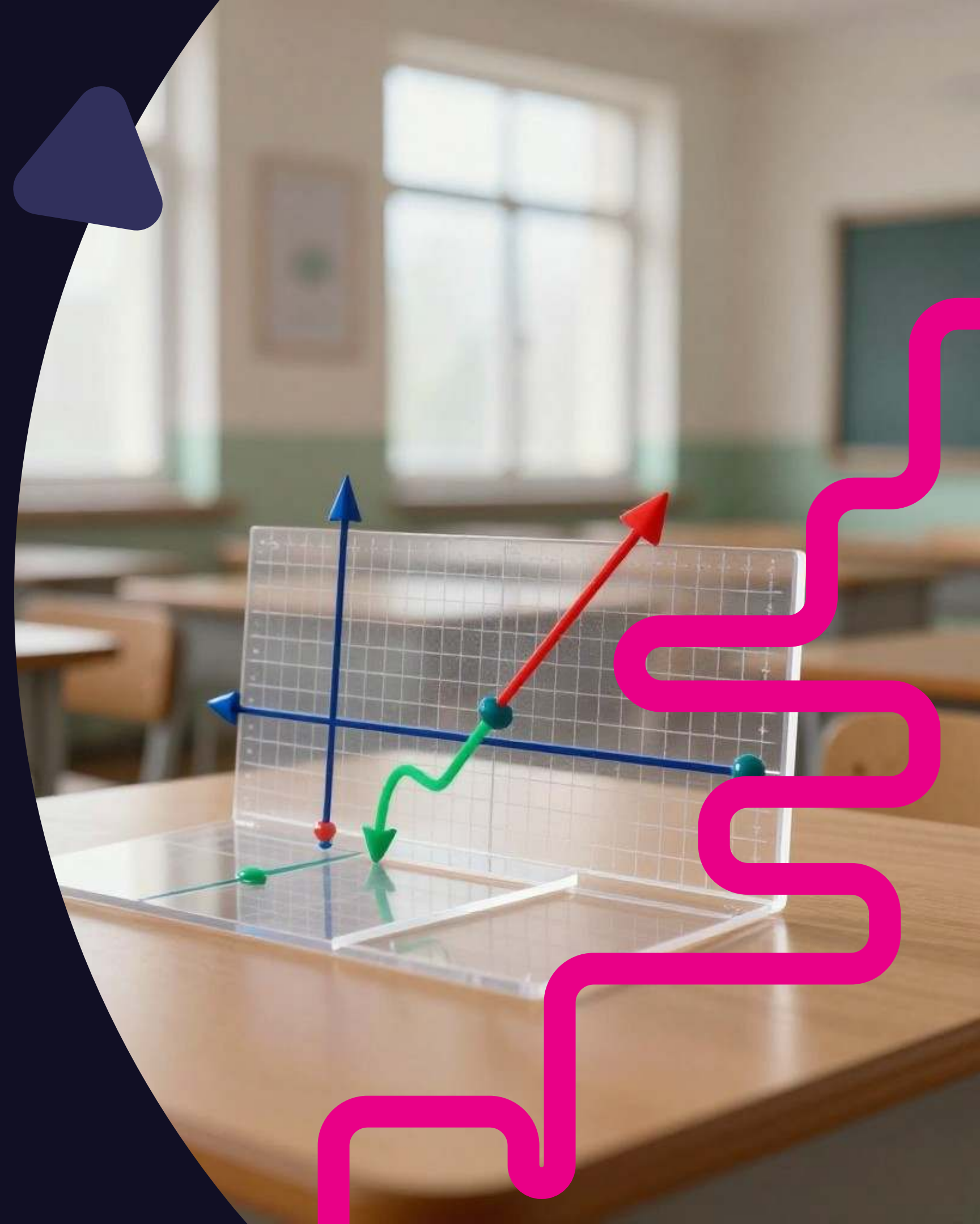
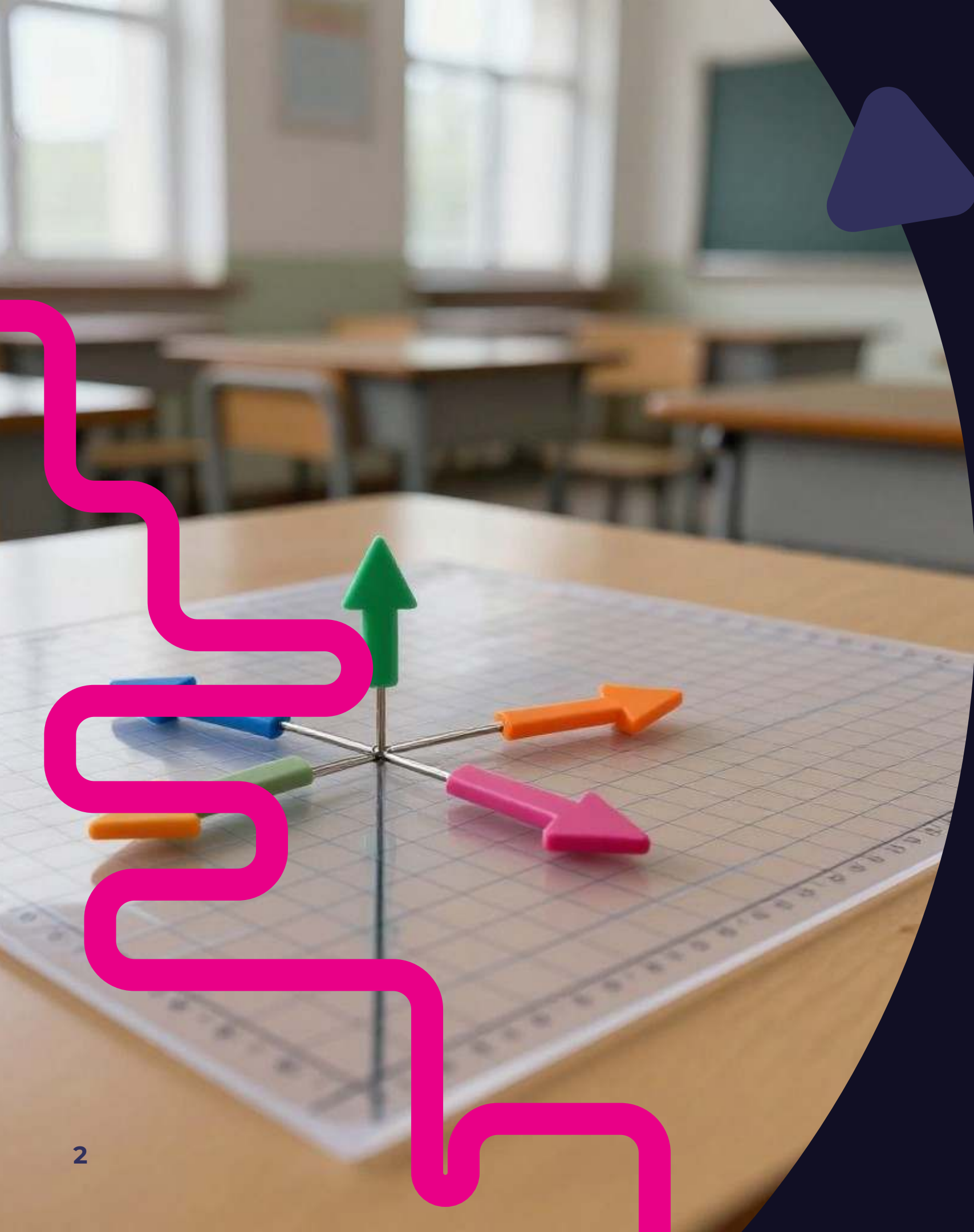


