. Выписать результат полностью

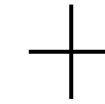
Все полученные произведения запишите рядом, не объединяя их сразу. Так легче заметить пропущенное слагаемое и проверить, что каждое сочетание уже учтено.

4/ 4. Сложить подобные слагаемые

Теперь объедините одинаковые по буквенной части слагаемые. Именно этот шаг делает выражение короче и приводит его к удобному для ответа виду.

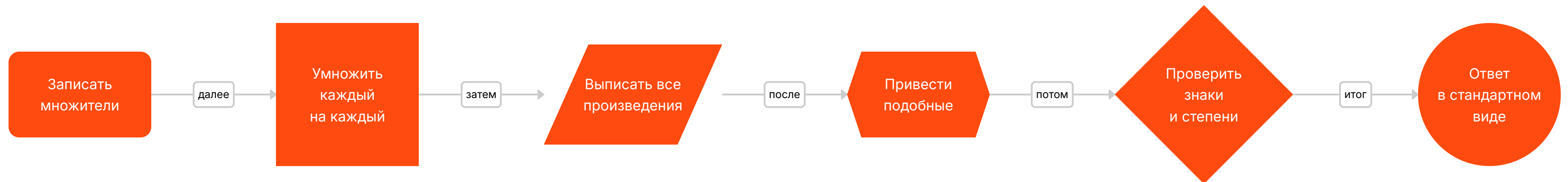
5/ 5. Проверить запись

Проверьте знаки, степени и порядок действий. Если хотя бы одно произведение пропущено или знак выбран неверно, итоговое выражение будет неправильным.



Алгоритм раскрытия скобок при умножении многочленов

Последовательность действий при перемножении двух многочленов





Геометрический смысл произведения многочленов

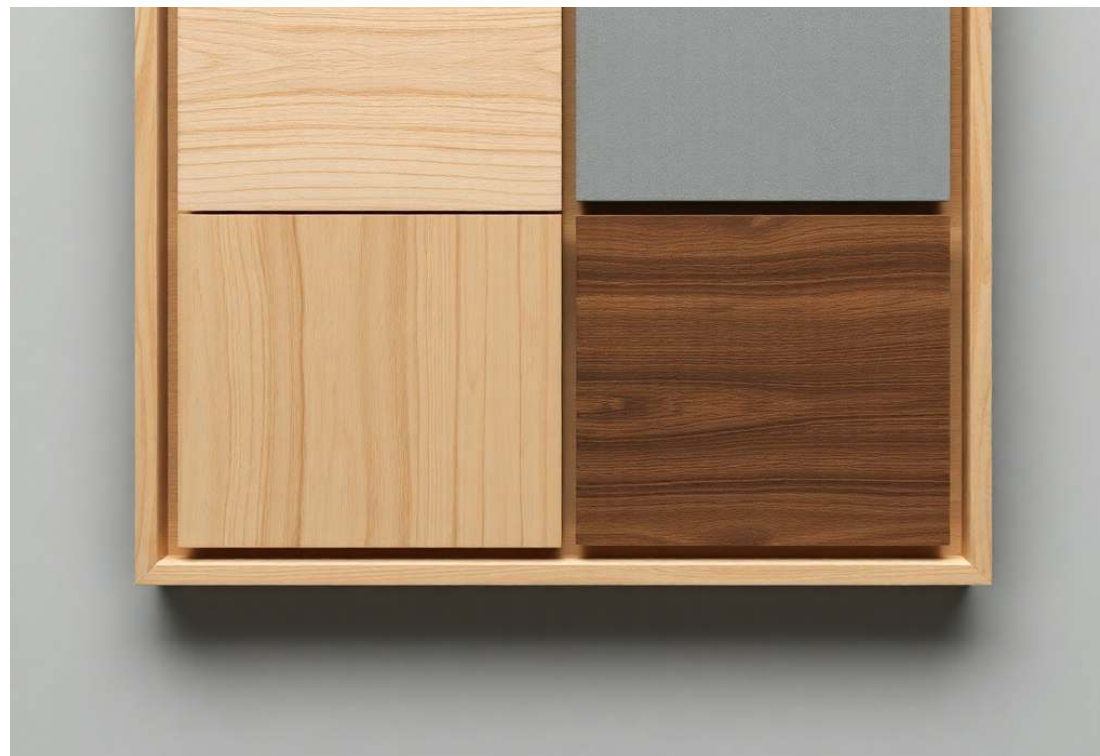
Площадь через разложение

Если стороны прямоугольника равны $x+2$ и $x+3$, его площадь можно записать как $(x+2)(x+3)$. После раскрытия скобок получается x^2+5x+6 . Это показывает, что алгебраическая запись точно описывает геометрическую фигуру.



