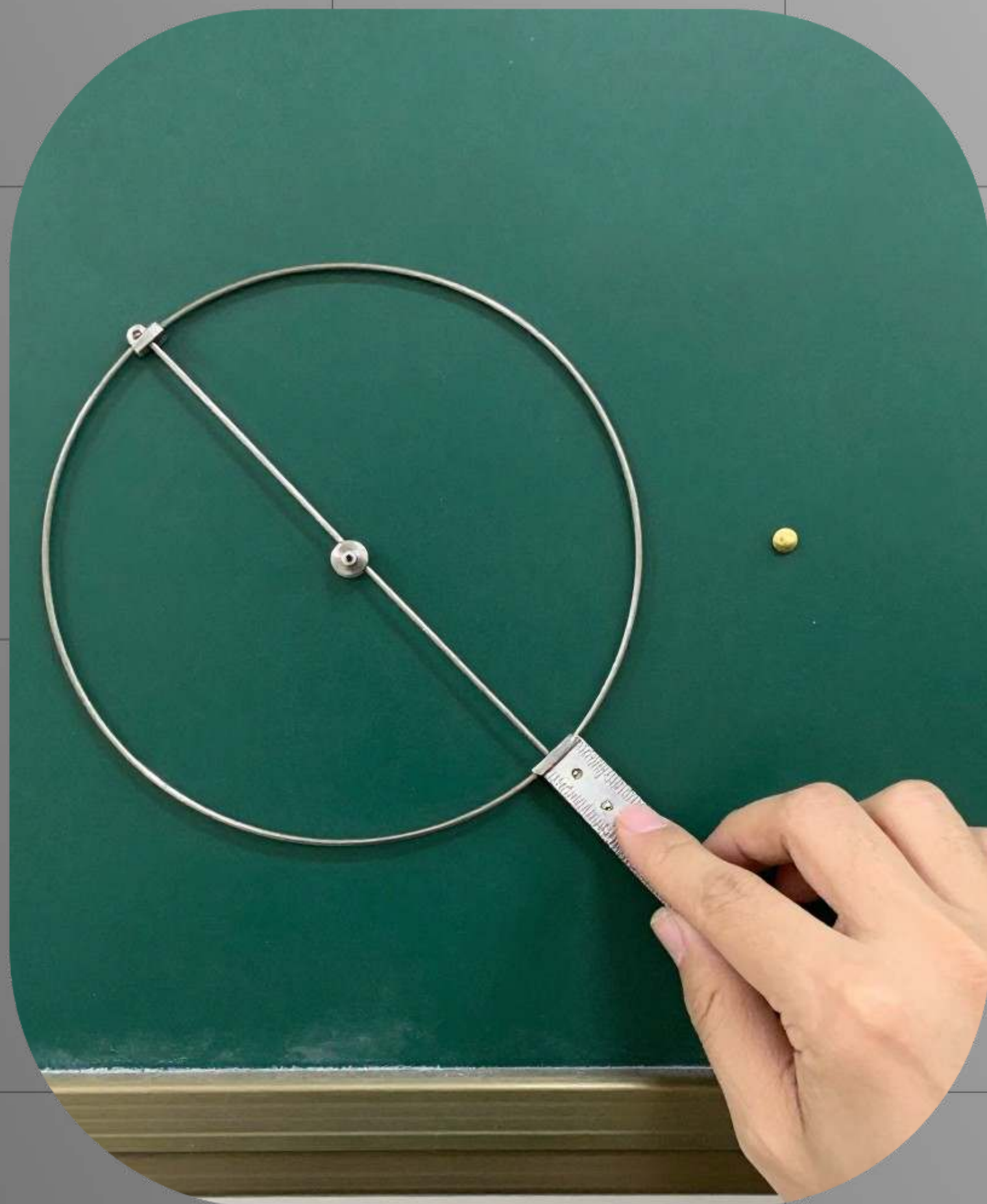


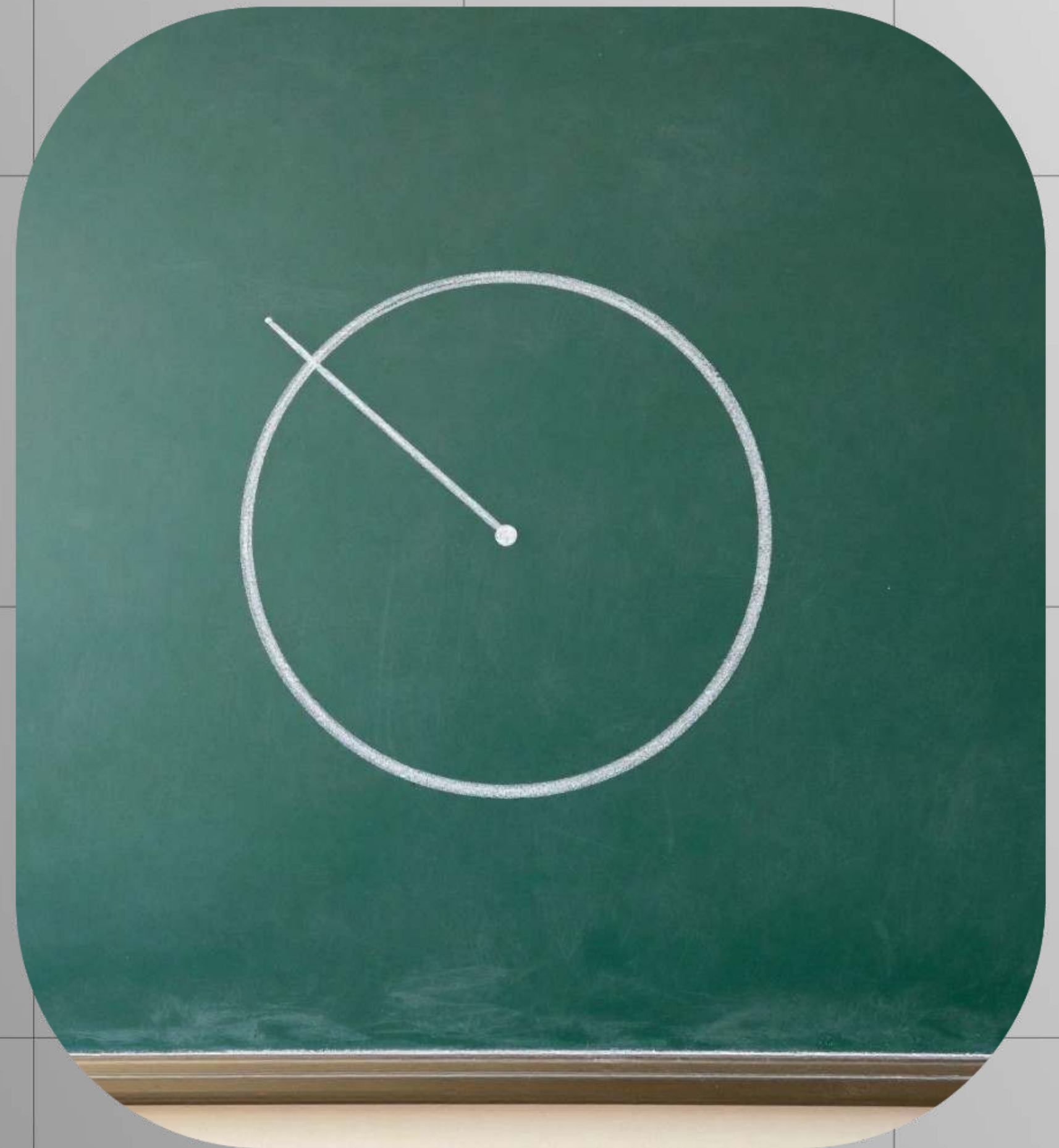


Проведение касательной к окружности через данную точку

Касательная: один точный контакт и чёткое построение.

Окружность и касательная: что важно помнить

Окружность задают центр и радиус, а касательная касается её в одной точке. Именно перпендикулярность к радиусу помогает строить касательную и проверять ответ.



90°

— такой угол образуют радиус
и касательная в точке касания.