Векторы и координаты в геометрии: как числа задают положение и движение

Числа помогают точно описывать точку,
направление и перемещение на плоскости.





Зачем в 9 классе изучают векторы и координаты

Эта тема соединяет рисунок и вычисления: координаты показывают положение, а векторы — движение. Она лежит в основе аналитической геометрии и полезна в физике, информатике, навигации и картах, где важны точность и краткая запись данных.

Координатная плоскость и её элементы

01

Две оси

Координатная плоскость строится на двух перпендикулярных осях: горизонтальной Ox и вертикальной Oy . Вместе они образуют удобную систему, где можно точно задавать положение любой точки.

02

Начало отсчёта

Точка пересечения осей называется началом координат и обозначается O . От неё отсчитывают значения по обеим осям, поэтому именно она служит опорой для всей системы.

03

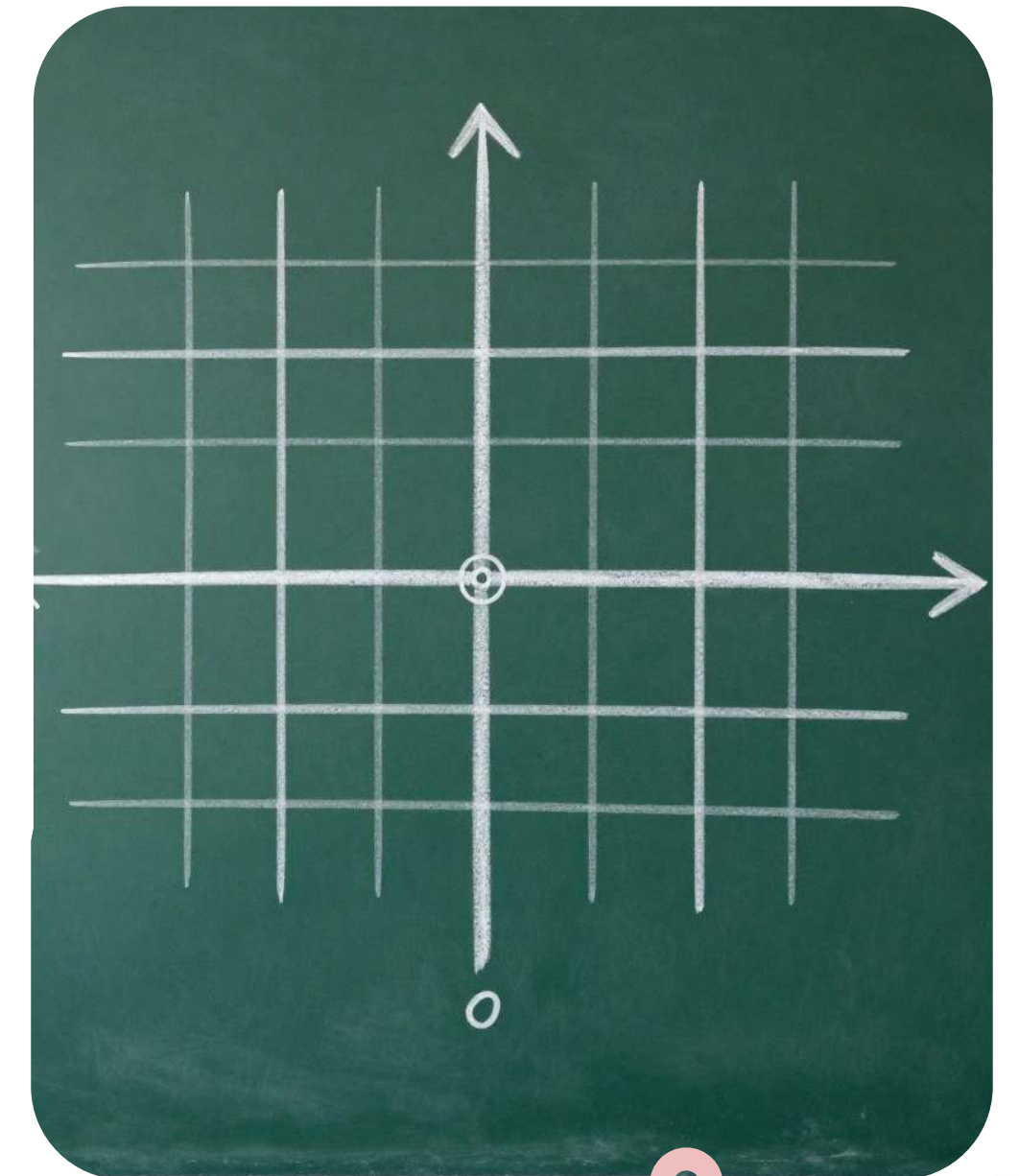
Единичные отрезки

Плоскость делят на равные отрезки или клетки, чтобы удобно откладывать числа. Чем аккуратнее масштаб, тем легче читать координаты, сравнивать точки и строить фигуры.

