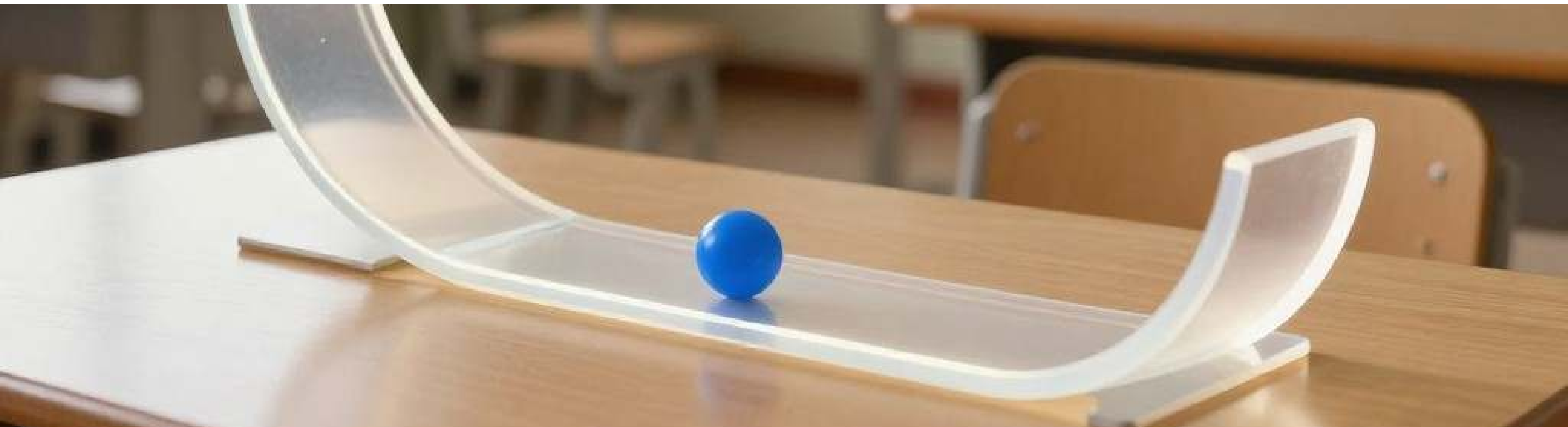


График квадратичной функции

Парабола помогает быстро увидеть максимум, минимум и нули функции.



Зачем изучать параболу в алгебре

Квадратичная функция связывает формулы с графиком и показывает, как величина может сначала расти, а затем убывать. Этот график часто встречается в задачах и реальных ситуациях, поэтому его важно уметь читать и строить.



Общий вид квадратичной функции

1. Стандартная запись

Квадратичная функция записывается в виде $y=ax^2+bx+c$. В этой формуле коэффициенты задают форму графика и помогают заранее понять его основные свойства.