Это позволяет не только строить
касательную, но и быстро проверять
правильность чертежа.

Свойство касательной к окружности: радиус в точку касания
перпендикулярен касательной.

Из внешней точки можно провести две касательные

Две симметричные линии

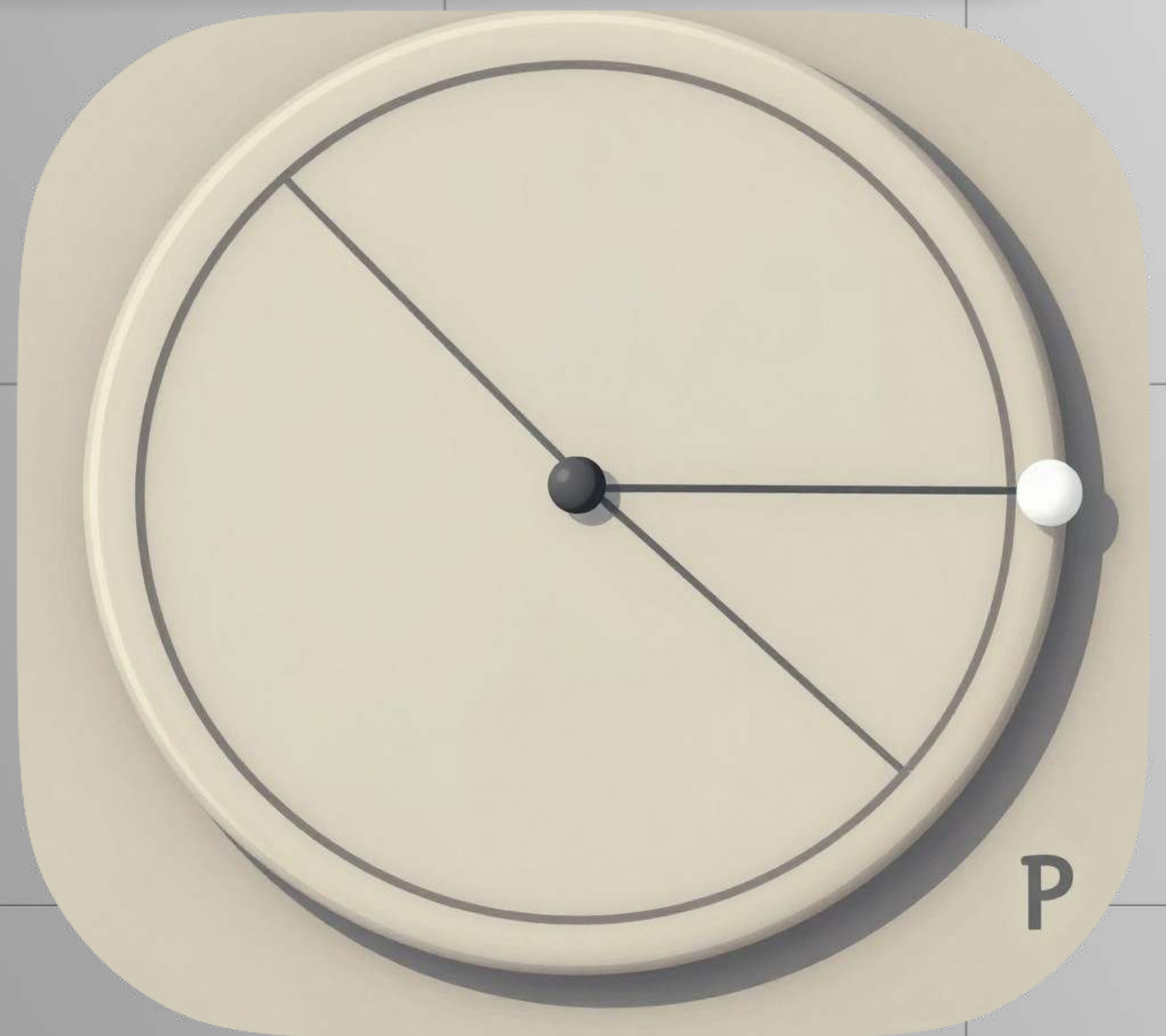
Если точка P лежит вне окружности, из неё можно провести ровно две касательные. Они касаются окружности в разных точках и выглядят симметрично относительно прямой PO .