04

Пара координат

Любая точка записывается парой $(x; y)$. Первое число показывает положение по оси Ox , второе — по оси Oy , поэтому координаты однозначно определяют место точки на плоскости.



Как записываются и читаются координаты точки

▼ Порядок записи

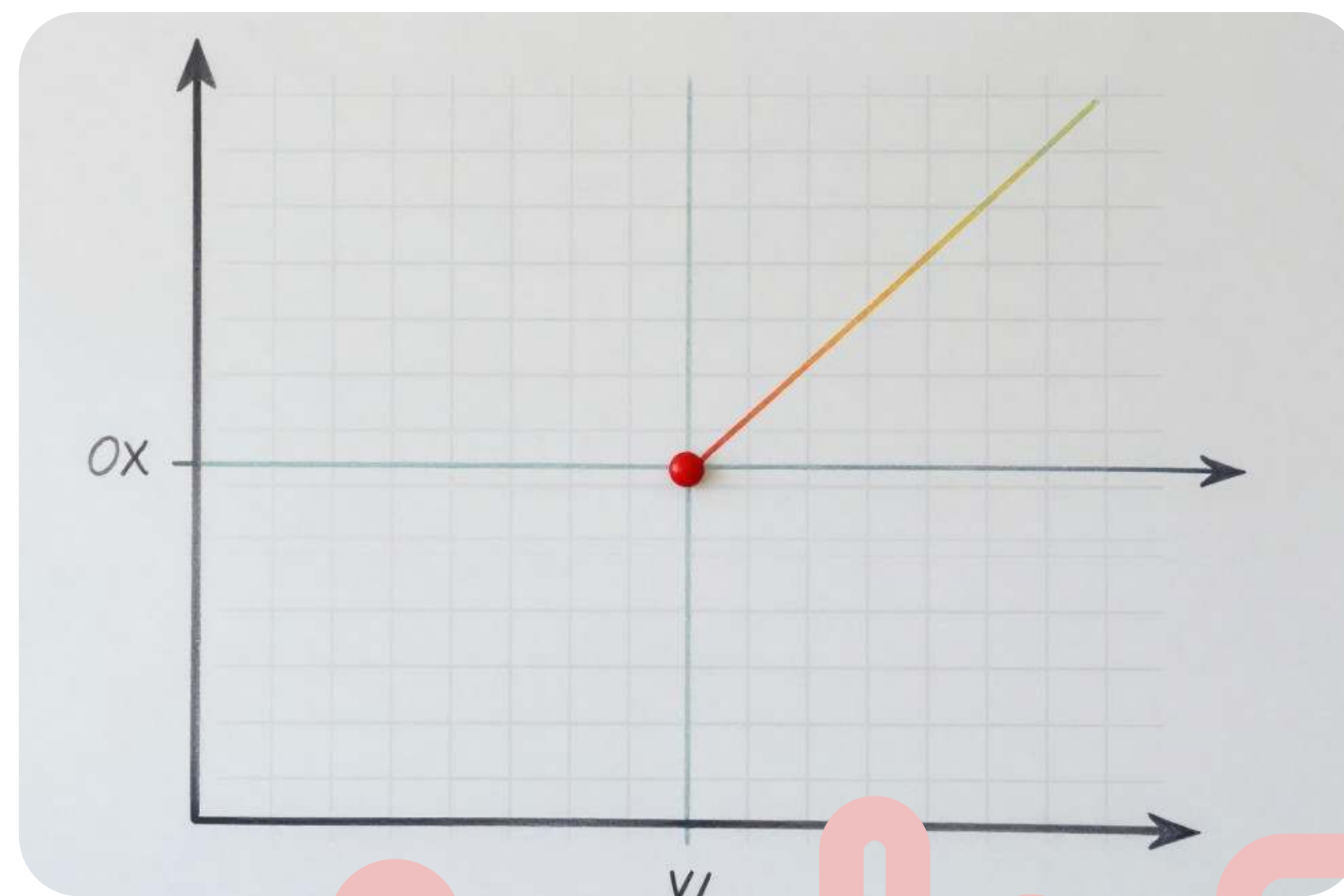
Координаты всегда пишут в скобках через точку с запятой: $A(3; 2)$, $B(-4; 5)$, $C(0; -1)$. Первый элемент относится к горизонтали, второй — к вертикали.

▼ Два шага на сетке

Чтобы найти точку, сначала двигаются вдоль оси Ox , затем — вдоль оси Oy . Такой способ помогает не путать направления и быстро находить нужное место на рисунке.

▼ Знаки и положение

Положительные и отрицательные значения показывают, в какую сторону от начала координат откладывать точку. Поэтому по записи можно заранее понять, где она окажется на плоскости.



Четыре четверти координатной плоскости

Знаки координат сразу показывают, в какой части плоскости находится точка.

По знакам координат можно быстро определить четверть. Точки на осях не относятся ни к одной четверти.

Определение четвертей на координатной плоскости

Четверть	Знаки
I	$x > 0, y > 0$
II	$x < 0, y > 0$
III	$x < 0, y < 0$
IV	$x > 0, y < 0$

Что такое вектор



Стрелка направления

Вектор изображают стрелкой, например $\rightarrow AB$. Она показывает, откуда начинается движение и куда оно направлено, поэтому рисунок сразу передаёт смысл перемещения.



Длина вектора

У каждого вектора есть длина, или модуль. Она показывает, насколько велико перемещение, и не зависит от того, где именно на плоскости изображён вектор.



