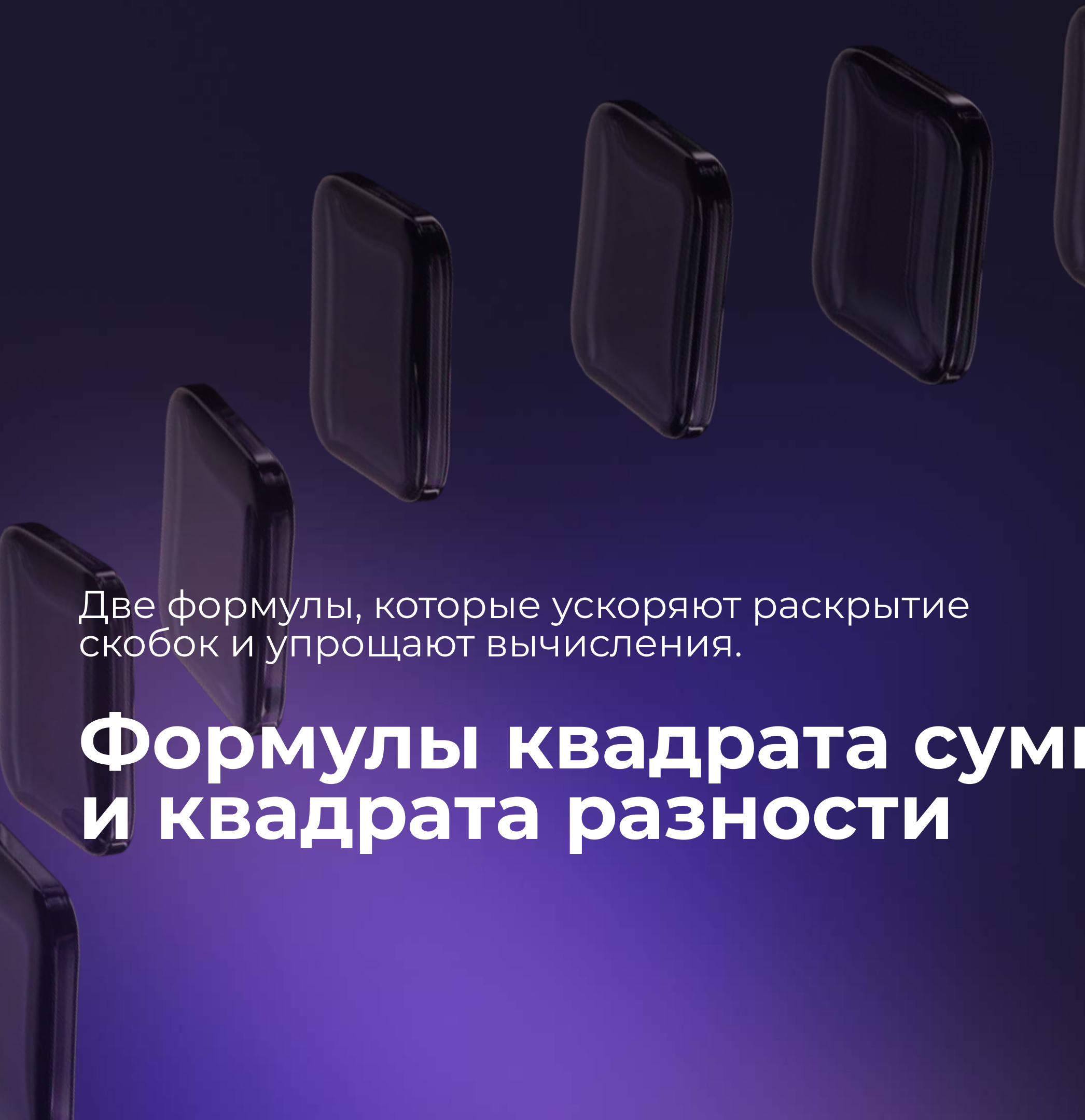




Две формулы, которые ускоряют раскрытие
скобок и упрощают вычисления.

Формулы квадрата суммы и квадрата разности



Почему эти формулы важны в алгебре

В 7 классе эти формулы помогают быстро раскрывать скобки, упрощать выражения и проверять ответы. Они особенно полезны, когда в квадрат возводят сумму или разность чисел и буквенных выражений.

Произведение выражения
на само себя даёт четыре
слагаемых, а после приведения
подобных остаётся три.