2. Роль коэффициента a

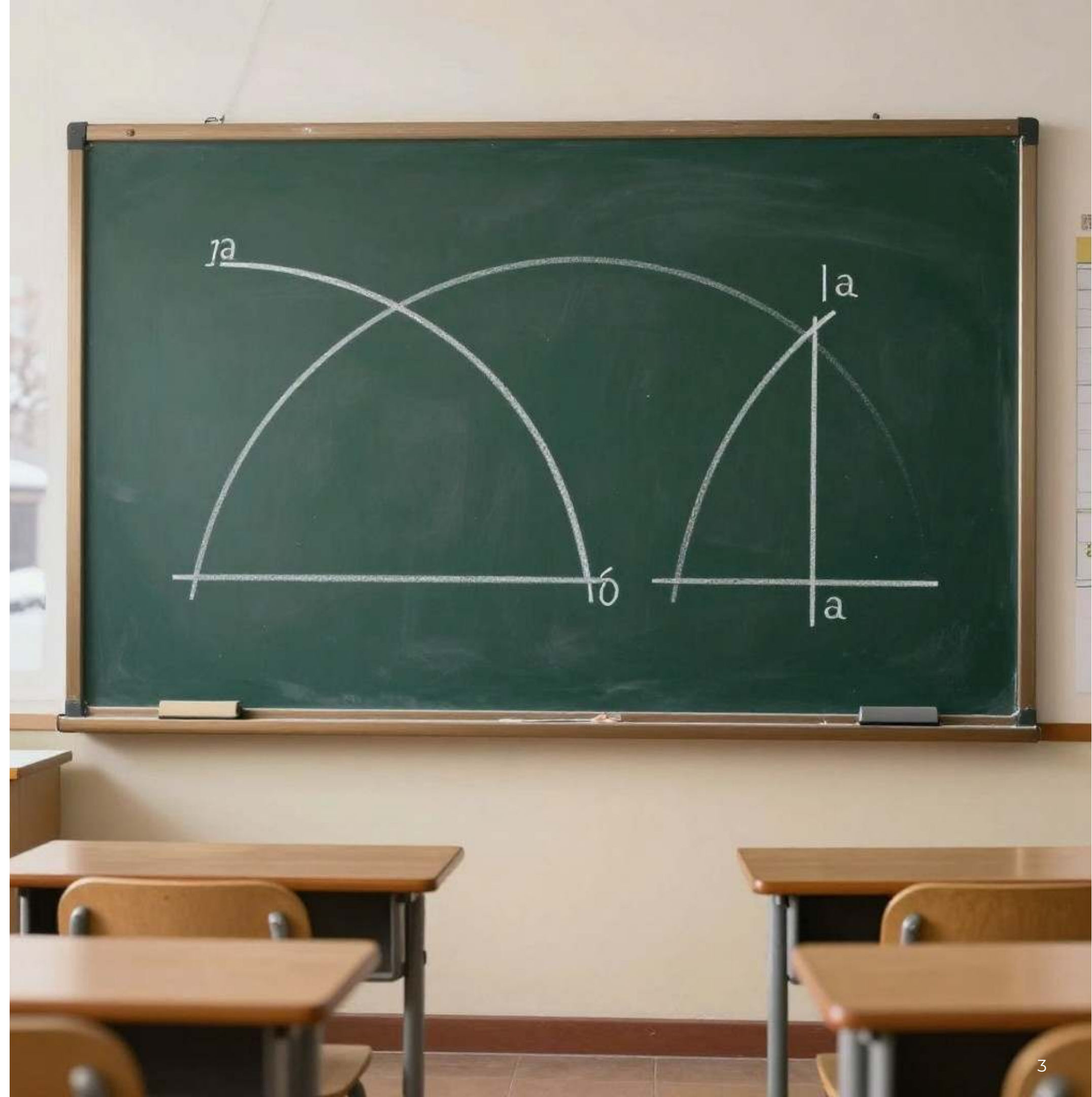
Число a определяет, куда направлены ветви параболы, и влияет на её ширину. При большом модуле график становится уже, а при малом — более широким.