Равные отрезки

От точки P до точек касания получаются равные отрезки. Это важный признак правильного построения и удобная проверка на чертеже.

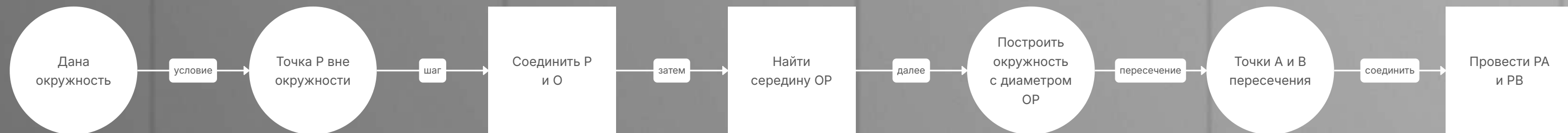
Что показать на рисунке

На схеме полезно отметить центр O , внешнюю точку P и точки касания A и B . Тогда легко увидеть, почему касательные образуют два одинаковых по смыслу решения.



Как построить касательные из внешней точки

Алгоритм построения по точке P вне окружности и центру O



Почему построение даёт касательные

- 1 Точки лежат на вспомогательной окружности**
Точки А и В находятся на окружности с диаметром OP , поэтому они связаны с этим диаметром по теореме Фалеса и дают прямые углы в построении.
- 2 Получаются прямые углы**
Из теоремы Фалеса следует, что углы OAP и OBP равны 90° .
Значит, прямые PA и PB перпендикулярны радиусам OA и OB .
- 3 Это и есть касательная**
Если прямая перпендикулярна радиусу в точке на окружности, она является касательной. Поэтому построенные линии PA и PB действительно подходят.
- 4 Условие применимости**
Метод работает только при внешнем положении точки P . Если точка не вне окружности, вспомогательная окружность не даст нужных пересечений.

Сколько касательных можно провести через точку

Ситуация	Касательных	Почему
Вне окружности	2	Можно провести две
На окружности	1	Одна касательная
Внутри окружности	0	Две точки пересечения

Число касательных зависит только от положения точки относительно окружности.

Сначала определяют положение точки, а уже потом выбирают построение: две касательные, одну касательную или отсутствие решения.

Свойства касательной к окружности и взаимное расположение точки и окружности.

Если точка лежит на окружности

1

Одна касательная

Через точку, которая уже принадлежит окружности, проходит только одна касательная. Другое направление через эту точку сразу пересекло бы окружность ещё раз.

2

Перпендикуляр к радиусу

Чтобы построить касательную, проводят радиус к этой точке и восстанавливают к нему перпендикуляр. Именно эта прямая и будет касательной.

3

Самый короткий путь

В этом случае не нужны вспомогательные окружности или дополнительные точки. Достаточно правильно построить прямой угол в точке на окружности.

