

Основное свойство рациональ ной дроби

Как сохранять значение дроби
при преобразованиях?





Зачем нужно основное свойство рациональной дроби

Это правило помогает упрощать выражения, сравнивать дроби и решать уравнения. Оно работает только тогда, когда в знаменателе не возникает ноль, поэтому всегда важно проверять допустимые значения переменной.

Что называют рациональной дробью

Общий вид

Рациональная дробь записывается как A/B , где A и B — многочлены. Числитель и знаменатель могут содержать числа, буквы и степени, но остаются алгебраическими выражениями.

Примеры записи

К таким дробям относятся, например, $(x+2)/(x-1)$, $(3a)/(2b-5)$ и $(5m)/(7)$. Они показывают, что в роли числителя и знаменателя могут выступить разные многочлены.

Когда дробь не определена

Если знаменатель равен нулю, дробь не имеет смысла. Поэтому при работе с рациональными дробями всегда сначала находят значения переменной, при которых знаменатель обращается в ноль, и исключают их.

Формулировка основного свойства

1 Сохраняется равенство

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же ненулевое выражение, получится равная дробь. Значение отношения при этом не изменяется.

2 Буквенная запись

В общем виде это можно записать так: $A/B = A \cdot C / B \cdot C$, где $C \neq 0$. Тот же принцип работает и при делении на общий множитель.

3 Главное условие

Использовать свойство можно только тогда, когда деление на ноль исключено. Если выбранный множитель может обратиться в ноль, преобразование делать нельзя.

Почему значение дроби не меняется

Отношение сохраняется

Дробь показывает, какое отношение существует между числителем и знаменателем. Если обе части умножить на одно и то же число, это отношение остаётся прежним.

Понятный пример

Так, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ и $\frac{6}{9}$ — это одна и та же дробь, записанная по-разному. Числитель и знаменатель изменились, но их соотношение не изменилось.

Наглядный образ

Это можно представить как одинаковые доли пиццы, шоколадки или полоски одинаковой длины. Вид записи меняется, а количество частей остаётся тем же.



Примеры равных рациональных дробей

Исходная	Действие	Новая	Вывод
$x/5$	$\times 2$	$2x/10$	равна
$(a-1)/(b+3)$	$\times 4$	$4(a-1)/4(b+3)$	равна
$3y/7$	$\div 1$	$3y/7$	не изменилась

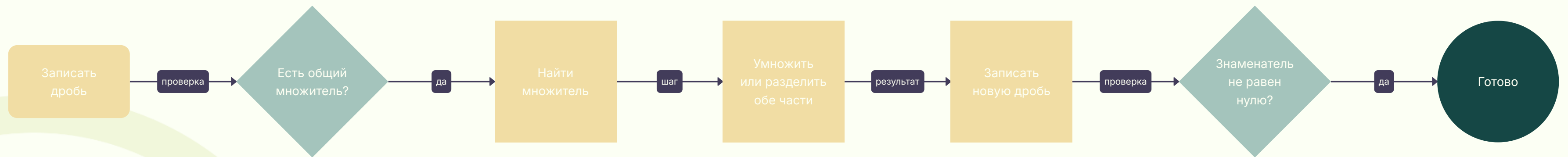
В таблице показано, как применение основного свойства меняет запись дроби, но не её значение.

Равные дроби получаются только при одинаковом ненулевом изменении числителя и знаменателя.

Примеры по теме «Основное свойство рациональной дроби»

Как применять основное свойство

Последовательность действий при преобразовании рациональной дроби



Сокращение дробей



Деление на общий множитель

Сокращение означает, что числитель и знаменатель делят на один и тот же общий множитель. Например, $6x/9$ можно сократить на 3 и получить $2x/3$.



Только общий множитель

Сокращать можно лишь общий множитель, который умножает всё выражение. Сумму или разность по частям сокращать нельзя, поэтому $2x+4$ не превращается в $x+2$ без вынесения множителя.



Проверка записи

Перед сокращением полезно убедиться, что в числителе и знаменателе действительно есть одинаковый множитель. Это помогает избежать ошибок и сохранить значение дроби.

Как меняется запись, но не значение дроби

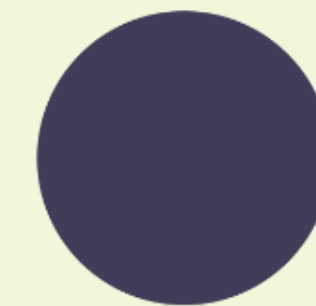
На диаграмме видно, что одинаковое отношение можно записывать дробями разного вида: числитель и знаменатель увеличиваются в одной и той же пропорции.