Прямоугольник на части

Полезно представить прямоугольник, разбитый на четыре меньшие области. Одна часть соответствует $x \cdot x$, две — смешанным произведениям, а последняя — числам 2 и 3. Так сразу видно, откуда берётся каждый член ответа.



Почему это удобно

Геометрическая модель помогает не просто запомнить правило, а понять его смысл. Когда площадь состоит из нескольких частей, легче проверить раскрытие скобок и увидеть, что ни одно произведение не потеряно.



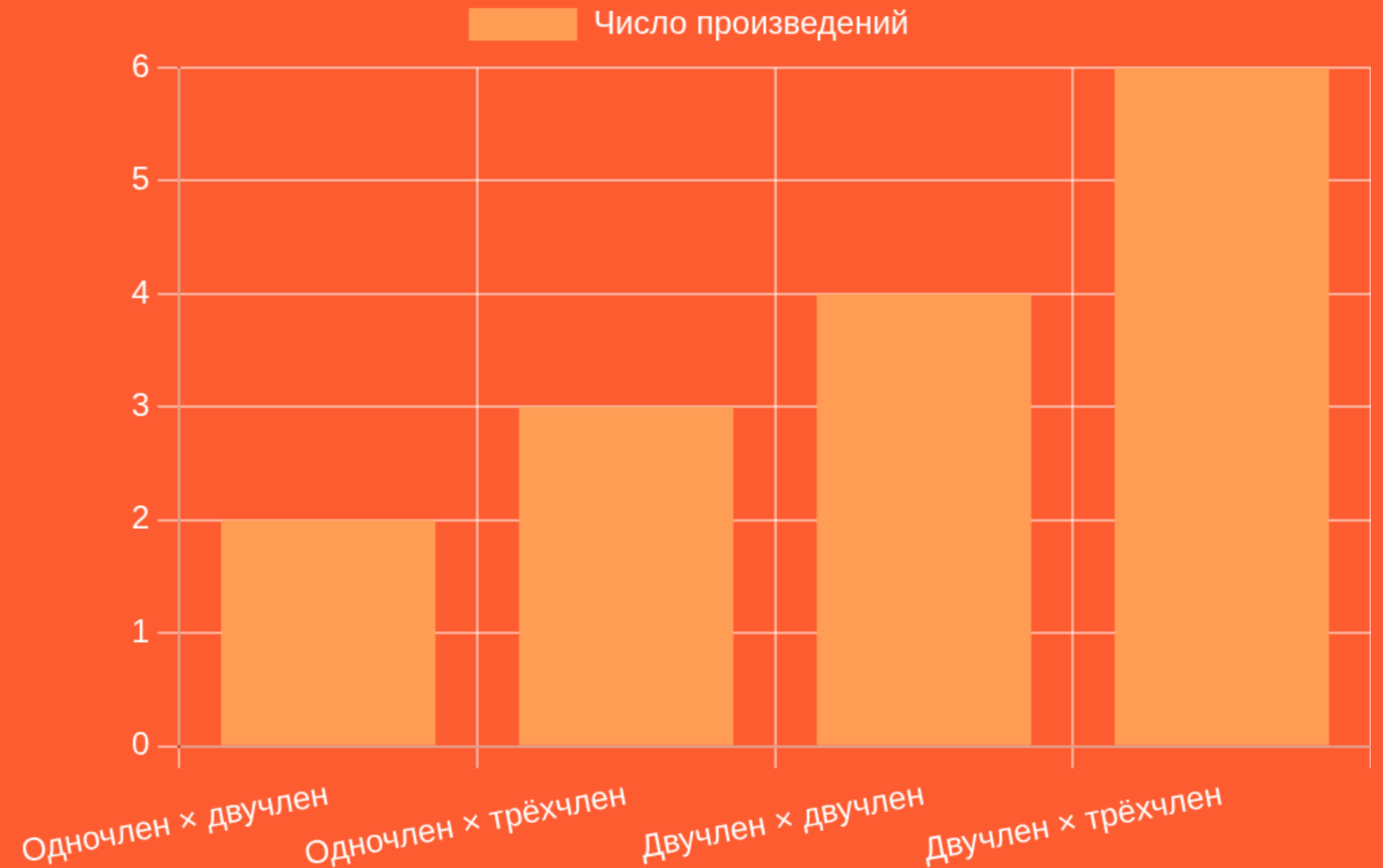


Сколько произведений получается при умножении

Чем больше членов в множителях, тем длиннее запись до упрощения и тем внимательнее нужно вести подсчёт.



Количество произведений растёт по правилу «каждый на каждый», поэтому пропуски чаще появляются в более длинных выражениях.



Правило умножения многочленов; иллюстративный пример для учебной схемы



Типичные ошибки при умножении многочленов



Пропуск члена

Иногда учащиеся умножают не все слагаемые в скобках. Чтобы избежать ошибки, удобно отмечать уже использованные члены и проверять полный перечень произведений.

X¹ Ошибки со степенями

Степени складывают только у одинаковых букв. Нельзя прибавлять показатели у разных переменных, иначе получится неверный ответ и нарушится смысл выражения.



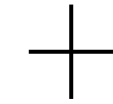
Неверный знак

При умножении на отрицательное число легко потерять знак. Особенно это заметно в выражениях со скобками, где минус должен быть распределён на каждое слагаемое.



Нет упрощения

После раскрытия скобок нужно обязательно привести подобные слагаемые. Если оставить ответ без упрощения, он будет длиннее и менее удобен для дальнейших действий.



Пошаговая проверка на примере $(2x-1)(x+4)$

Произведение	Результат	Комментарий
$2x \cdot x$	$2x^2$	первый член
$2x \cdot 4$	$8x$	умножение на 4
$-1 \cdot x$	$-x$	учёт знака
