

Формула n-го члена прогрессии

Находим любой член последовательности по номеру.

Зачем нужны прогрессии в 9 классе

01

Эта тема помогает понимать последовательности, степени и правила вычислений. Арифметическая и геометрическая прогрессии описывают рост, изменение и повторяющиеся закономерности в задачах и жизни.

Tehinprniesstion pahe:

th

ϵ

}

$\underline{h}$

term

Что такое последовательность

Числа по порядку

Последовательность — это набор чисел, расположенных в определённом порядке. У каждого элемента есть своё место, поэтому важны не только значения, но и их очередность.

Номера членов

Каждый член последовательности имеет номер: первый, второй, третий и так далее. Номер помогает быстро найти нужный элемент и понять, где он находится в ряду.

Обозначение членов

Для записи членов используют обозначения a_1 , a_2 , a_3 , a_n . Буква a показывает сам член последовательности, а n обозначает любой нужный номер.

Зачем это нужно

Если известен закон изменения последовательности, можно вычислить любой её член, не выписывая все предыдущие значения. Именно для этого и нужны формулы n -го члена.

Арифметическая прогрессия

Постоянная разность

Арифметическая прогрессия — это последовательность, где разность между соседними членами всегда одинакова. Такой одинаковый шаг сохраняется на всём протяжении ряда.

Обозначение d

Постоянную разность обозначают буквой d . Она может быть положительной, отрицательной или равной нулю, если все члены последовательности одинаковы.

Примеры последовательностей

Примерами могут быть ряды 2, 5, 8, 11 и 100, 90, 80, 70. В первом случае числа увеличиваются, во втором — уменьшаются.

Что показывает схема

На изображении хорошо видно, что каждый следующий член получается одинаковым прибавлением или вычитанием. Именно поэтому арифметическую прогрессию удобно сравнивать с шагами.

Общий вид арифметической прогрессии

Таблица показывает, как меняется запись члена прогрессии от номера к номеру. Это помогает увидеть закономерность и перейти к общей формуле.

Каждый следующий член отличается от предыдущего на одну и ту же разность d , поэтому запись можно продолжить для любого номера.

Номер	Выражение	Пример
1	a_1	первый член
2	$a_1 + d$	второй член
3	$a_1 + 2d$	третий член
n	$a_1 + (n-1)d$	n -й член

Общий вид арифметической прогрессии

$n-1$

**показывает, сколько шагов
нужно сделать от первого
члена до нужного номера.**

Формула $a_n = a_1 + (n-1)d$

Именно столько раз прибавляют разность d к первому члену, чтобы получить искомое значение.

Как найти член арифметической прогрессии

Шаги решения основаны на формуле $a_n = a_1 + (n-1)d$.



Пример вычисления члена арифметической прогрессии

Подставляем данные

Если $a_1 = 4$ и $d = 3$, то для пятого члена подставляем значения в формулу: $a_5 = 4 + (5-1) \cdot 3$. Важно сохранять порядок действий.

Получаем ответ

После вычислений выходит $a_5 = 16$. Значит, последовательность выглядит так: 4, 7, 10, 13, 16. Каждый следующий член больше предыдущего на 3.

Не путаем номер и значение

Запись a_5 означает пятый элемент последовательности, а не число 5. Номер показывает место члена, а значение — само число, стоящее на этом месте.

Равномерный рост арифметической прогрессии



Учебный пример: $a_1=4$, $d=3$, члены 1–6

Диаграмма наглядно показывает одинаковый прирост между соседними членами. Такой рисунок помогает быстрее заметить постоянную разность и предсказать следующий шаг.

Все значения увеличиваются на 3, значит, это арифметическая прогрессия с линейным ростом.

Геометрическая прогрессия

Умножение на одно число

Геометрическая прогрессия — это последовательность, в которой каждый следующий член получают умножением предыдущего на одно и то же число q . Здесь важен именно множитель.

Знаменатель q

Число q называют знаменателем геометрической прогрессии. Оно показывает, во сколько раз изменяется каждый следующий член по сравнению с предыдущим элементом.

Примеры рядов

Примерами могут быть 3, 6, 12, 24 и 81, 27, 9, 3. В первом ряду числа растут, а во втором — уменьшаются в одинаковое число раз.

Что важно заметить

В этой прогрессии не прибавляют одинаковое число, а повторяют умножение. Поэтому формула n -го члена связана со степенью, а не со сложением.

Общий вид геометрической прогрессии

Номер	Выражение	Пример
1	b_1	первый
2	b_1q	второй
3	b_1q^2	третий
n	$b_1q^{(n-1)}$	n-й

Обобщение правил геометрической прогрессии из школьного курса алгебры

Таблица показывает, как строятся первые члены геометрической прогрессии и как выглядит её общий член.

Каждый следующий член получается умножением на один и тот же множитель q . Это повторяющееся умножение, а не сложение.