Все столбцы отражают одну и ту же дробь, поэтому изменение записи не означает изменение значения.



Учебный пример по теме «Основное свойство рациональной дроби»

Зачем нужно сокращение в вычислениях



Запись становится короче

После сокращения дробь занимает меньше места и выглядит понятнее. Например, $(12x)/(18y)$ можно сократить на 6 и получить более удобную запись $(2x)/(3y)$.

Проще сравнивать выражения

Короткие дроби легче сопоставлять при решении задач и преобразовании формул. Когда выражения записаны проще, меньше риск запутаться в вычислениях.

Полезно для уравнений

При решении уравнений сокращение помогает быстрее увидеть общий множитель и упростить дальнейшие действия. Поэтому это один из самых полезных приёмов в теме дробей.



Область допустимых значений

1

Сначала — условия

Прежде чем преобразовывать рациональную дробь, нужно выяснить, при каких значениях переменной знаменатель не обращается в ноль. Эти значения сразу исключают, чтобы дробь имела смысл.

2

Запрещённые значения сохраняются

Если после преобразования выражение выглядит иначе, но получено из той же дроби, ограничения не исчезают. Нельзя «снять» запрет на значение, которое уже делало исходный знаменатель равным нулю.

3

Проверка после преобразований

При сокращении, умножении или приведении к общему знаменателю область допустимых значений обязательно проверяют снова. Это помогает не получить формально верное преобразование с недопустимыми значениями.

Типичные ошибки при применении свойства

Ошибка	Почему неверно	Правильно
$2x+4:2$	Сумма не делится	$2(x+2)$
Умножить только числитель	Дробь меняется	Умножить обе части
Деление на 0	Нет смысла	Исключить
Сократить слагаемое	Нет общего множителя	Сократить множитель

В таблице показаны частые ошибки и правильные действия при работе с рациональными дробями.

Сокращение и умножение допустимы только для общих ненулевых множителей; отдельные слагаемые и ноль не подходят.

Правила преобразования рациональных дробей, курс алгебры 7 класса

Связь с приведением к общему знаменателю

Затем находят одно и то же число или выражение, которое делится на оба знаменателя. После умножения числителя и знаменателя получают равные по значению дроби с одинаковой основой.

Общий знаменатель

Исходные дроби

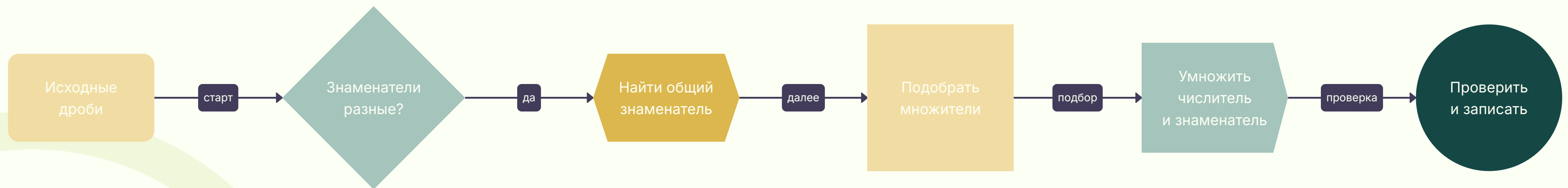
Сначала рассматривают дроби с разными знаменателями, например $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$. Их нельзя сразу складывать или сравнивать удобно, потому что части единицы выражены по-разному.

Дальнейшие действия

Когда знаменатели совпадают, дроби легче сравнивать, складывать и вычитать. Именно здесь основное свойство помогает изменить запись, не изменяя само значение дроби.

Приведение к общему знаменателю

Последовательность основана на основном свойстве рациональной дроби: обе части дроби умножают на одно и то же ненулевое выражение.



Рациональные дроби в уравнениях

1 Убираем знаменатели

При решении уравнений с дробями часто умножают обе части на общий знаменатель. Так дробные выражения исчезают, а запись становится короче и понятнее для дальнейших вычислений.

2 Сохраняем равносильность

Такое преобразование допустимо только потому, что обе части умножают на одно и то же ненулевое выражение. Тогда уравнение сохраняет смысл, а его решения не искажаются.