3. Значение коэффициента b

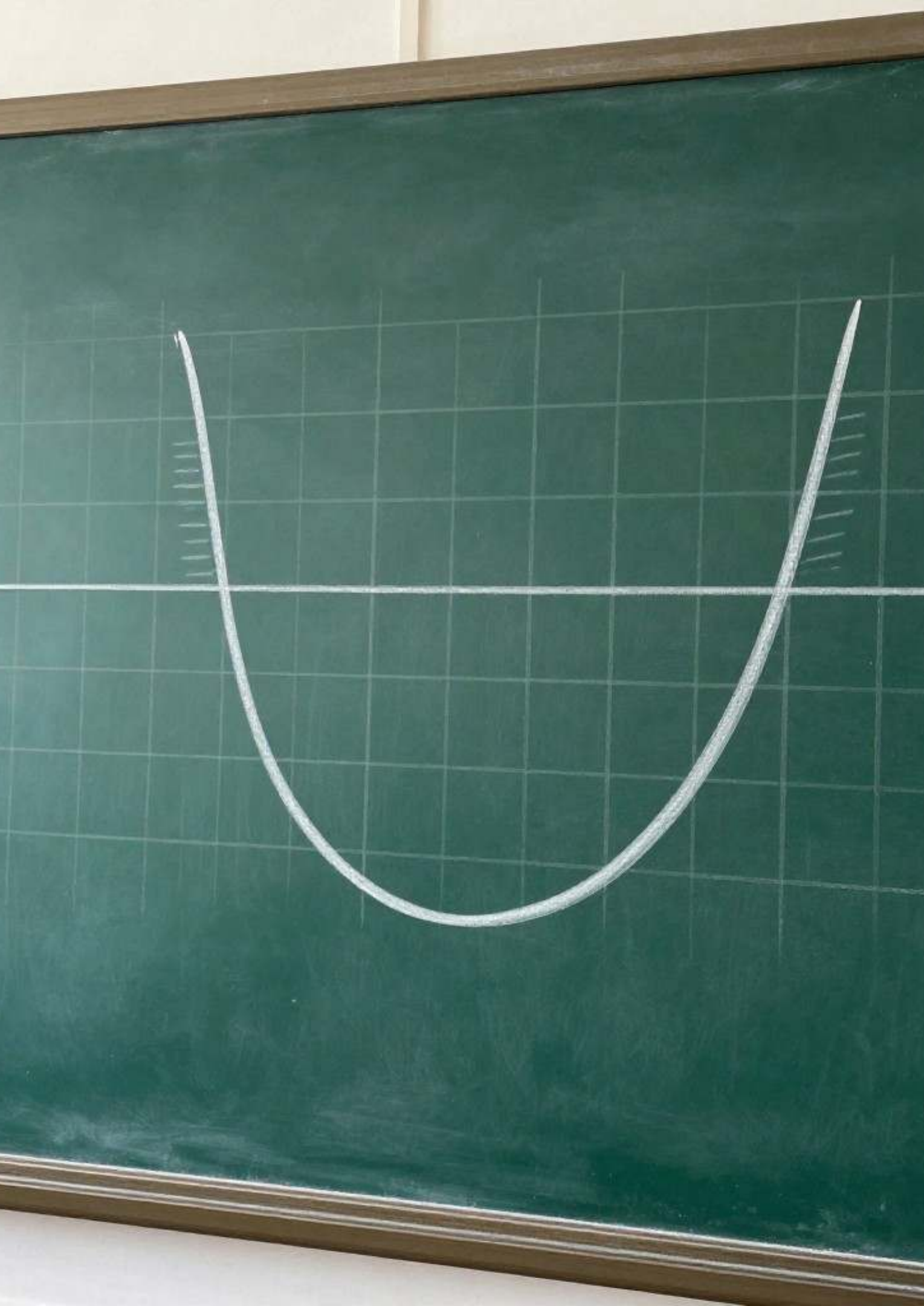
Коэффициент b связан с положением вершины и оси симметрии. Изменение этого числа может заметно сместить параболу по горизонтали.