$-1 \cdot 4$	-4	свободный член

Таблица помогает увидеть все промежуточные произведения и быстро заметить пропуски.

Если выписать все четыре произведения, затем объединить подобные слагаемые, получается $2x^2+7x-4$; пропуски и ошибки в знаках становятся заметнее.

Пример раскрытия скобок для выражения $(2x-1)(x+4)$.

⬅ ➡ Правила работы со знаками

1/ Плюс и плюс

При умножении положительных чисел или выражений результат остаётся положительным. Это самое простое правило, с которого удобно начинать проверку вычислений при раскрытии скобок и записи ответа.

2/ Минус и плюс

Если отрицательное число умножается на положительное, знак результата меняется на минус. Такое сочетание часто встречается в одночленах с отрицательным коэффициентом и требует особой внимательности.

3/ Плюс и минус

Положительный множитель, умноженный на отрицательный, тоже даёт отрицательный результат. Поэтому знак минус нельзя терять: он относится ко всему произведению и сохраняется при раскрытии скобок.

4/ Минус и минус

Два отрицательных множителя дают положительный результат. Это правило помогает правильно раскрывать скобки в выражениях вроде $(-a)(-b)$ и не ошибаться при работе с формулами.





Умножение двучлена на трёхчлен

1. Запись множителей

Сначала фиксируют двучлен и трёхчлен без сокращений. Это помогает не потерять ни один член и увидеть, сколько произведений должно получиться.



2. Первый член

Каждый член двучлена умножают на первый член трёхчлена. Уже на этом шаге появляются две части будущего ответа.



3. Остальные произведения

Затем те же члены двучлена умножают на оставшиеся два слагаемых. Всего получается шесть произведений, которые нужно записать без пропусков.



4. Упрощение ответа

После записи всех произведений объединяют подобные слагаемые и приводят выражение к стандартному виду. Именно этот шаг делает ответ коротким и удобным.