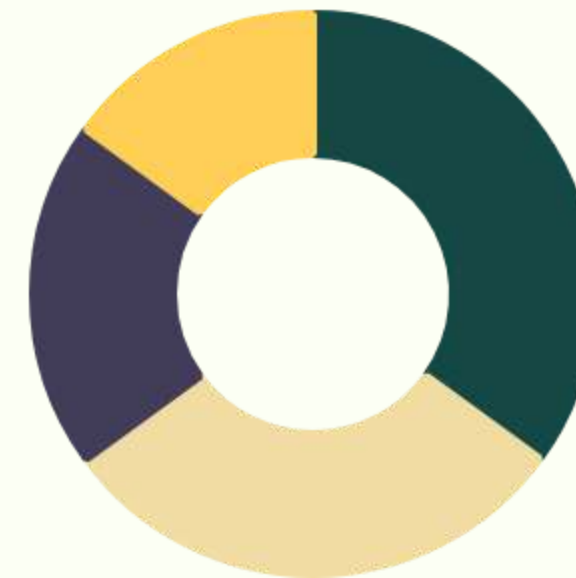
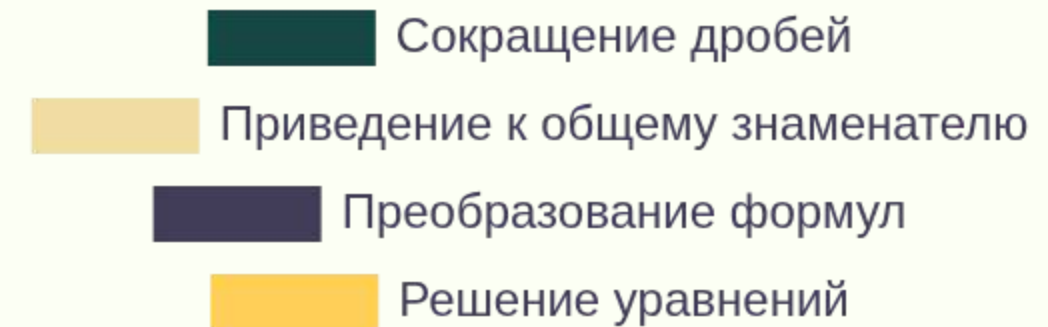
3 Учитываем запреты

Перед ответом обязательно проверяют значения, при которых исходные знаменатели равны нулю. Эти значения нельзя включать в решение, даже если они подходят после преобразования.

Где используется основное свойство

Свойство встречается в самых разных заданиях по алгебре и помогает упростить запись без изменения значения дроби.

Наибольшая доля приходится на сокращение и общий знаменатель: именно эти действия чаще всего нужны в школьных упражнениях.



Учебные задания по алгебре 7 класса

Наглядный пример с буквами



**Одинаковое
отношение в разных
записях**

Дробь $2a/(3b)$ можно умножить на одно и то же число в числителе и знаменателе, и получится равная дробь. Так запись $4a/(6b)$ показывает то же отношение, только в более крупном виде.



**Когда дробь
становится длиннее**

Если умножить обе части на 5, получим $10a/(15b)$. Значение не меняется, потому что изменилось только оформление дроби. Для буквенных выражений действуют те же правила, что и для числовых.



**Наглядность через
модели**

На рисунке удобно показать два одинаковых по смыслу отрезка или прямоугольника, разделённых на равные части. Тогда видно: число частей меняется, а доля целого остаётся прежней.

0

**Если знаменатель
принимает это значение,
дробь не существует
и равенство проверять
нельзя.**

Проверка всегда начинается с условий существования дроби: запрещённые значения исключают до сравнения. Это защищает от ошибок при преобразовании рациональных выражений.

Краткие правила работы с рациональными дробями

Правило	Условие	Пример
Умножить обе части	Множитель $\neq 0$	$A/B = AC/BC$
Сократить дробь	Общий множитель	$6x/9 = 2x/3$
Сохранить ОДЗ	Запреты не меняются	$x \neq 4$
Не делить на 0	Всегда запрещено	$B \neq 0$

Основное свойство рациональной дроби, алгебра 7 класса

Таблица напоминает основные действия и ограничения, которые нужно соблюдать при преобразовании дробей.

Все правила сводятся к одному: можно менять форму записи, но нельзя менять значение дроби и нарушать условия её существования.



Главный вывод по теме

Основное свойство рациональной дроби позволяет заменять её равной записью, не меняя значения. Оно помогает сокращать дроби, приводить их к общему знаменателю и уверенно преобразовывать выражения.