Одинаковый смысл

Векторы равны, если совпадают их длина и направление. При этом они могут быть нарисованы в разных местах, потому что вектор можно параллельно переносить.



Начало и конец

У вектора есть начальная и конечная точки. Именно их порядок важен: если поменять направление, получится уже другой вектор с противоположным смыслом.

Нулевой, единичный и противоположные векторы

Вектор без движения

Нулевой вектор похож на точку: он не задаёт направления и имеет длину 0. Его удобно представлять как отсутствие перемещения, когда начальная и конечная точки совпадают. На схеме это короткий или совсем незаметный элемент.



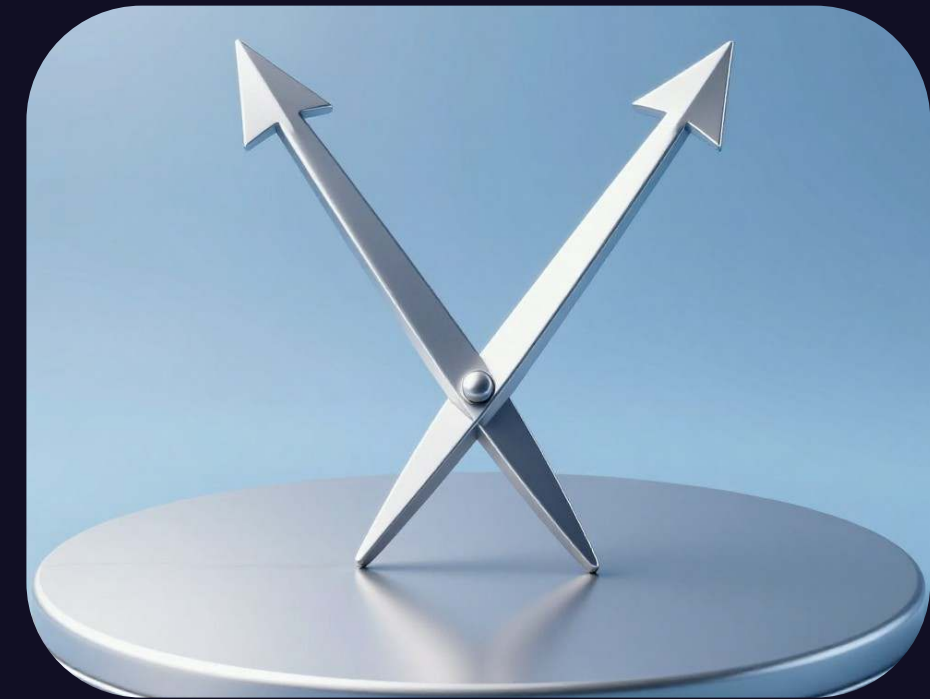
Единица для ориентира

Единичный вектор помогает измерять и сравнивать другие векторы, потому что его длина равна 1. В координатной записи он служит простым ориентиром, от которого удобно отсчитывать другие направления и расстояния. На рисунке он должен выглядеть как короткая, но заметная стрелка.



Два направления одной длины

Противоположные векторы имеют одинаковую длину, но смотрят в разные стороны. Если сложить такой вектор с его противоположным, получится нулевой вектор. На иллюстрации удобно показать две равные стрелки, направленные навстречу друг другу или в разные стороны.

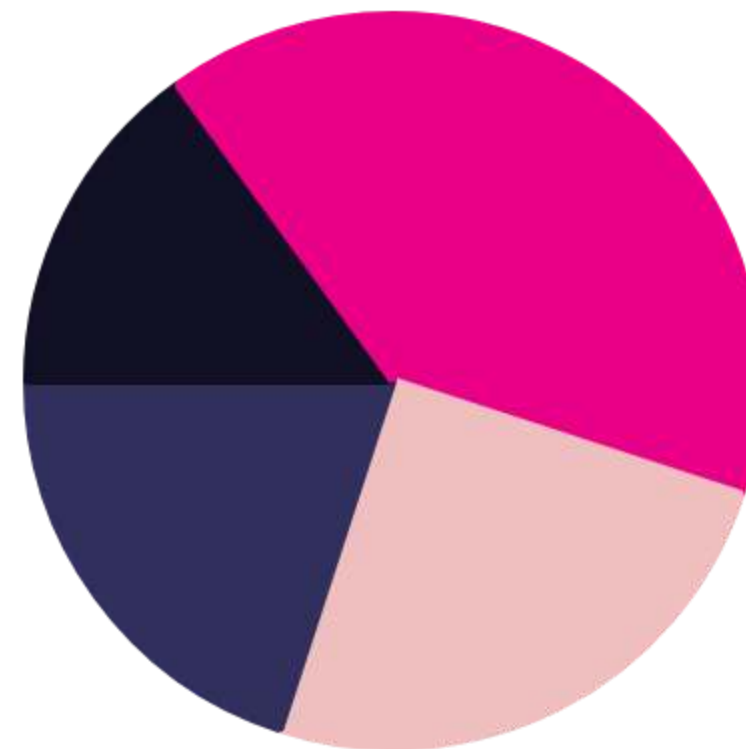
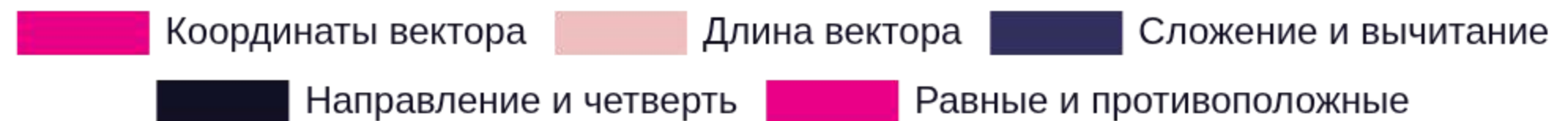


Какие действия с векторами встречаются чаще всего

В заданиях по теме чаще всего требуется не только увидеть рисунок, но и перевести его в точную запись с числами и знаками.