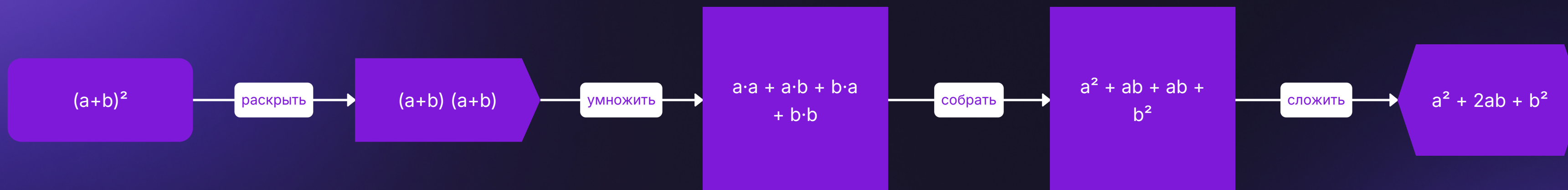
4

при раскрытии скобок появляется
именно столько произведений

Правило раскрытия скобок
для произведения двучлена
на двучлен.

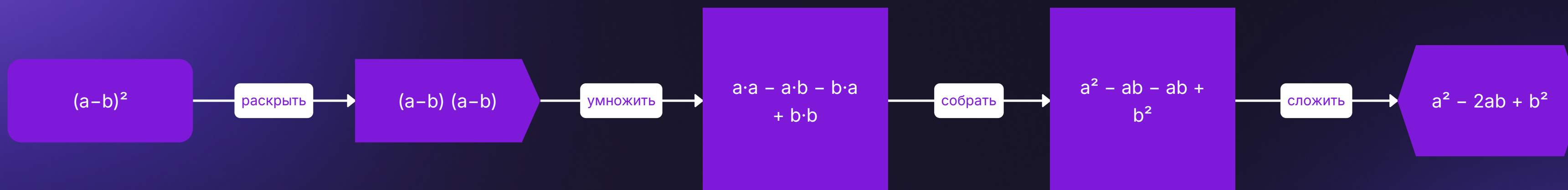
Преобразование квадрата суммы

Последовательность раскрытия скобок для выражения $(a+b)^2$.



Преобразование квадрата разности

Последовательность раскрытия скобок для выражения $(a-b)^2$.



Геометрический смысл формулы квадрата суммы

Площадь всей фигуры

Если сторона квадрата равна $a+b$, его площадь можно рассмотреть как целую фигуру и как сумму меньших частей. Это помогает увидеть происхождение формулы через разбиение площади.

Четыре части

Внутри большого квадрата есть квадрат a^2 , квадрат b^2 и два прямоугольника ab . Вместе они заполняют всю площадь без пропусков, поэтому в записи появляется сумма $a^2 + 2ab + b^2$.

Почему это работает

Геометрическая модель показывает не только результат, но и причину. Два одинаковых прямоугольника дают удвоенное произведение, а крайние части остаются квадратами исходных отрезков.



Сравнение членов в двух формулах

У обеих формул одинаковые крайние части, поэтому нагляднее всего сравнивать средний член и его знак.

Различие между формулами сводится к знаку среднего члена; именно он определяет сумму или разность внутри результата.

Сравнение алгебраических формул:
 $(a+b)^2$ и $(a-b)^2$.

Сравнение формулы суммы и формулы разности

Две формулы похожи по строению, но отличаются знаком среднего члена.

Выражение	Результат	Знак	Особенность
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	плюс	два одинаковых произведения
$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$	минус	два одинаковых произведения

В обеих формулах крайние члены — квадраты, а различие состоит только в знаке и смысле среднего члена.

Школьные формулы сокращённого умножения.

Средний член всегда содержит удвоенное произведение, а знак зависит от того, стоит в скобках плюс или минус.

2

именно этот множитель стоит перед произведением a и b

Правило формул квадрата суммы и квадрата разности.

Пример: квадрат суммы с числом и буквой

01 Записываем формулу

Берём выражение $(x+5)^2$ и раскрываем его по формуле квадрата суммы. Сначала остаются квадраты крайних членов, а затем добавляется удвоенное произведение.

02 Получаем ответ

Средний член равен $2 \cdot x \cdot 5$, то есть $10x$. Поэтому итоговая запись выглядит так: $x^2 + 10x + 25$. Число 25 получается как квадрат пятёрки.



03 Проверяем ход решения

Если перемножить $(x+5)(x+5)$, результат будет тем же. Такой пример удобно использовать, чтобы научиться быстро узнавать нужную формулу в заданиях.

Пример: квадрат разности с числом и буквой

01

Записываем выражение

Сначала раскрываем квадрат разности как произведение одинаковых скобок: $(y-3)^2 = (y-3)(y-3)$. Это позволяет увидеть, откуда в ответе берутся все три слагаемых.

02

Перемножаем члены

Далее умножаем каждый член первой скобки на каждый член второй: $y \cdot y$, $y \cdot (-3)$, $(-3) \cdot y$ и $(-3) \cdot (-3)$. Получаются четыре произведения, которые потом объединяются.