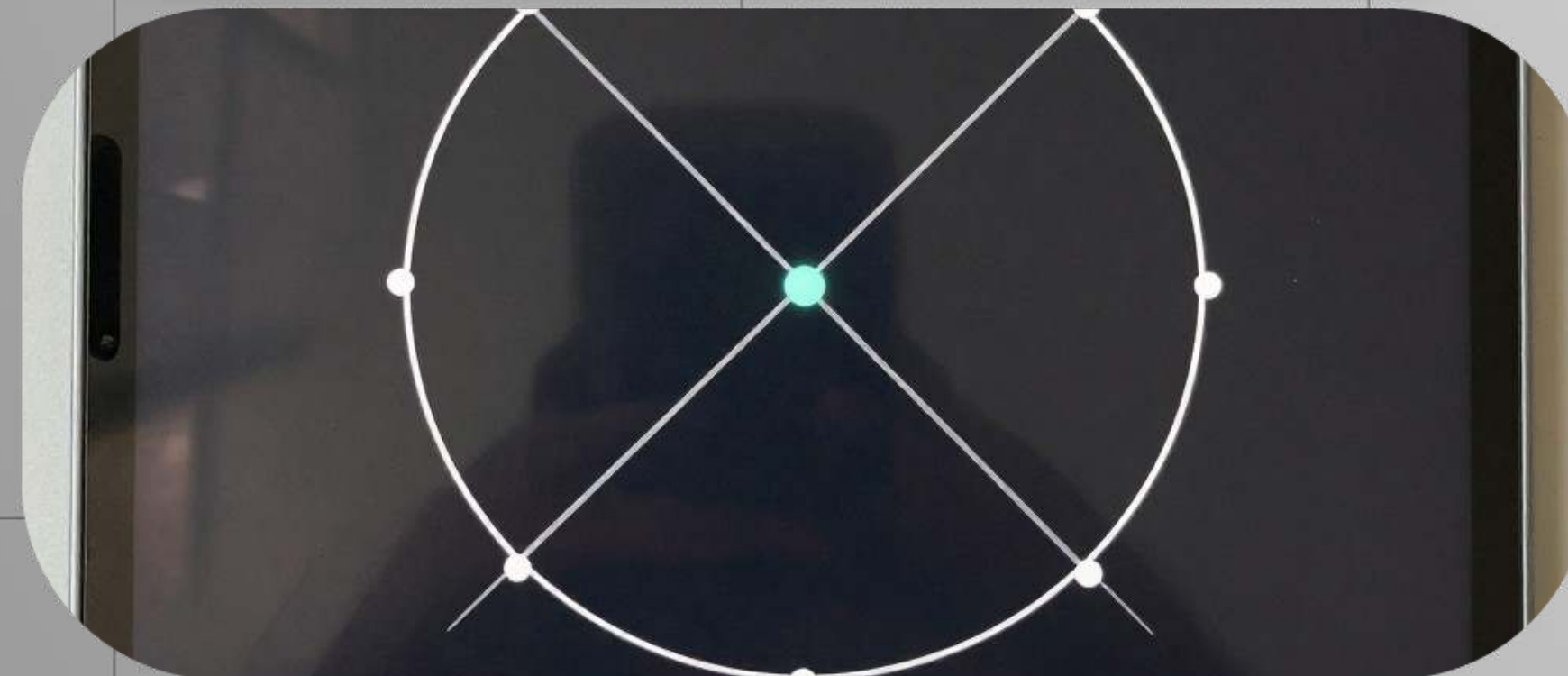
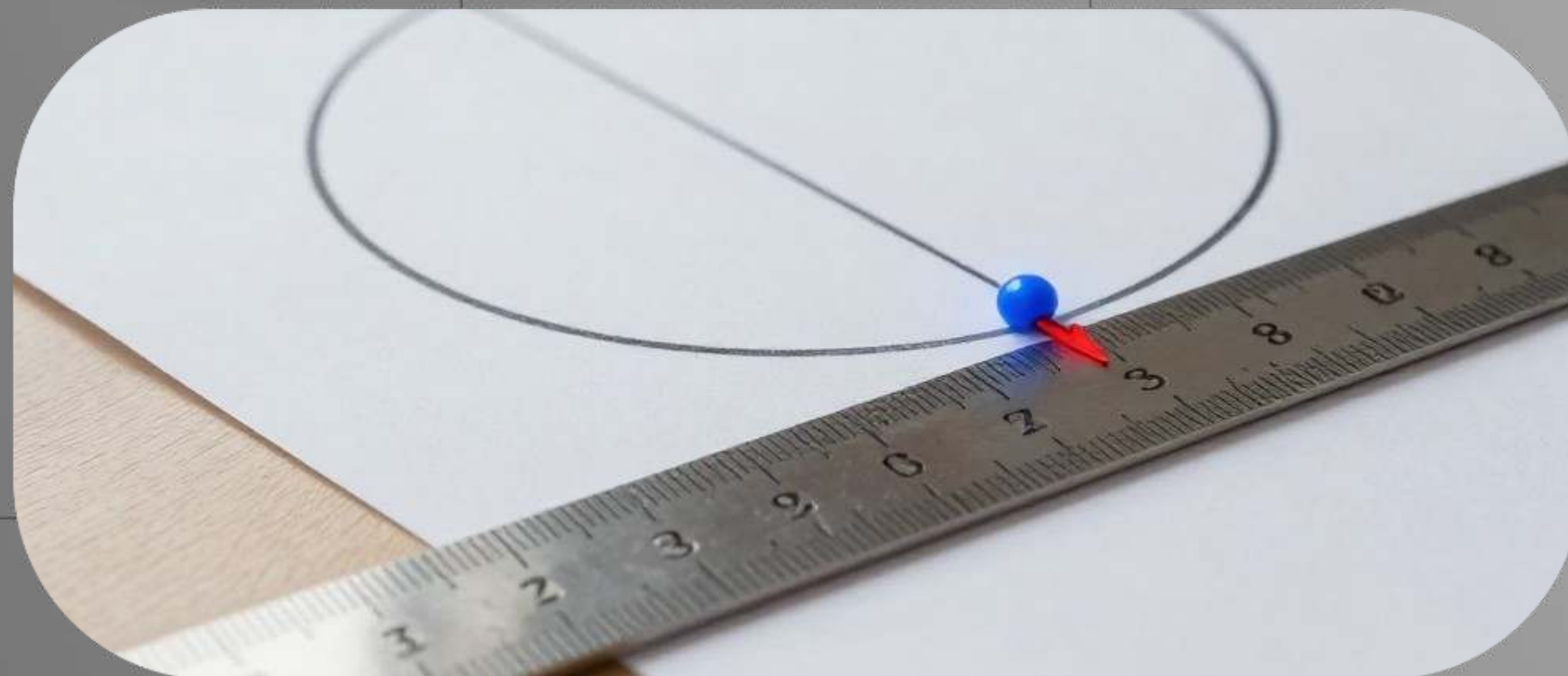
Если точка находится внутри окружности

Почему касательная не получится

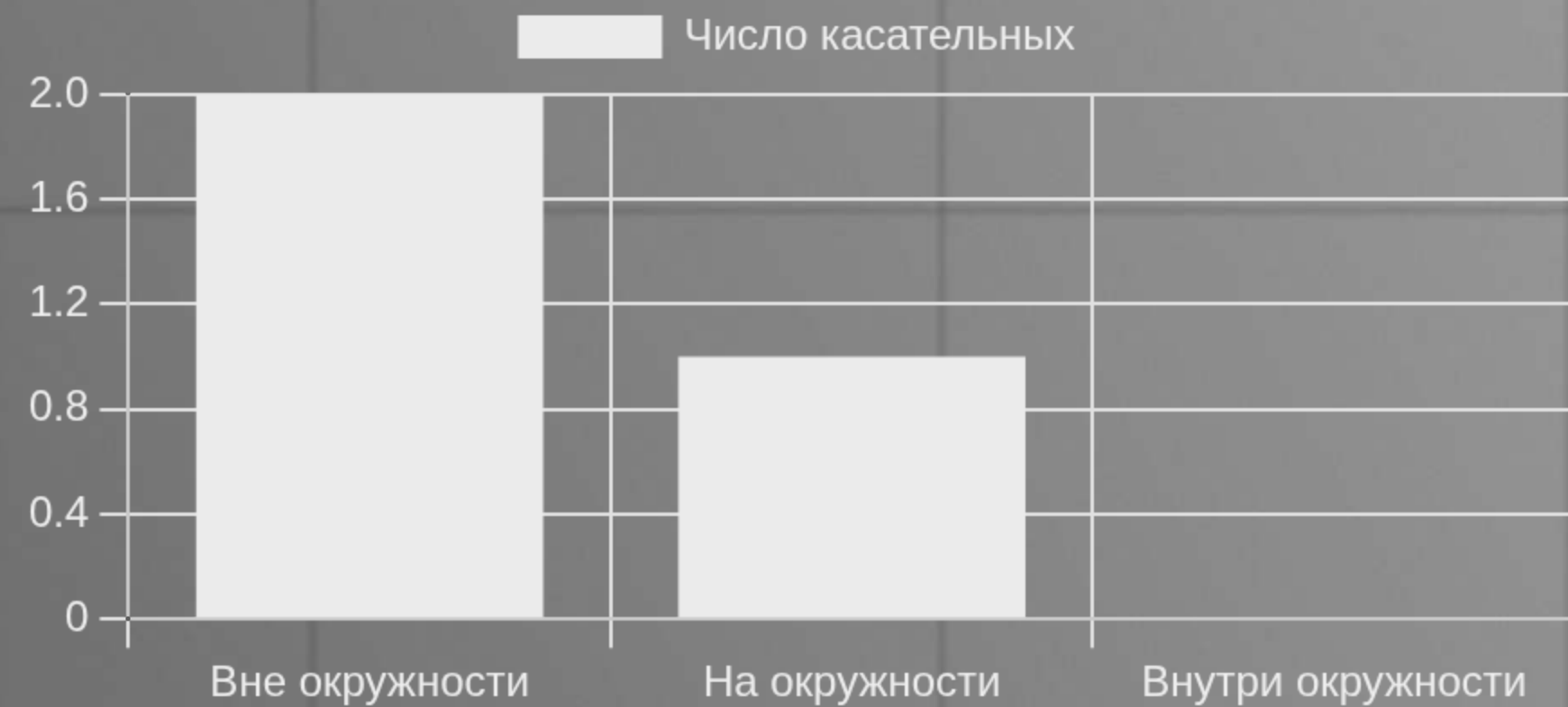
Точка внутри окружности не даёт единственного касания. Любая прямая, проходящая через неё, обязательно пересечёт окружность в двух местах, поэтому касательной она быть не может. На рисунке это видно сразу: нет единственной точки, где линия только касается окружности.