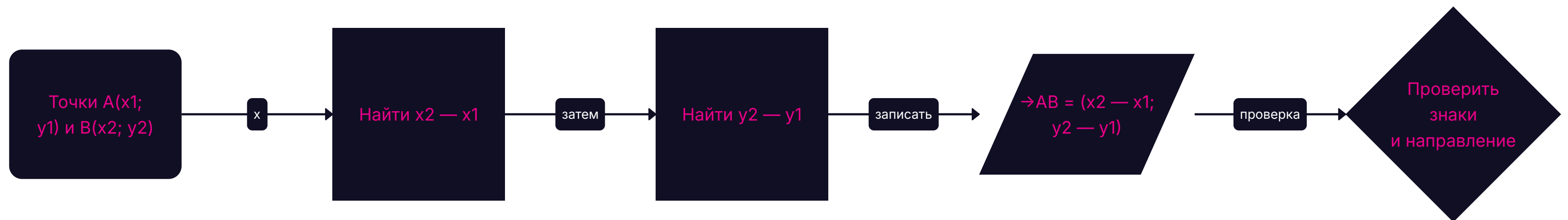
Главный навык — связать изображение с координатами. Именно это чаще всего проверяется в задачах.

Сводка типовых учебных действий по теме «Векторы и координаты»



Как находят координаты вектора по двум точкам

Алгоритм вычисления координат по началу и концу вектора



Сложение и вычитание векторов

01

Сложение по частям

Если векторы заданы координатами, их можно сложить по компонентам: складывают отдельно горизонтальные и вертикальные числа. Это удобно, когда нужно быстро найти итоговое перемещение без построения каждого шага.

02

Правило «конец к началу»

На рисунке векторы часто соединяют так, чтобы начало второго стояло в конце первого. Тогда результатом становится вектор, который соединяет начало первого с концом второго.

03

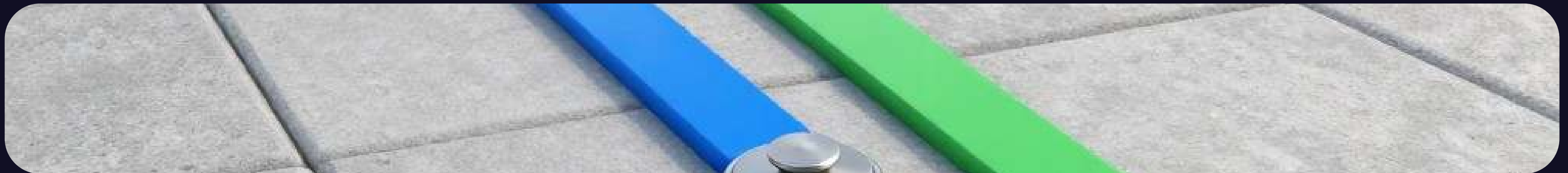
Вычитание через противоположный

Чтобы вычесть вектор, к первому прибавляют противоположный. Такой приём помогает не запоминать отдельное правило для вычитания и сохраняет связь с уже известным сложением.