Формула n-го члена геометрической прогрессии

01

Основная запись

Формула $b_n = b_1 \cdot q^{(n-1)}$ позволяет сразу находить нужный член прогрессии. В ней b_1 — первый член, q — постоянный множитель, а n — номер искомого элемента.

02

Что означает степень

Показатель $n-1$ показывает, сколько раз нужно умножить первый член на знаменатель q , чтобы дойти до нужного номера. Поэтому формула не требует выписывать все промежуточные члены.

03

Как меняется последовательность

Если q больше 1, числа растут. Если $0 < q < 1$, они уменьшаются. При отрицательном q значения чередуются по знаку, но правило умножения остаётся тем же.

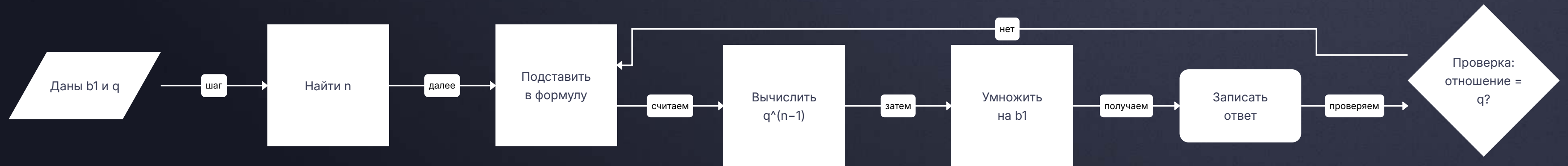
04

Почему формула удобна

Она помогает быстро решать задачи на последовательности, экономит время и уменьшает число вычислений. Особенно это полезно, когда нужен далекий член, а не несколько первых значений.

Как найти член геометрической прогрессии

Последовательность действий при использовании формулы $b_n = b_1 \cdot q^{(n-1)}$



Сравнение арифметической и геометрической прогрессий



Обе последовательности начинаются с одного числа, но дальше развиваются по разным правилам: одна прибавляет, другая умножает.

Арифметическая прогрессия растёт равномерно, а геометрическая — быстрее, потому что каждое следующее значение умножается на постоянный множитель.

Учебные примеры арифметической и геометрической прогрессий

Как отличить формулы в задаче



Ищем слова о прибавлении

Если в условии говорится о разности, прибавлении или увеличении на одно и то же число, это признак арифметической прогрессии и формулы с сложением.



Не путаем с умножением

Слова «в несколько раз», «умножается» и «постоянный множитель» указывают на геометрическую прогрессию, где каждый шаг связан с умножением.



Смотрим на правило изменения

Главный вопрос: член изменяется одинаковой прибавкой или одинаковым множителем. От этого зависит выбор нужной формулы и способ вычисления.



Быстрая проверка

Если после подстановки ответ выглядит логично по правилу задачи, формула выбрана верно. Такая проверка помогает избежать смешения двух видов прогрессий.

Типичные ошибки при решении задач

Путают обозначения

Часто смешивают первый и n -й члены: a_1 с a_n или b_1 с b_n . Из-за этого подставляют не то значение и получают неверный ответ.

Забывают скобки

Выражение $n-1$ нужно писать в скобках, особенно в формулах и при вычислениях. Иначе порядок действий меняется, и результат становится неправильным.

Подставляют только номер

Номер члена — это не его значение. Нужно отдельно учитывать, какой по счёту элемент требуется, а затем вычислять его по формуле.

Ошибаются в степени

В геометрической прогрессии важно правильно считать $q^{(n-1)}$. Неверное возведение в степень сразу меняет весь ответ, даже если остальные действия выполнены верно.

Не проверяют знак

При отрицательном q члены последовательности чередуются по знаку. Если не заметить это правило, можно записать правильное число с неправильным знаком.