4. Смысл коэффициента c

Коэффициент c показывает, где график пересекает ось y . Когда $x=0$, значение функции равно c , поэтому эта точка находится сразу без дополнительных вычислений.



Как выглядит парабола на координатной плоскости



Форма графика

Парабола выглядит как плавная U-образная линия. Её форма легко узнаётся по симметрии и по тому, как располагаются точки слева и справа.

Ветви вверх и вниз

Если $a > 0$, ветви направлены вверх и график имеет самую нижнюю точку. Если $a < 0$, парабола переворачивается и вершина становится самой высокой точкой.

Вершина графика

Вершина показывает место, где график меняет направление. Именно вокруг неё строится вся парабола, поэтому её удобно искать первой.

Оси и точки

На координатной плоскости помогают оси, отмеченная вершина и несколько точек графика. По ним проще понять форму параболы и проверить правильность построения.

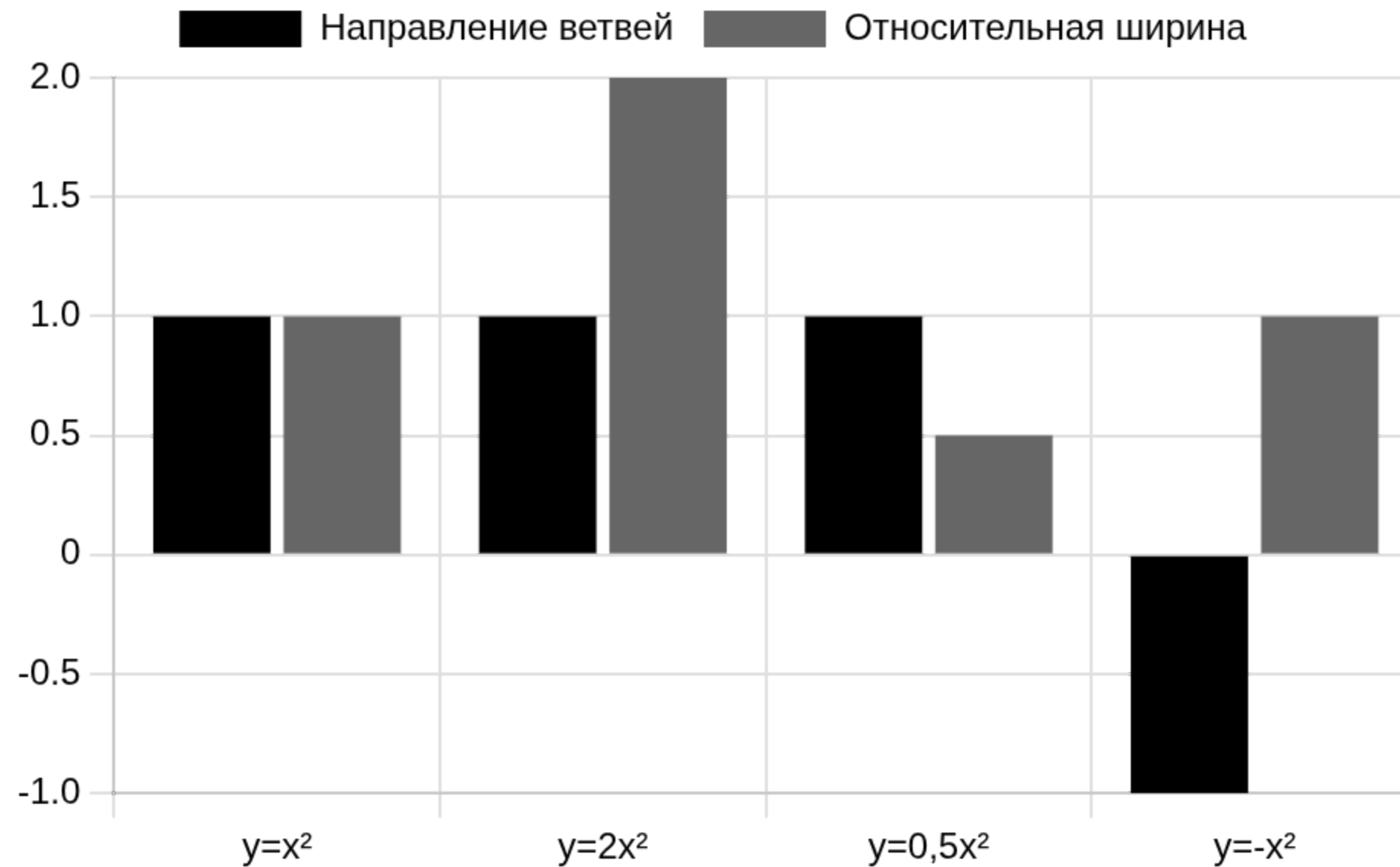
4

**примера обычно
сравнивают, чтобы
увидеть влияние
коэффициента a на форму
параболы.**

Сравнение нескольких функций показывает, как одно число меняет направление ветвей и ширину графика. Это помогает быстрее запомнить роль коэффициента a .

Учебный пример сравнения функций $y=x^2$, $y=2x^2$, $y=0,5x^2$ и $y=-x^2$.

Сравнение парабол с разными коэффициентами а



На диаграмме видно, что знак коэффициента задаёт направление ветвей, а модуль — относительную ширину графика.

Положительные коэффициенты дают параболы вверх, а отрицательный — вниз; чем больше модуль, тем уже график.

Учебное сравнение функций $y=x^2$, $y=2x^2$, $y=0,5x^2$ и $y=-x^2$.

Роль коэффициентов b и c

1.

Точка пересечения с y

Коэффициент c сразу задаёт точку пересечения графика с осью y . Для этого достаточно взять $x=0$ и получить значение функции без сложных преобразований.

2.

Сдвиг вершины

Коэффициент b вместе с a определяет, где окажется вершина параболы. Поэтому даже при одинаковых a и c график может сместиться влево или вправо.

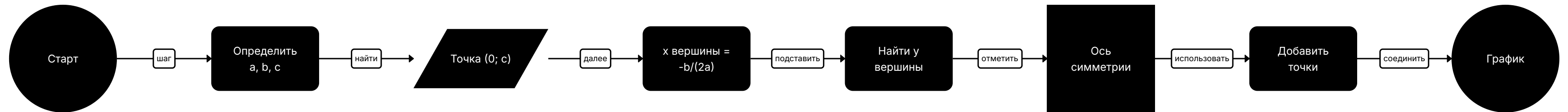
3.

Как читать изменения

Если изменить только b , форма параболы может сохраниться, но её положение изменится. Это удобно замечать при сравнении нескольких графиков с близкими формулами.

Пошаговое построение параболы

Алгоритм построения графика квадратичной функции по формуле $y=ax^2+bx+c$



2

**СТОИТ В ЗНАМЕНАТЕЛЕ
формулы, по которой
находят абсциссу
вершины.**

Формула $x = -b/(2a)$ помогает быстро найти место, где график меняет направление. Затем по этому x вычисляют точную высоту вершины.

Формула вершины квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$.