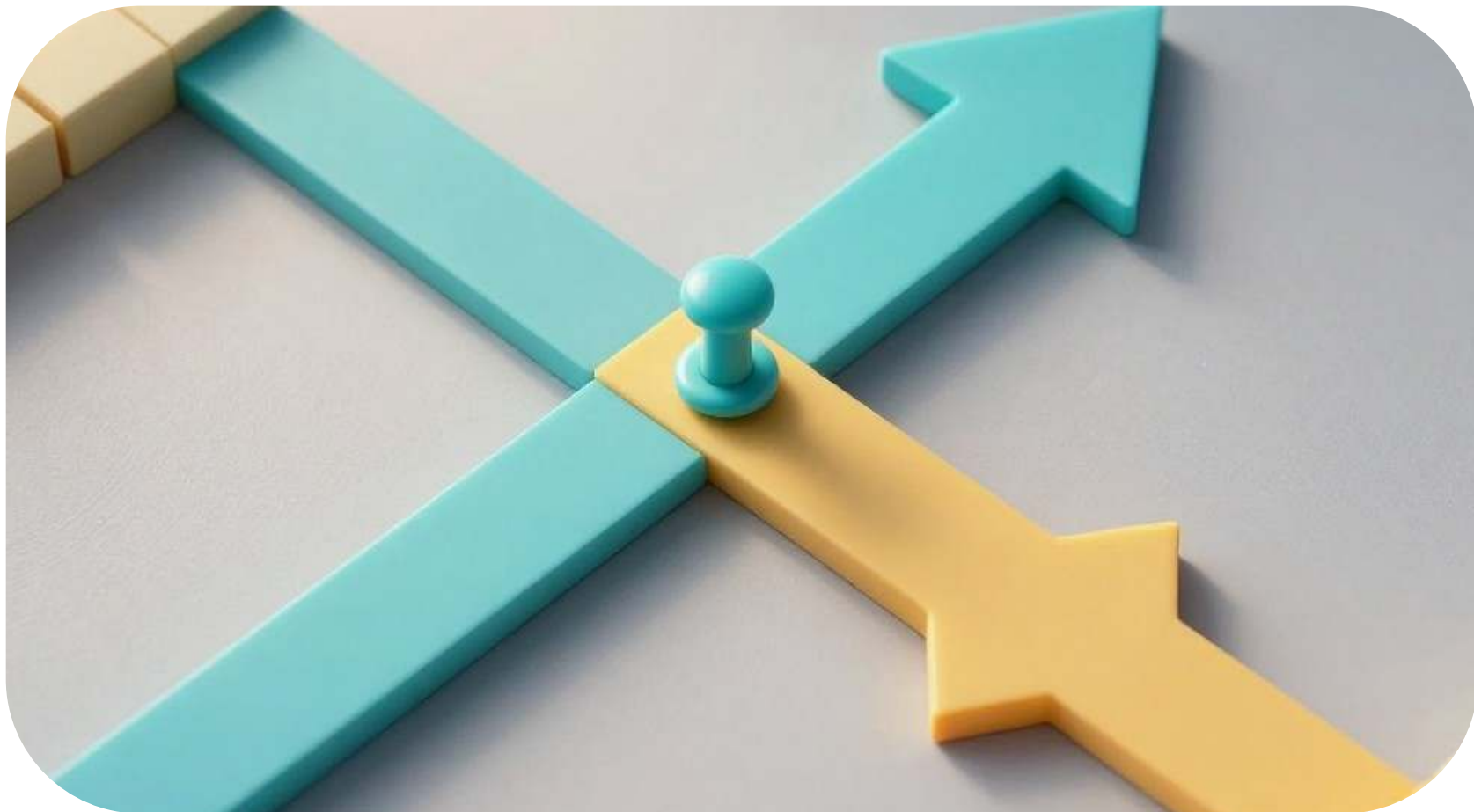
04

Полезно для движения

Эти действия особенно удобны в задачах про маршрут, смещение или путь по клеткам. Они позволяют получить итоговый ответ точно и проверить его по рисунку или координатам.



Правило параллелограмма для суммы векторов



Два пути — один результат

Когда два вектора выходят из одной точки, их можно рассматривать как два соседних перемещения. Если достроить фигуру до параллелограмма, диагональ покажет общее перемещение. Так наглядно видно, как складываются направление и длина.



Диагональ как ответ

Стороны параллелограмма совпадают с исходными векторами, а его диагональ соединяет начало и итоговую точку. Именно эта диагональ и является суммой. Метод удобен на чертеже: он помогает увидеть результат без лишних вычислений.

Примеры координат точек и векторов

Точки	Вектор	Координаты
A(1; 2), B(4; 6)	$\rightarrow AB$	(3; 4)
C(-2; 3), D(1; 1)	$\rightarrow CD$	(3; -2)
E(0; 0), F(-5; 2)	$\rightarrow EF$	(-5; 2)
K(2; -1), M(2; 5)	$\rightarrow KM$	(0; 6)

В таблице показано, как по координатам начала и конца вектора находят его координаты. Во всех примерах используется одно и то же правило вычитания.

Координаты вектора получают вычитанием: от координат конца отнимают координаты начала. Знаки и порядок записи определяют правильный ответ.

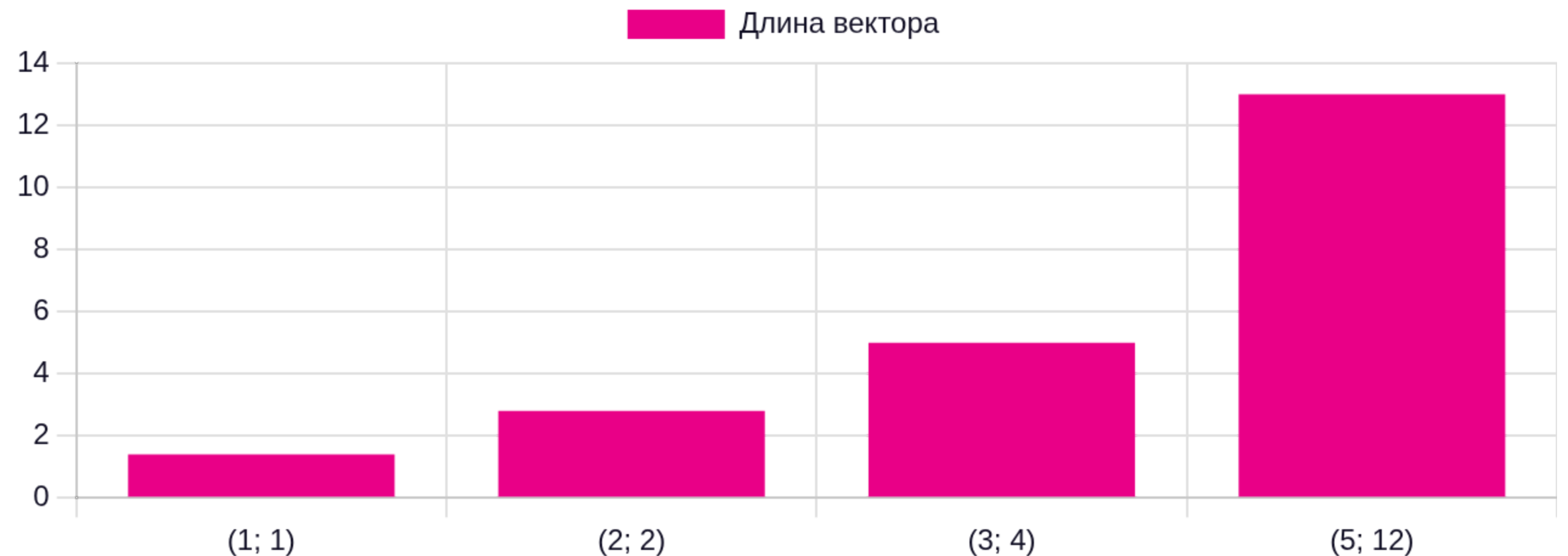
Составлено по правилам нахождения координат вектора из координат начала и конца.