Мини-практика по формулам прогрессий

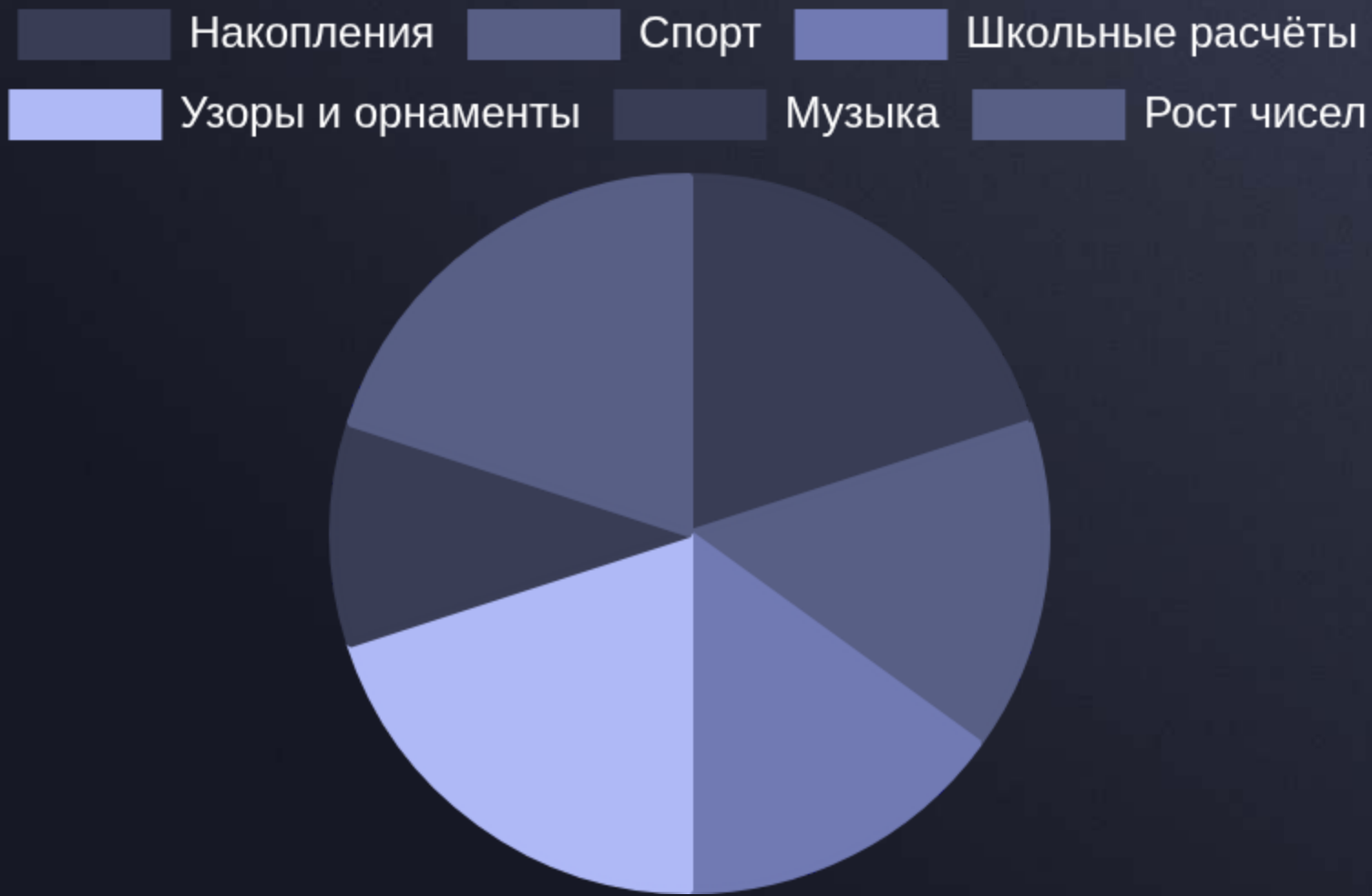
В таблице нужно определить вид прогрессии и сразу применить подходящую формулу для нахождения нужного члена.

Сначала нужно определить тип последовательности, а затем выбрать формулу. Ошибка в распознавании прогрессии приводит к неверному ответу.

Задача	Тип	Ответ
3, 6, 9, ...; n=4	арифм.	12
5, 10, 20, ...; n=5	геом.	80
a1=7, d=2, n=6	арифм.	17

Учебные тренировочные примеры по теме прогрессий

Где встречаются прогрессии в жизни и задачах



Прогрессии помогают описывать повторяющиеся изменения, поэтому их удобно использовать для заметных закономерностей в обычных и учебных ситуациях.

Если изменение идёт по одному правилу, последовательность легко представить как прогрессию. Это упрощает поиск следующего значения и анализ данных.

Обобщение типичных учебных и жизненных примеров применения прогрессий

Главные формулы для запоминания

01

Арифметическая прогрессия

Формула $a_n = a_1 + (n-1)d$ применяется, когда каждый следующий член отличается от предыдущего на одну и ту же разность d .

02

Геометрическая прогрессия

Формула $b_n = b_1 \cdot q^{(n-1)}$ используется, если последовательность строится умножением на постоянный множитель q . Здесь n тоже показывает номер нужного члена.

03

Роль выражения $n-1$

В обеих формулах $(n-1)$ показывает число шагов от первого элемента до искомого. Это помогает понять, почему формула работает для любого номера.

04

Что важно запомнить

Обе записи — основа решения задач на прогрессии в 9 классе. Достаточно правильно определить тип последовательности, а затем аккуратно подставить данные.

Формулы, которые помогают видеть закономерность

Формула n -го члена делает последовательность понятной и удобной для вычислений. Если помнить разность d и знаменатель q , можно быстро находить нужные члены и уверенно решать задачи.