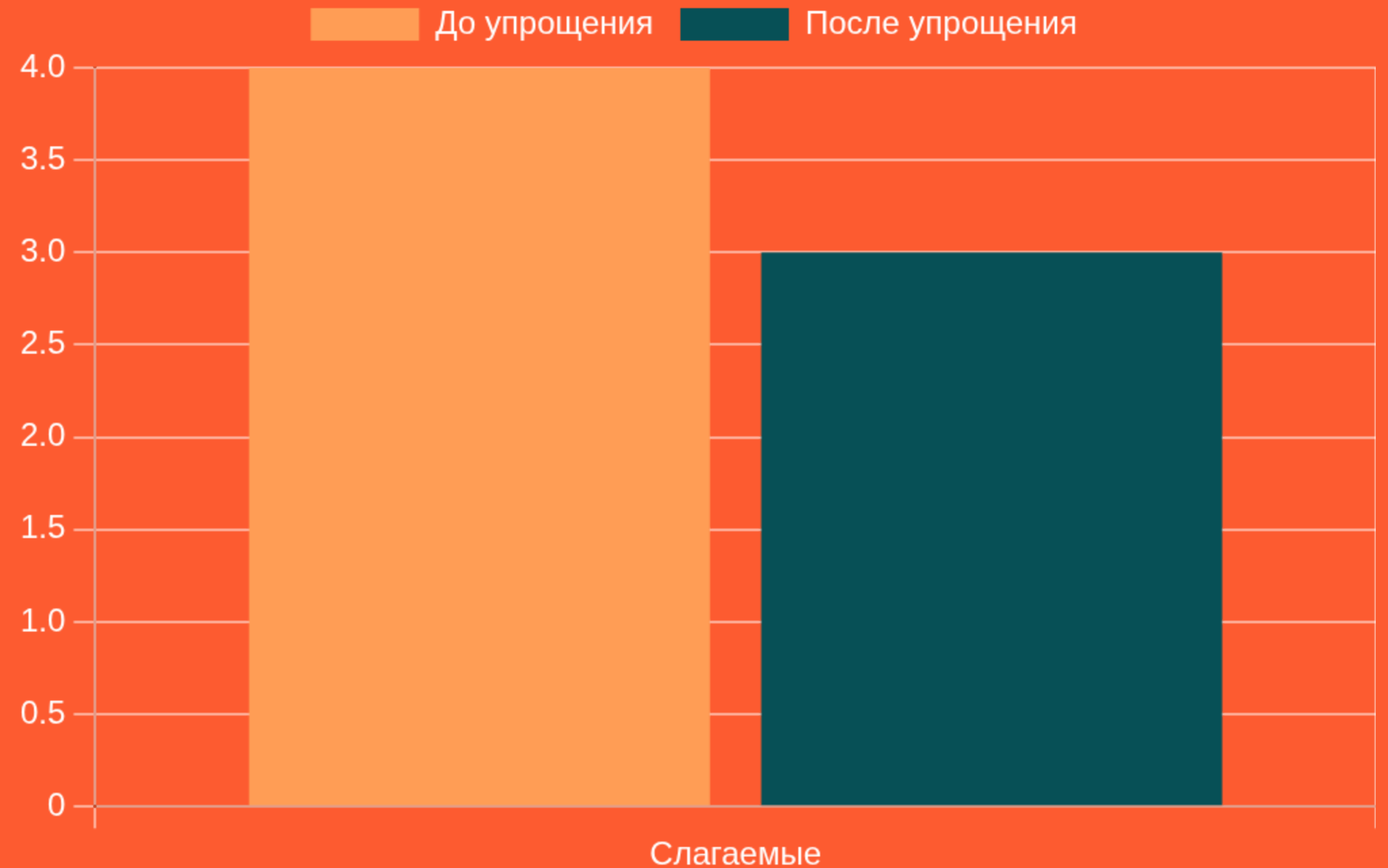


Как приведение подобных слагаемых упрощает ответ

На примере видно, что сначала в записи больше отдельных частей, а затем часть из них объединяется в одно слагаемое.

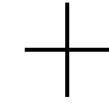


Приведение подобных слагаемых сокращает запись и делает выражение удобнее для дальнейших вычислений и проверки.