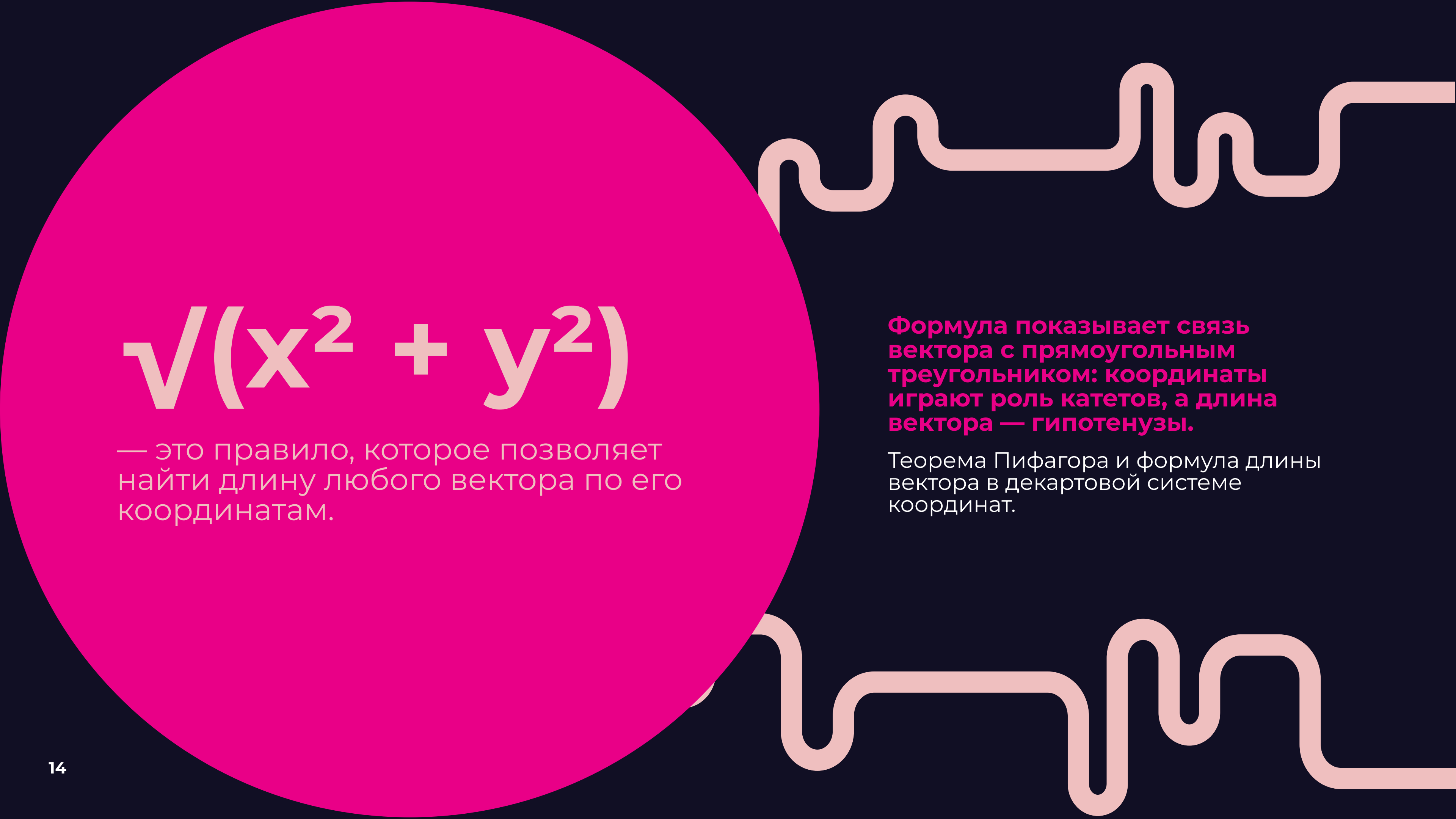
Как длина вектора зависит от его координат

На диаграмме видно, что рост координат обычно увеличивает длину, но решающим остаётся их сочетание. Особенно хорошо это показывает вектор с координатами 5 и 12.

Длина зависит сразу от обеих координат и не равна их простому сложению. Иногда небольшие по виду числа дают заметно большую длину.

Вычислено по формуле $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.



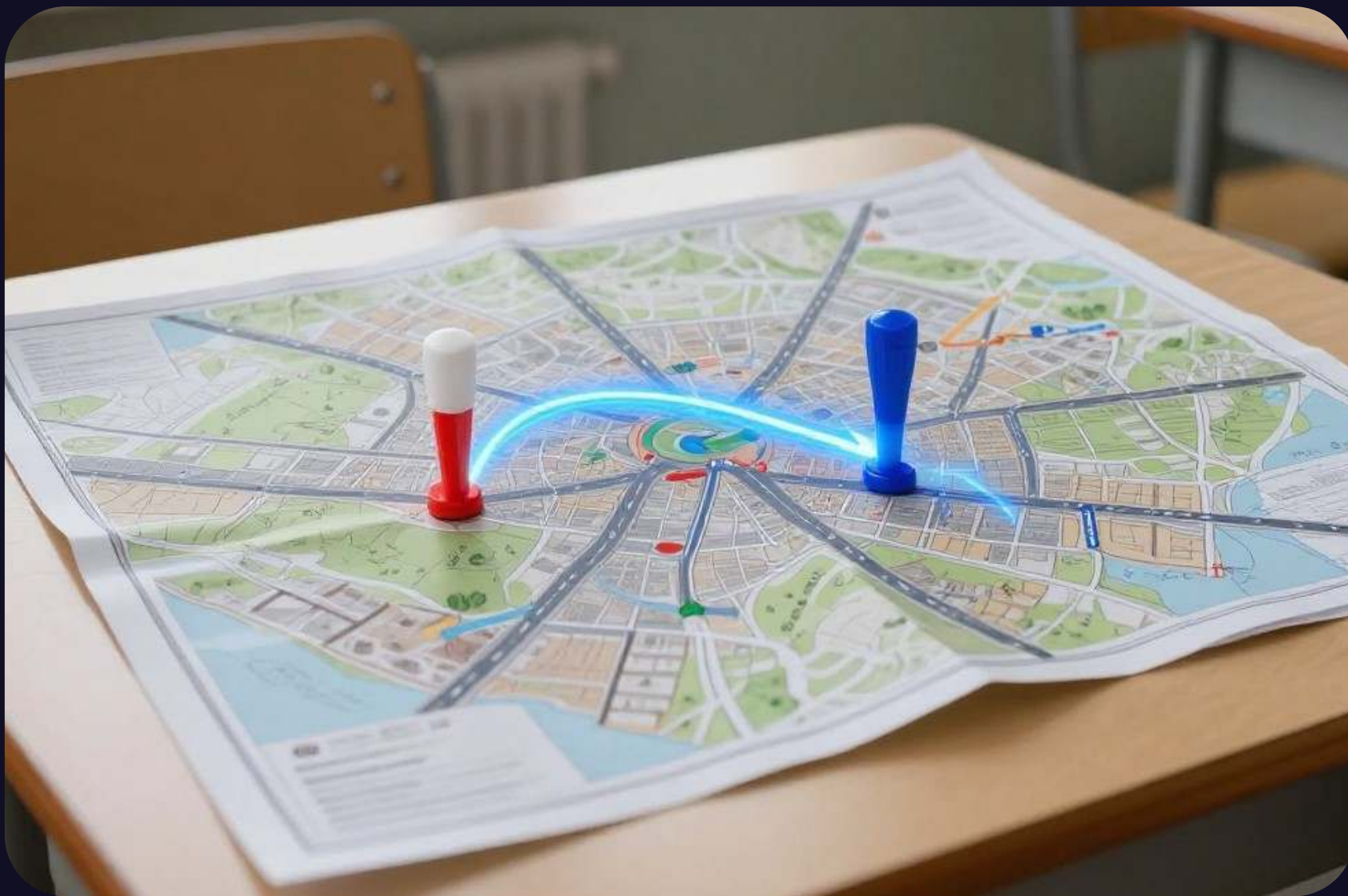
A large pink circle is positioned on the left side of the slide. To its right, there are two horizontal wavy lines in a light pink color, one at the top and one at the bottom, resembling stylized sound waves or decorative borders.
$$\sqrt{(x^2 + y^2)}$$