Как это показать на чертеже

Удобно изобразить несколько прямых, проходящих через внутреннюю точку, и отметить две точки пересечения с окружностью. Тогда становится ясно, что перпендикуляр к радиусу здесь не создаёт касательную, а лишь показывает невозможность построения.



Сравнение трёх случаев

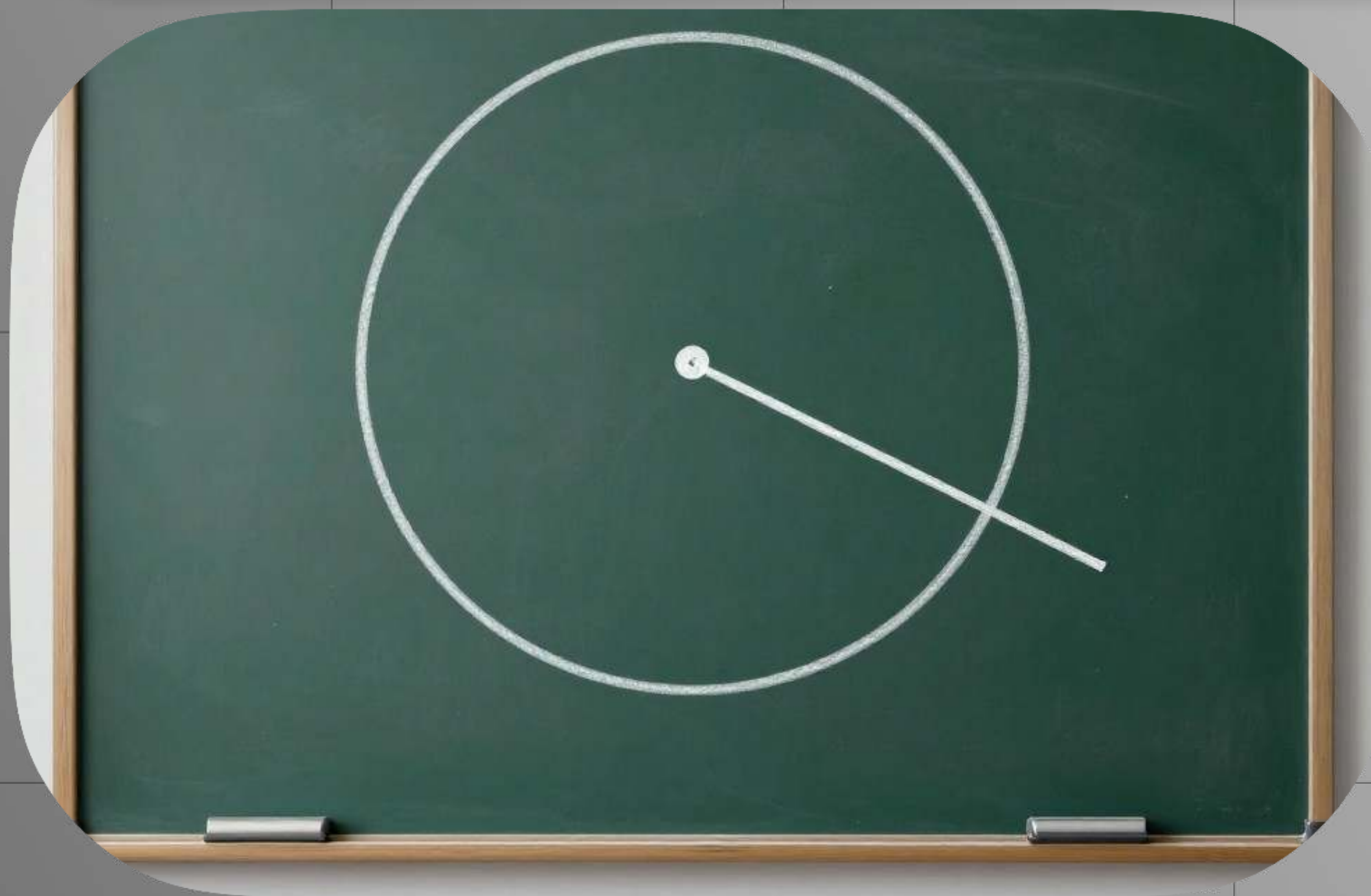


Геометрические свойства касательной к окружности и взаимного положения точки и окружности.

Диаграмма показывает, что ответ определяется только положением точки относительно окружности.

Чем дальше точка от центра, тем больше возможностей для касательной; внутри окружности их нет вовсе.

Связь с прямоугольным треугольником



Треугольник построения

При проведении касательной из внешней точки образуется треугольник, в котором одна сторона — расстояние до центра, вторая — радиус, а третья — касательная.

Прямой угол

Радиус, проведённый к точке касания, и касательная образуют прямой угол. Поэтому в построении сразу появляется признак прямоугольного треугольника, который удобно использовать.