Ось симметрии параболы

1. Главная прямая

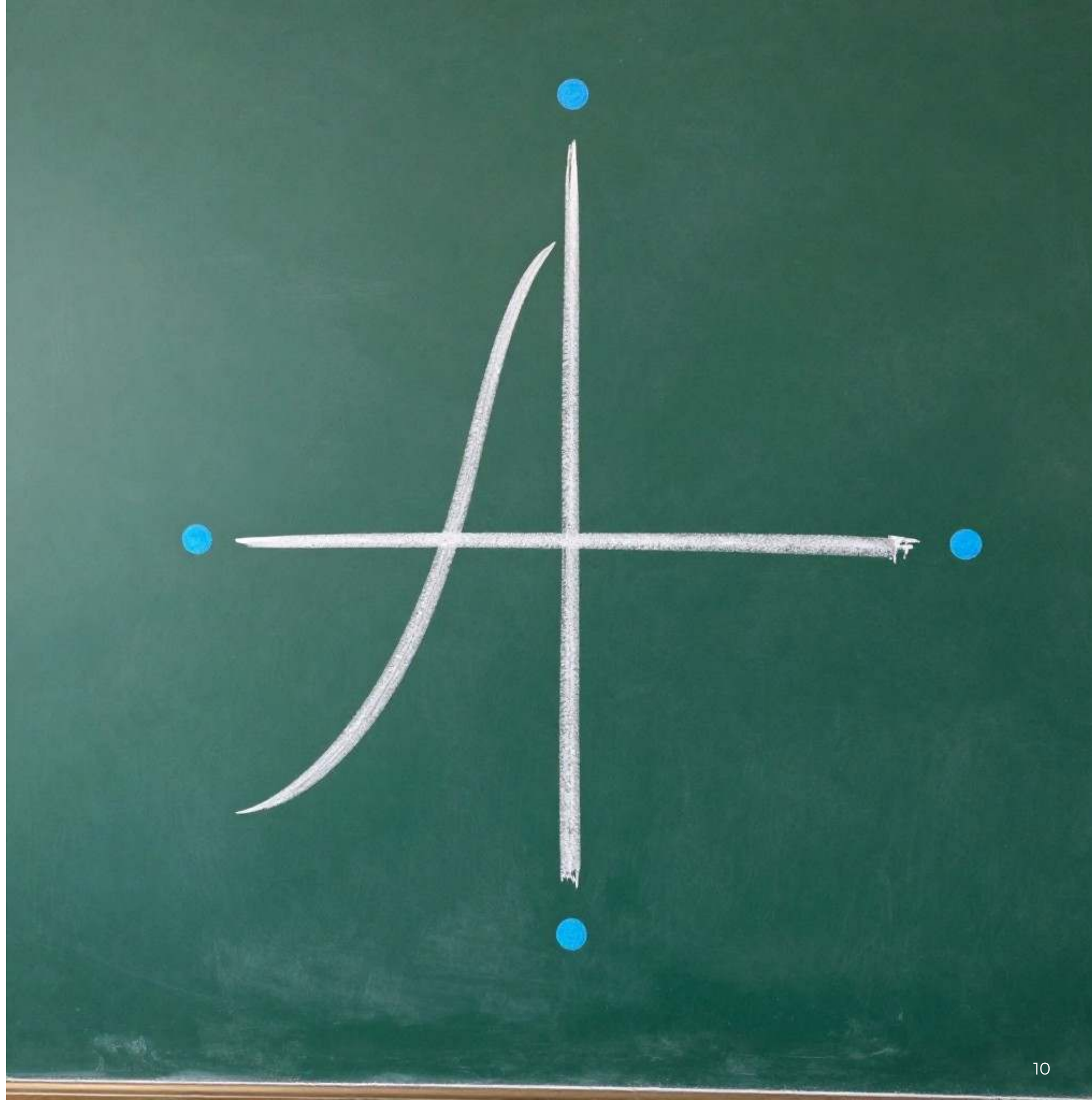
Ось симметрии — это вертикальная прямая $x = -b/(2a)$. Она делит параболу на две одинаковые части, которые отражаются друг относительно друга.