03

Получаем ответ

После приведения подобных членов выходит $y^2 - 6y + 9$. Средний член отрицательный, потому что в исходной записи стоит разность, а не сумма.

Числовая проверка формул на конкретных значениях

Сравнение показывает, что прямое вычисление и формула дают одинаковый результат в обоих случаях. Это удобно для самопроверки в тетради.

Совпадение значений подтверждает правильность формул и помогает быстро находить ошибки в раскрытии скобок.

Расчёт по формулам для $a = 4$ и $b = 2$

Где формулы помогают в вычислениях



Экономия времени в заданиях

При раскрытии скобок и упрощении выражений формулы сокращают запись и уменьшают риск ошибки. Вместо нескольких шагов достаточно узнать вид выражения и сразу применить нужное правило.



Быстрый устный счёт

Формулы особенно полезны, когда число близко к круглому десятку или сотне. Так можно быстро считать квадраты вроде 49^2 или 101^2 без длинных письменных вычислений.

Типичные ошибки при использовании формул



Сравните неверные записи с правильными и обратите внимание, что чаще всего теряется средний член или его знак.

Главные трудности связаны не с первым и последним членом, а со средним слагаемым и его знаком.

Ошибка	Правильно	Причина
a^2+b^2	$a^2+2ab+b^2$	Пропущен средний член
a^2-b^2	$a^2-2ab+b^2$	Потерян множитель 2
x^2+6	x^2+6x+9	Не учтено 3^2

Типичные ошибки при раскрытии квадратов суммы и разности



Связь двух формул между собой

■ Общее строение

Обе формулы начинаются и заканчиваются одинаково: сначала квадрат первого члена, затем квадрат второго. Это помогает узнавать их сразу по внешнему виду и не путать между собой.

■ Разный средний член

Главное отличие заключается только в середине записи. При сумме появляется $+2ab$, а при разности — $-2ab$, потому что одинаковые произведения либо складываются, либо вычитаются.

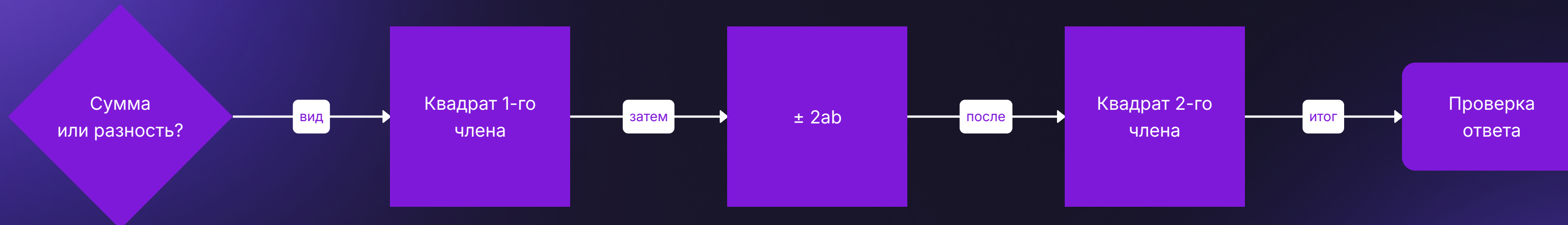
■ Одна идея в двух случаях

Формулу квадрата разности удобно понимать как квадрат суммы с отрицательным числом внутри скобок. Тогда становится понятно, почему структура сохраняется, а знак меняется.



Как применять формулу квадрата суммы и разности

Последовательность действий при раскрытии скобок по формуле сокращённого умножения



Связь алгебры и геометрии



Один квадрат — два способа считать площадь

Если сторона квадрата равна $a+b$, его площадь можно найти как произведение стороны на саму себя. Но ту же фигуру удобно разбить на четыре части: два квадрата и два прямоугольника. Сумма площадей частей и даёт формулу квадрата суммы.



Почему рисунок помогает понять формулу

Геометрическая схема показывает, что алгебраическая запись не возникает случайно. Каждый кусочек на рисунке соответствует своему слагаемому, а два одинаковых прямоугольника объясняют появление члена $2ab$. Так формула становится наглядной и легче запоминается.

Где чаще всего используются эти формулы

Диаграмма показывает, что формулы чаще всего нужны в обычных алгебраических преобразованиях. Именно там они экономят больше всего времени и уменьшают число вычислительных ошибок.

Наибольшая роль приходится на раскрытие скобок и упрощение выражений, потому что эти действия встречаются почти в каждом разделе алгебры.