Поиск длины

Если известны радиус и расстояние от внешней точки до центра, длину касательной находят по теореме Пифагора. Это помогает решать задачи не только на построение, но и на вычисление.

2

**касательные, проведённые
из одной внешней точки, имеют
одинаковую длину**

Это свойство позволяет сразу проверять
правильность построения и находить
неизвестные отрезки в задачах
на окружность.

Свойство равенства касательных, проведённых из одной точки

Главные свойства касательной к окружности

Свойство	Формулировка	Значение
Перпендикулярность	Радиус $\perp$ касательной	Основа построения
Единственность	Одна касательная	Распознаёт случай
Равенство	Отрезки равны	Находит длины
Фалес	Угол по диаметру — 90°	Обосновывает шаг

Свойства касательной и теорема Фалеса

Краткая таблица помогает быстро связать правило, его формулировку и практическое значение при построении и решении задач.

Все ключевые идеи темы сводятся к прямому углу, единственности касательной и равенству отрезков из одной точки.

Типичные ошибки при построении

Нет проверки перпендикулярности

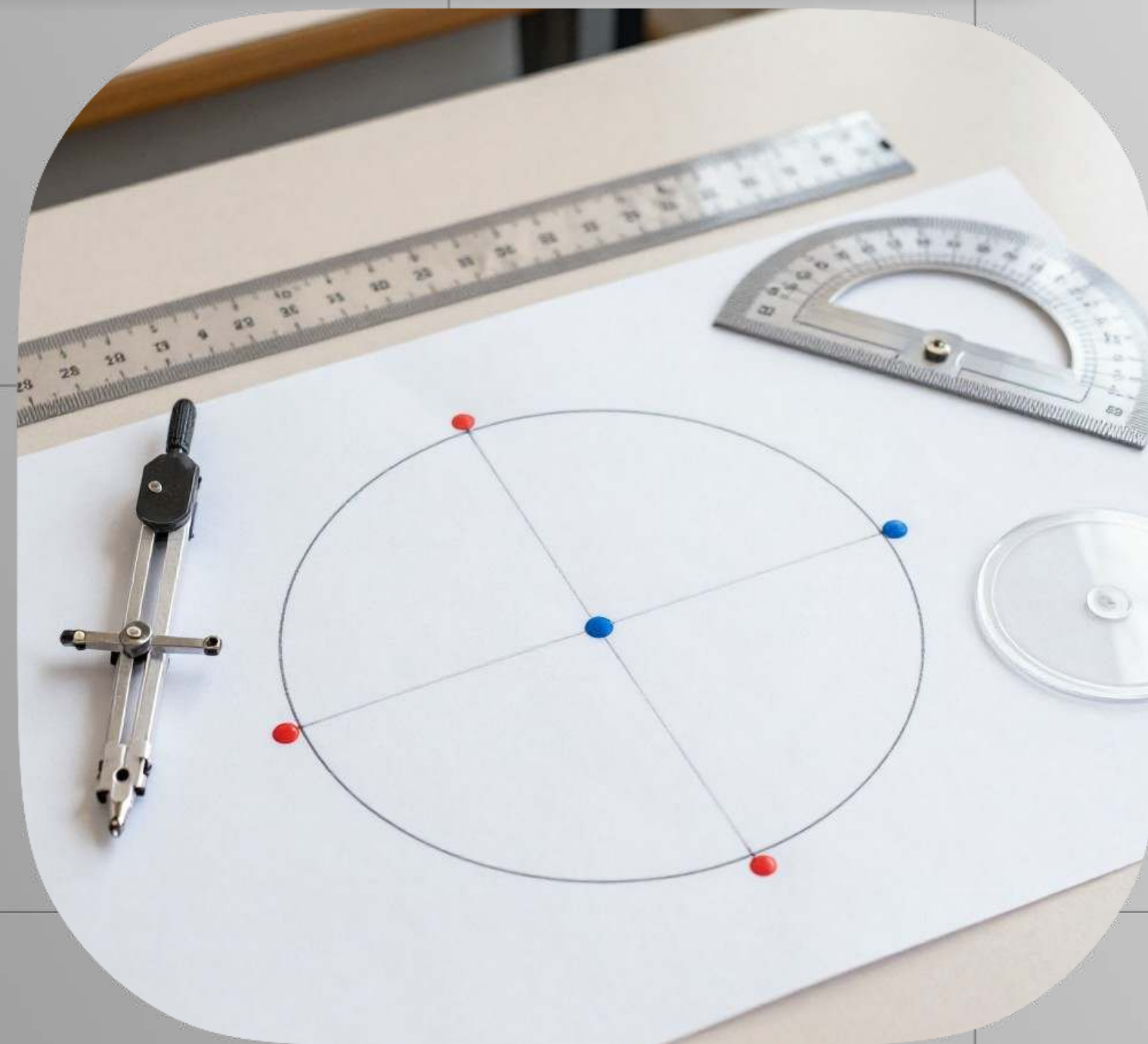
Иногда прямую называют касательной только потому, что она проходит рядом с окружностью. На самом деле нужно проверить, образует ли она прямой угол с радиусом в точке касания.

Неверное положение точки

Нельзя пытаться провести касательную через точку, которая лежит внутри окружности. В этом случае любая прямая пересечёт окружность в двух точках, а не коснётся её.