— это правило, которое позволяет найти длину любого вектора по его координатам.

Формула показывает связь вектора с прямоугольным треугольником: координаты играют роль катетов, а длина вектора — гипотенузы.

Теорема Пифагора и формула длины вектора в декартовой системе координат.

Где векторы встречаются в жизни



Маршруты на карте

- Координаты помогают точно указать место, а вектор показывает путь от одной точки к другой. Так удобно описывать движение по городу, школьному двору или карте местности.

Физика движения

- В физике вектором описывают скорость, силу и перемещение. Он показывает не только величину, но и направление, поэтому помогает точнее понимать, как движется тело.

Информатика и игры

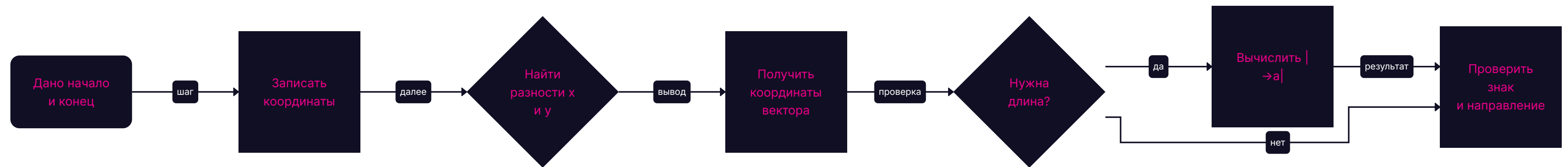
- В компьютерной графике векторы задают движение объектов, повороты и смещения. Благодаря этому персонажи, изображения и анимации могут перемещаться по экрану предсказуемо.

Роботы и навигация

- Робот или навигационная система использует координаты для определения положения, а векторы — для выбора направления и расстояния. Это делает движение более точным и управляемым.

Алгоритм решения задачи на координаты и векторы

Последовательность действий для базовых задач по теме.



Типичные ошибки в задачах по теме

Эта таблица помогает быстро увидеть, где чаще всего теряются знаки, порядок чисел и точность вычислений. Такие ошибки легко исправить, если проверять каждый шаг.

Большинство ошибок связано не со сложностью темы, а с вниманием к знакам, порядку координат и формуле длины.

Анализ типичных ошибок при решении задач по координатам и векторам.

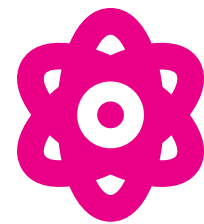
Ошибка	Что случается
х и у перепутаны	Точка смещается
Неверное вычитание	Меняется знак
Забыто начало	Сбивается порядок
Без квадратов	Ответ неверен
Оси и четверти	Положение искажено

Где используются координаты и векторы



География

На картах координаты помогают указать местоположение, а векторы — описать маршрут. Это удобно при поиске точки и планировании пути по местности.



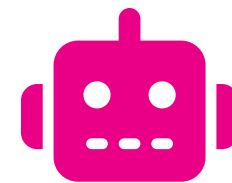
Физика

В физике векторы используют для силы, скорости и перемещения. Они показывают направление и величину, поэтому подходят для точного описания движения и взаимодействий.



Информатика

В компьютерной графике координаты задают положение объектов на экране, а векторы помогают перемещать их, строить анимацию и делать игры более реалистичными.



Робототехника

Робот ориентируется в пространстве с помощью координат и векторов. Так он может двигаться по заданной траектории, поворачивать и останавливаться в нужной точке.



Навигация

Навигационные системы используют координаты для точного определения места, а векторы — для задания направления и расстояния до следующего пункта маршрута.

Что должен уметь ученик по теме

01

Находить точку

Ученик должен уметь читать координаты точки на плоскости и правильно отмечать её на сетке, не путая горизонтальное и вертикальное направления.

02

Определять четверть

По знакам координат нужно быстро понимать, в какой четверти лежит точка, и замечать случаи, когда точка находится на оси.

03

Записывать вектор

По двум точкам следует находить координаты вектора, вычитая координаты начала из координат конца и соблюдая правильный порядок.

04

Работать с действиями

Важно уметь складывать и вычитать векторы по координатам, а также понимать смысл противоположного вектора и суммы перемещений.

05

Находить длину

Нужно вычислять модуль вектора по формуле и проверять ответ по рисунку, чтобы убедиться в правильности знаков и вычислений.

Векторы и координаты делают геометрию точной и понятной

Координаты задают положение, а векторы описывают движение. Вместе они превращают рисунок в точные числа, помогают считать без ошибок и уверенно решать задачи на плоскости.