Учебная классификация основных применений формул сокращённого умножения

Мини-проверка понимания формул

01 Смотрим на знак в скобках

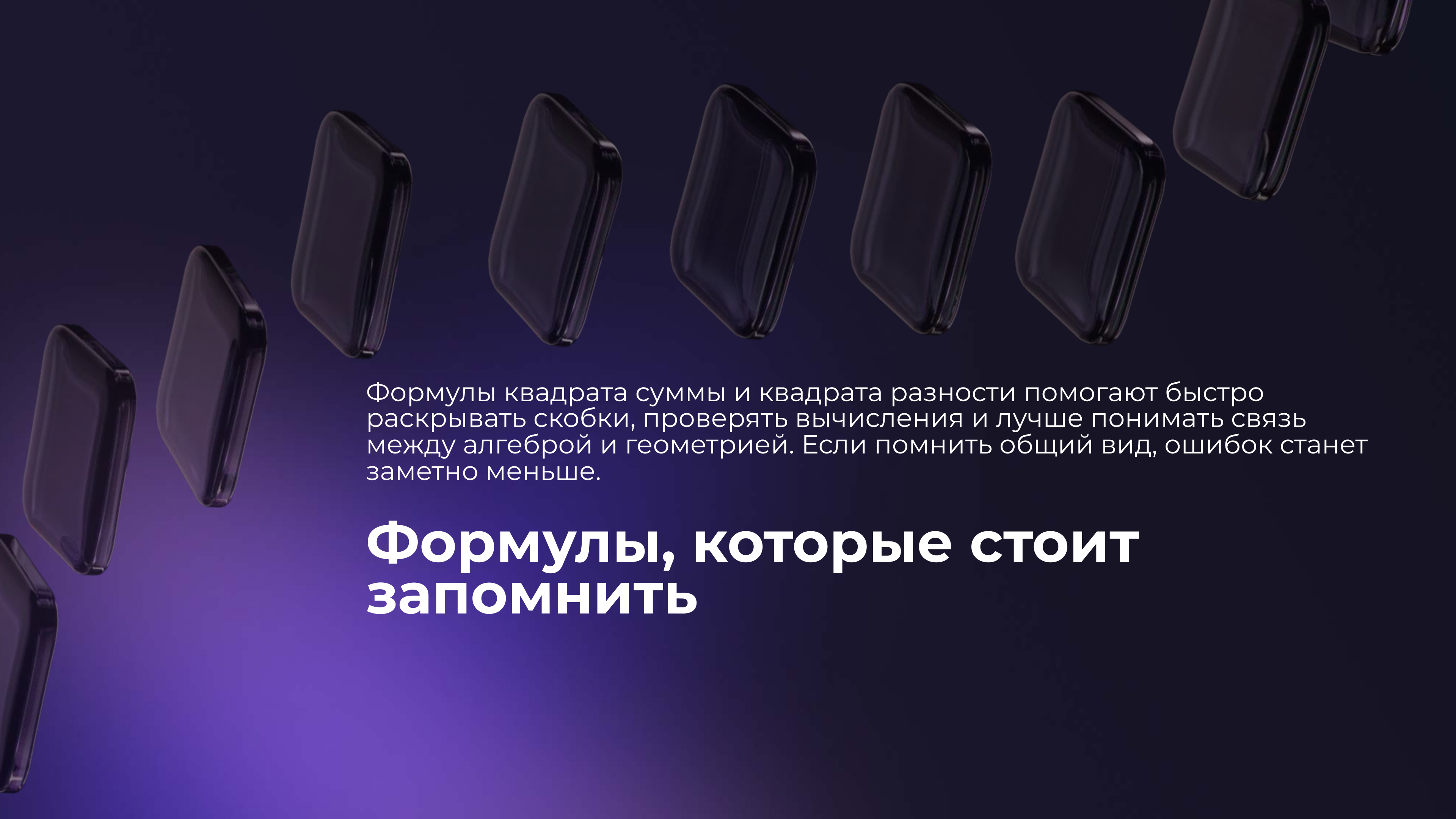
Если внутри скобок стоит плюс, то средний член после раскрытия будет положительным. Если стоит минус, средний член окажется отрицательным. Это первое правило быстрой проверки.

02 Проверяем крайние члены

Первый и последний члены всегда являются квадратами, поэтому они положительны. Если один из них записан без квадрата, значит, формула применена неверно и ответ нужно исправить.

03 Сравниваем с образцом

После раскрытия скобок полезно сверить получившуюся запись с общим видом формулы. Такой короткий контроль помогает заметить забытый множитель 2 или ошибочный знак.



Формулы квадрата суммы и квадрата разности помогают быстро раскрывать скобки, проверять вычисления и лучше понимать связь между алгеброй и геометрией. Если помнить общий вид, ошибок станет заметно меньше.

Формулы, которые стоит запомнить