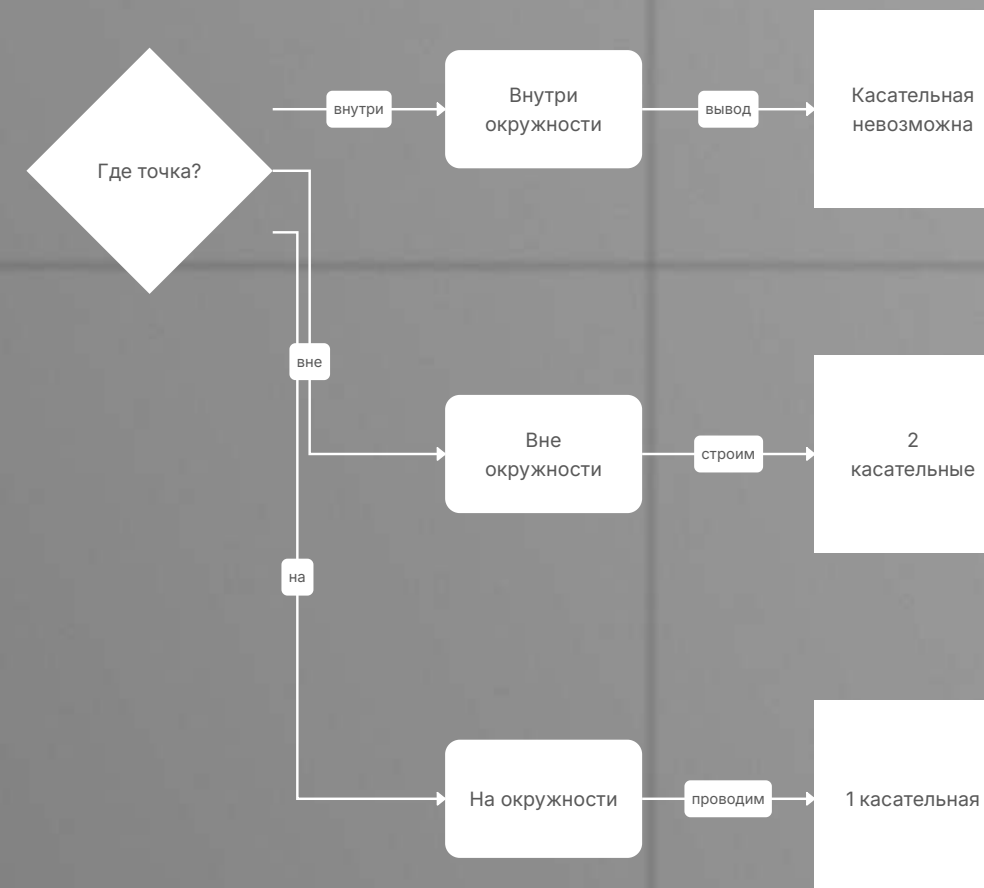
Путаница в чертеже

Часто ошибаются, когда не различают точку на окружности и точку вне её. Поэтому перед построением важно внимательно отметить положение точки относительно окружности.



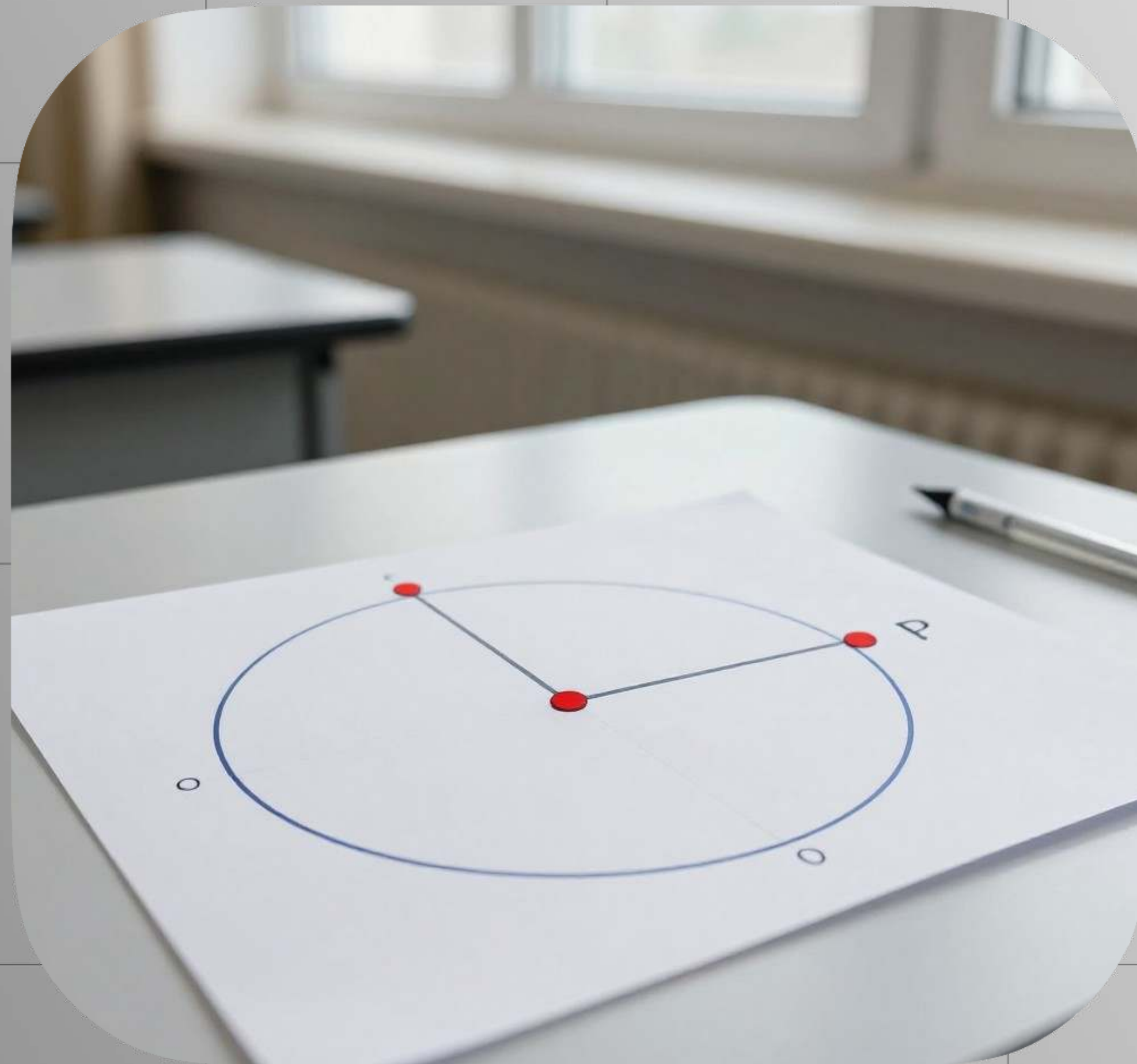
Как выбрать способ решения

Схема показывает, как положение точки относительно окружности определяет число касательных и дальнейшие действия.