2. Одинаковые расстояния

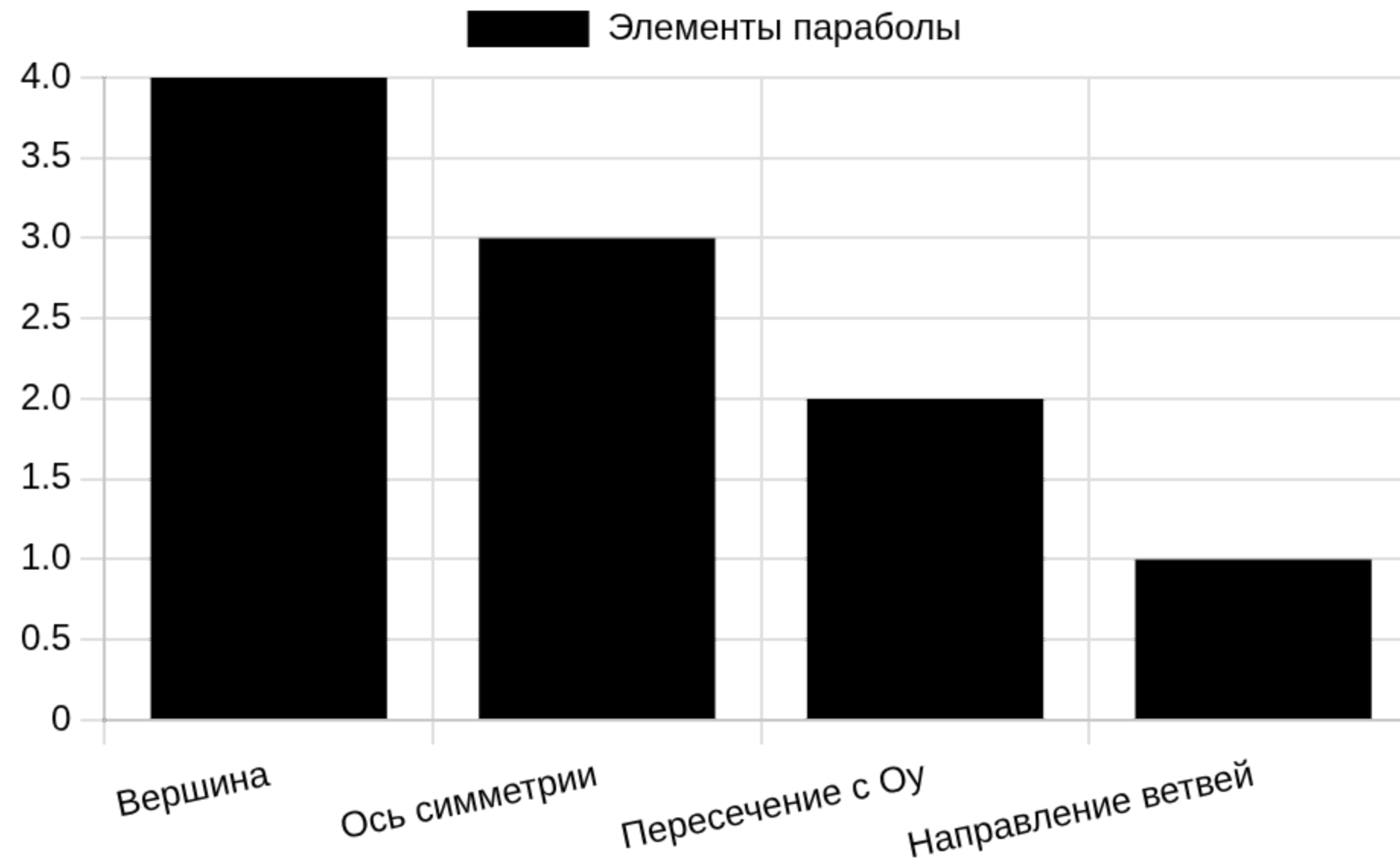
Точки, находящиеся на одинаковом расстоянии от оси симметрии, имеют одинаковые значения y . Это свойство помогает быстро проверять построение графика.

3. Поиск недостающих точек

Если одна точка уже известна, можно сразу найти вторую симметричную ей. Такой приём экономит время и делает чертёж аккуратнее.



Главные элементы графика



Каждый элемент помогает быстро «прочитать» параболу: где она поворачивает, как расположена и с чем связана формула функции.

Самой заметной характеристикой остаётся вершина, а ось симметрии и пересечения уточняют положение графика.

Учебный материал по алгебре; схема обобщена по свойствам квадратичной функции.

Таблица значений для функции $y=x^2-2x-3$

Таблица показывает несколько точек графика и помогает увидеть его форму без полного построения.

По значениям видно симметрию относительно $x=1$ и вершину параболы в точке $(1; -4)$.

x	y
-2	5
-1	0
0	-3
1	-4
2	-3

Учебный пример по алгебре.

Нули функции и пересечения с осью x

Что называют нулями

Нули функции — это такие значения x , при которых значение y становится равным нулю. На графике они всегда совпадают с точками пересечения параболы с осью x .