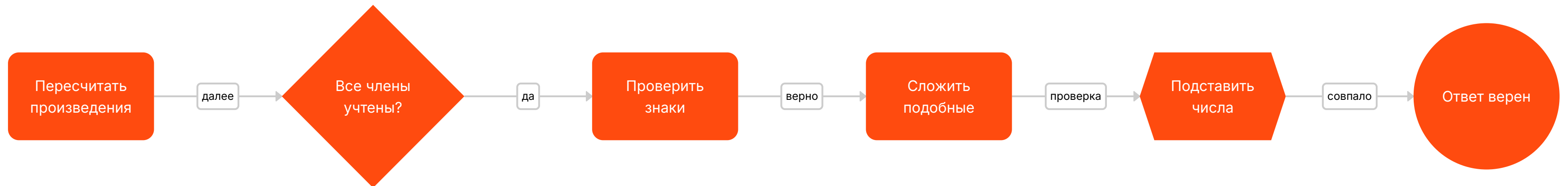
Пример $(x+2)(x+3)=x^2+3x+2x+6$.

⬅ ➡													15
— Квадрат суммы Выражение $(a+b)^2$ можно рассматривать как произведение $(a+b)(a+b)$. После раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых получается $a^2+2ab+b^2$, то есть короткая и удобная формула. — Квадрат разности Формула $(a-b)^2$ возникает из произведения $(a-b)(a-b)$. При раскрытии скобок важно правильно учесть знаки, чтобы получить $a^2-2ab+b^2$ без ошибок в середине выражения. — Почему это полезно Эти формулы позволяют быстрее выполнять вычисления, сокращать записи и видеть структуру выражения. Они часто встречаются в алгебре и опираются на те же правила умножения многочленов.										Связь с формулами сокращённого умножения			



Проверяем ответ шаг за шагом

Алгоритм самопроверки при раскрытии скобок и приведении подобных слагаемых





Площадь прямоугольника

Если стороны прямоугольника выражены многочленами, его площадь находят умножением сторон. Например, $(x+1)(x+5)$ после раскрытия скобок даёт x^2+6x+5 , что удобно для дальнейших вычислений.