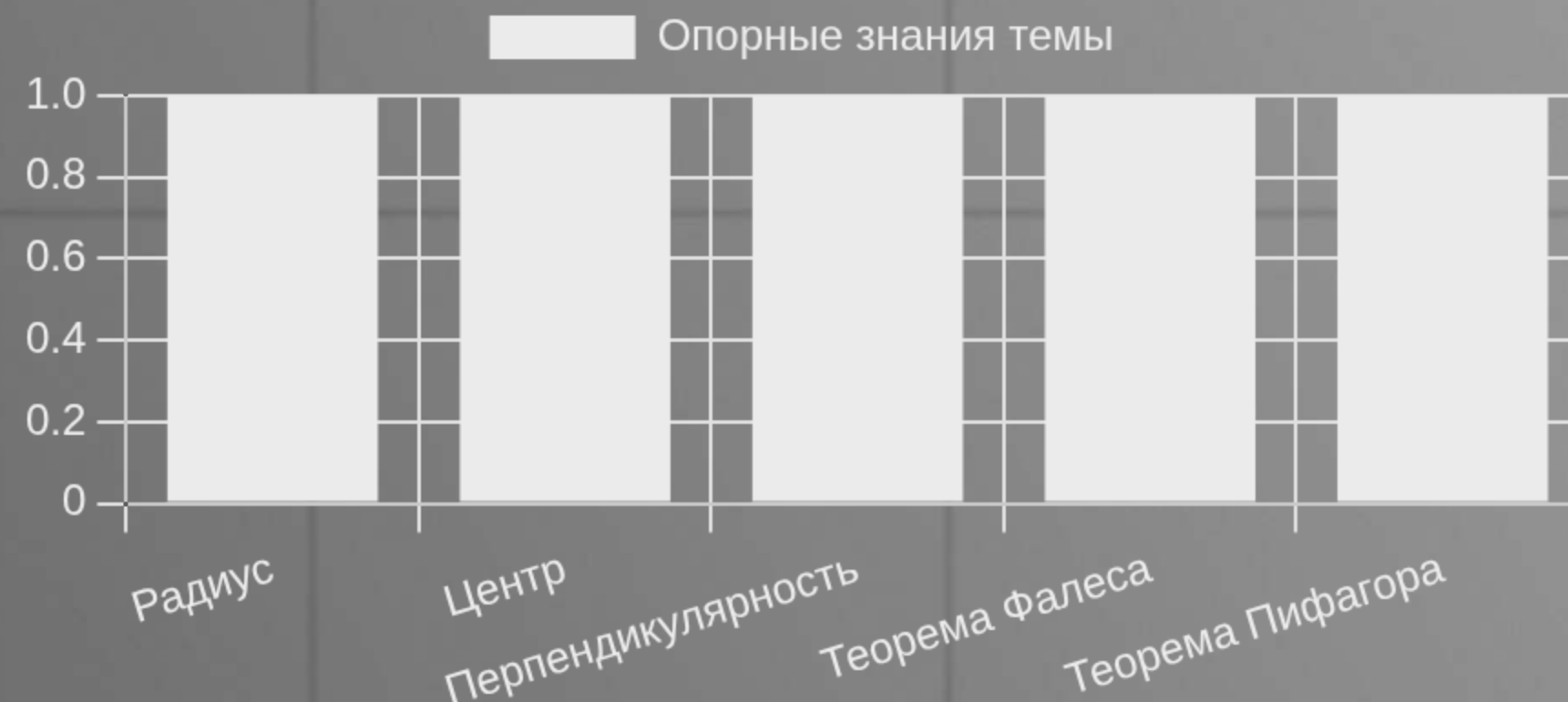


Пример построения для точки вне окружности

- 1 Соединить с центром**
Сначала проводят отрезок PO , соединяя внешнюю точку P с центром O . Этот отрезок станет основой для дальнейшего построения и поможет задать нужный диаметр вспомогательной окружности.
- 2 Построить вспомогательную окружность**
Затем находят середину отрезка PO и строят окружность с диаметром OP . Именно она позволит получить прямой угол в точках пересечения с исходной окружностью.
- 3 Найти точки пересечения**
Вспомогательная окружность пересекает данную окружность в точках A и B . Эти точки и будут точками касания, если построение выполнено аккуратно и P действительно лежит вне окружности.
- 4 Провести касательные**
После этого проводят прямые PA и PB . Они касаются исходной окружности в одной точке каждая, а отрезки PA и PB получаются равными по свойству касательных из одной точки.



Какие знания нужны для решения задач



Содержание темы урока по геометрии

Эти опоры работают вместе: без любой из них построение или вычисление становится неполным.

Все пять идей одинаково важны: они составляют единый набор правил для построения и проверки касательной.

Где встречается касательная в жизни и технике



Чертежи

На технических чертежах касательная помогает соединять линии плавно и точно, без резких изломов. Это делает изображение аккуратным и понятным для чтения.



Колёса и шкивы

При изображении колёс, шкивов и дуг касательная показывает, где линия только касается окружности. Такой приём используют в механике и в схематических рисунках.



Геометрические построения

В задачах по геометрии касательная помогает находить отрезки, проверять прямые углы и выполнять построения по правилам. Это важный инструмент для точных чертежей.



Плавные соединения

В реальных объектах касательная нужна там, где требуется плавный переход одной линии в другую. Так соединяют формы, чтобы контур выглядел ровным и естественным.

Памятка для решения задач на касательную

Шаг	Действие	Результат
1	Определить положение точки	Выбор случая
2	Провести радиус или РО	Основа угла
3	Применить Фалеса	Построение
4	Использовать Пифагора	Нахождение длины

Эта памятка помогает не перепутать шаги и быстро выбрать нужную геометрическую идею для построения или вычисления.

Сначала нужно определить случай, затем опереться на прямой угол, а при вычислениях — на теорему Пифагора.

Алгоритм построения касательной к окружности

Итог: как проводится касательная к окружности через данную точку

Чтобы провести касательную, сначала определяют положение точки относительно окружности. Затем используют радиус, прямой угол и нужную теорему. Так задача решается точно, по понятному геометрическому алгоритму.