Два, один или ни одного

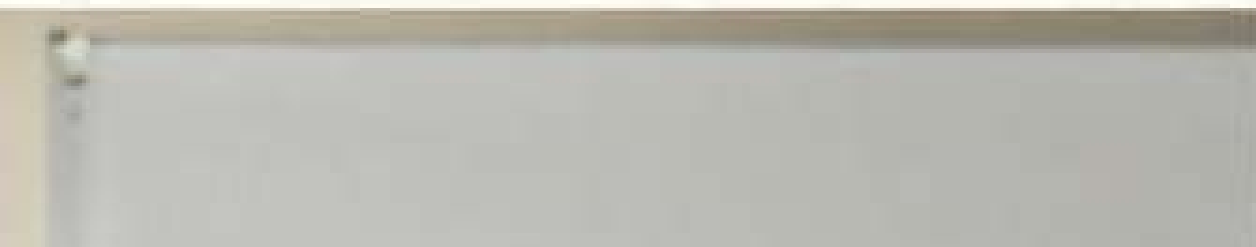
У квадратной функции может быть два действительных нуля, один нуль или совсем не быть их. Это зависит от того, как парабола расположена относительно оси x .

Если есть пересечение

Когда график пересекает ось x в двух точках, уравнение имеет два корня. Если парабола касается оси x , корень один, но он может считаться двойным.

Если пересечения нет

Если парабола не встречается ось x , значит, действительных корней у квадратного уравнения нет. В этом случае значения функции не обращаются в ноль на числовой прямой.



Где встречается парабола вокруг нас

Полёт мяча

Если бросить мяч вверх, его высота сначала увеличивается, потом достигает наибольшего значения и снова уменьшается. Такой путь хорошо описывает парабола, потому что движение меняет направление в середине. На рисунке можно увидеть подъём, вершину и последующий спуск.



Арки и конструкции

Параболическая форма встречается в мостовых арках и некоторых инженерных сооружениях. Она помогает распределять нагрузку и делает конструкцию устойчивой. Поэтому график квадратичной функции полезен не только на уроках, но и в реальных проектах.



Фонари и антенны

Отражатели фонарей и отдельные виды антенн тоже используют форму, близкую к параболе. Такая поверхность помогает собирать или направлять свет и сигналы. Здесь математика становится практическим инструментом, а не только школьной темой.



Что можно узнать по графику

1.

Направление ветвей

Сначала определяют, куда направлены ветви параболы. Если они идут вверх, внизу находится наименьшее значение функции; если вниз — наибольшее значение.

2.

Вершина и ось

Затем находят вершину и проводят ось симметрии. Эти элементы показывают, где график меняет направление и как его левая часть отражается относительно правой.

3.

Область значений

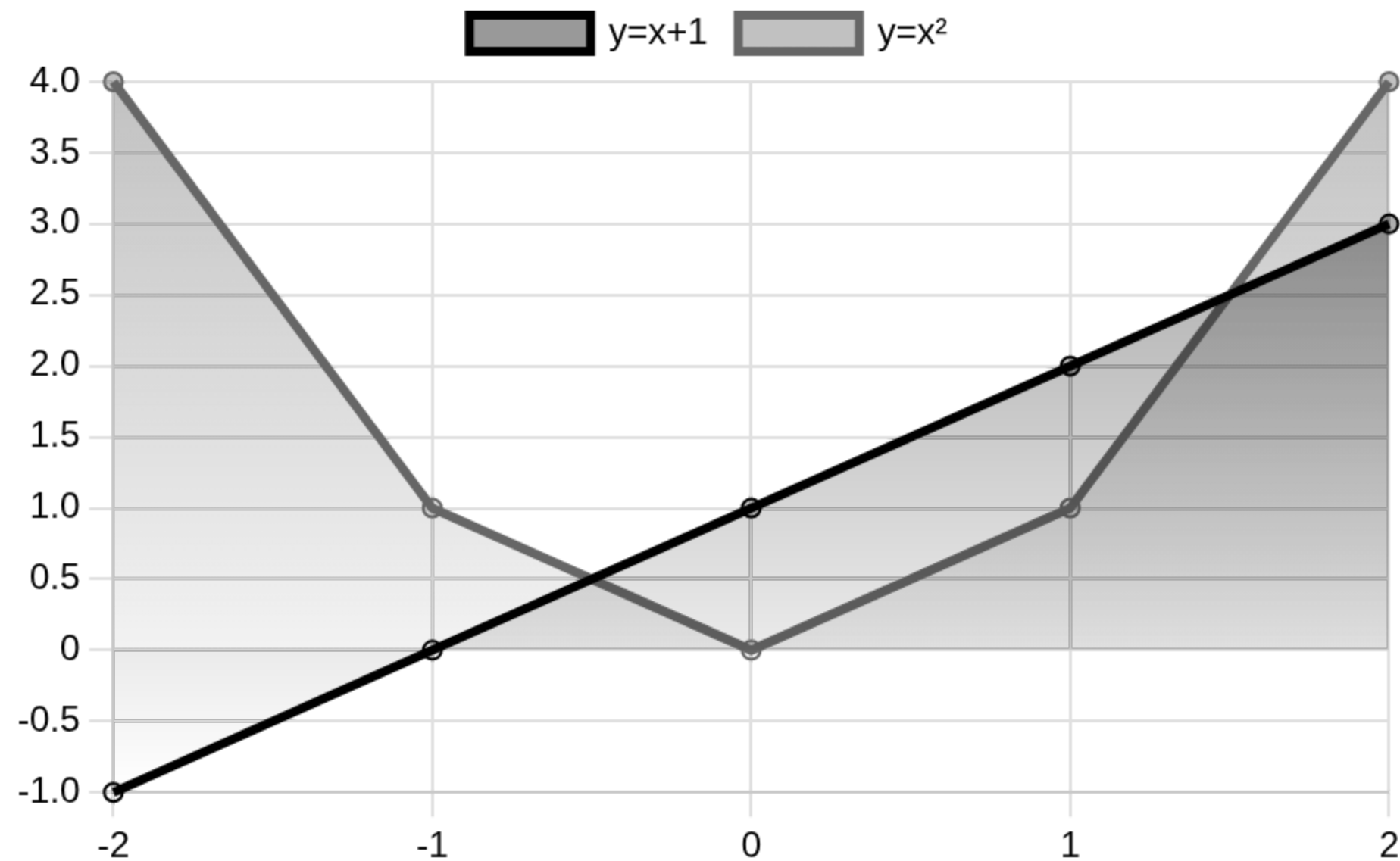
По вершине легко понять, какие значения y принимает функция. У параболы с ветвями вверх все значения не меньше значения вершины, а с ветвями вниз — не больше его.