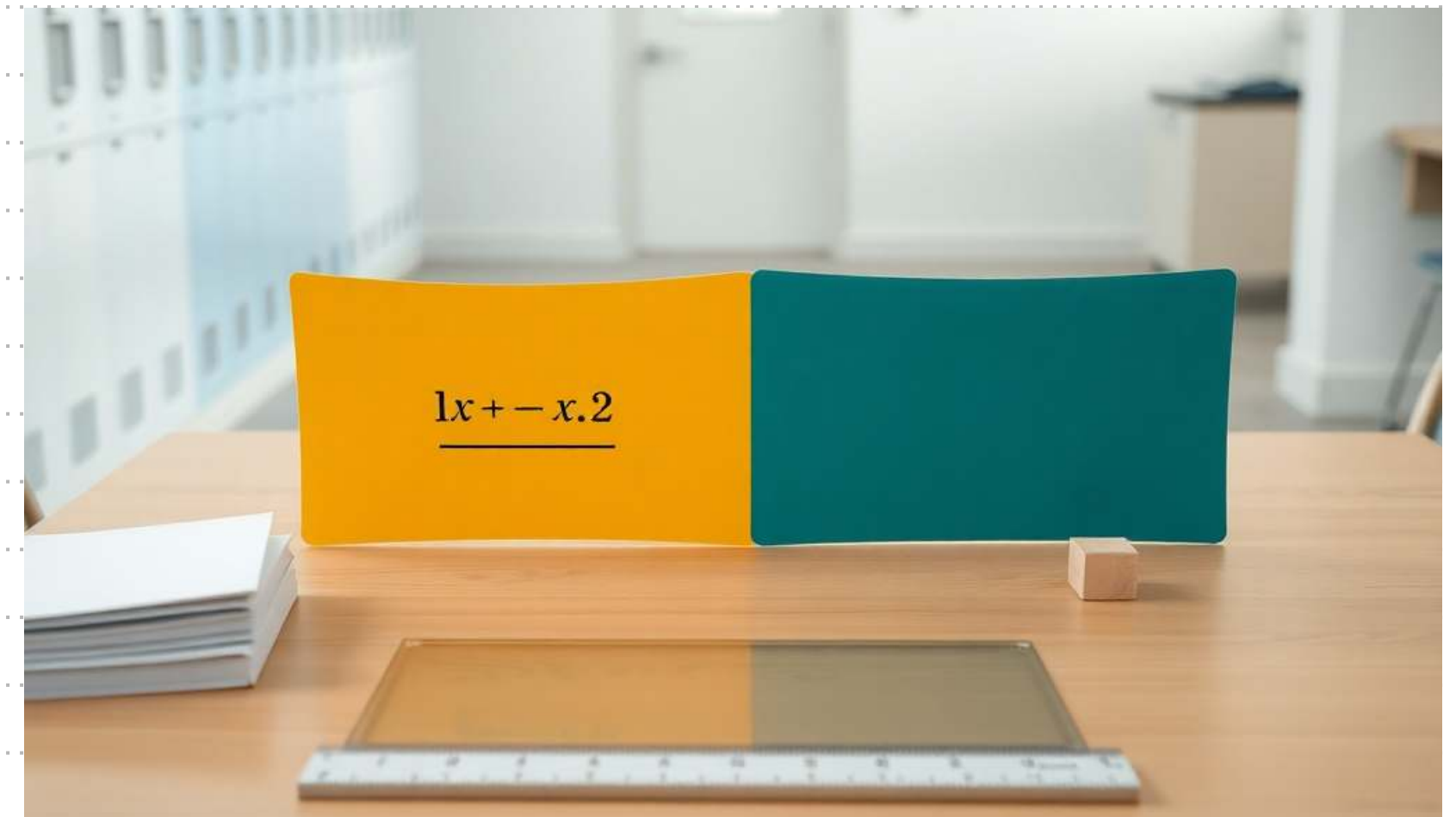
Формулы в текстовых задачах

Произведение многочленов помогает записывать зависимости в задачах на движение и на количество предметов. Оно позволяет выразить общий результат через переменную и упростить расчёты.

Переход к алгебре

Такие примеры показывают, что умножение многочленов — не только правило из учебника, но и способ описывать реальные ситуации. Поэтому важно уметь работать с ним без ошибок.

Применение произведения многочленов в задачах



Сравнение раскрытой и упрощённой записи

Выражение	Раскрытая форма	Упрощённый результат
$(x+1)(x+5)$	$x^2+5x+x+5$	x^2+6x+5
$2a(a-3)$	$2a^2-6a$	$2a^2-6a$

Примеры умножения многочленов и приведения подобных слагаемых.



Таблица показывает, как из раскрытой формы получается более короткий и удобный ответ.

Раскрытая запись показывает ход решения, а упрощённая форма оставляет только нужный итог; это ускоряет дальнейшую работу с выражением.



Главные правила, которые нужно запомнить



Умножаем каждый на каждый

При раскрытии скобок каждый член одного многочлена умножается на каждый член другого. Это главное правило, которое помогает не пропустить ни одного произведения и получить полный ответ.



Следим за знаками

Знаки при умножении учитываются сразу, особенно если в выражении есть отрицательные коэффициенты. Ошибка со знаком может изменить весь результат, даже если все произведения записаны верно.



Складываем степени

Одинаковые буквы при умножении дают степень с суммой показателей. Например, $x \cdot x = x^2$. Это правило важно при работе с одночленами и помогает правильно упрощать выражения.



Объединяем подобные

После раскрытия скобок нужно собрать подобные слагаемые. Так выражение становится короче, а ответ — удобнее для чтения, проверки и дальнейших вычислений.



Пишем стандартно

Итог записывают в привычном алгебраическом виде: сначала более высокие степени, затем остальные слагаемые. Такой порядок делает ответ аккуратным и понятным.

Произведение многочленов: понятный алгоритм для любой задачи

Произведение многочленов всегда сводится к одному плану: раскрыть скобки, аккуратно перемножить все члены, привести подобные слагаемые и проверить результат. Этот приём нужен в алгебре и геометрии.