4.

Нули и промежутки

После этого проверяют пересечения с осью x и делают вывод о нулях функции. По положению графика также видно, где функция возрастает и где убывает.

Парабола и прямая: различие графиков



Вычисленные значения функций $y=x+1$ и $y=x^2$ для сравнения.

На одних и тех же значениях x видно, что прямая изменяется равномерно, а квадратичная функция сначала убывает, затем возрастает.

Прямая показывает постоянный шаг, а парабола — изменение с поворотом; по форме графика легко определить тип зависимости.

Типичные ошибки при построении графика

Ошибка	К чему ведёт
Неверный знак a	Ветви идут не туда
Путают ось симметрии	Точки располагаются неверно
Не отмечают $(0; c)$	Теряется опорная точка
Мало точек	Форма графика искажается
Соединяют ломаной	Парабола выглядит неверно

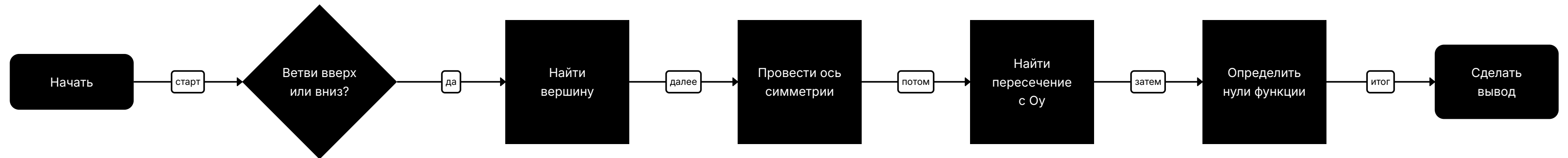
Школьный курс алгебры.

Таблица напоминает, какие неточности чаще всего мешают правильно построить параболу и прочитать её свойства.

Чтобы избежать ошибок, нужно проверять коэффициенты, использовать симметрию и соединять точки плавной линией.

Как анализировать готовый график

Последовательность действий по школьному курсу алгебры



Связь формулы, таблицы и графика



Формула

Формула задаёт правило, по которому для каждого значения x можно вычислить y . Именно она позволяет точно описать поведение квадратичной функции и проверить любые найденные точки.



Таблица

Таблица показывает отдельные пары значений и помогает заметить закономерность. По нескольким точкам можно увидеть симметрию, вершину и приблизительную форму будущего графика.



График

График соединяет вычисленные значения в наглядную линию. Он позволяет быстро сравнить все данные, заметить пересечения с осями и сделать вывод о свойствах функции.

Что важно запомнить о графике квадратичной функции

Парабола — это не просто кривая, а удобный способ увидеть свойства функции. По вершине, оси симметрии и ветвям можно быстро понять поведение графика и проверить вычисления.