

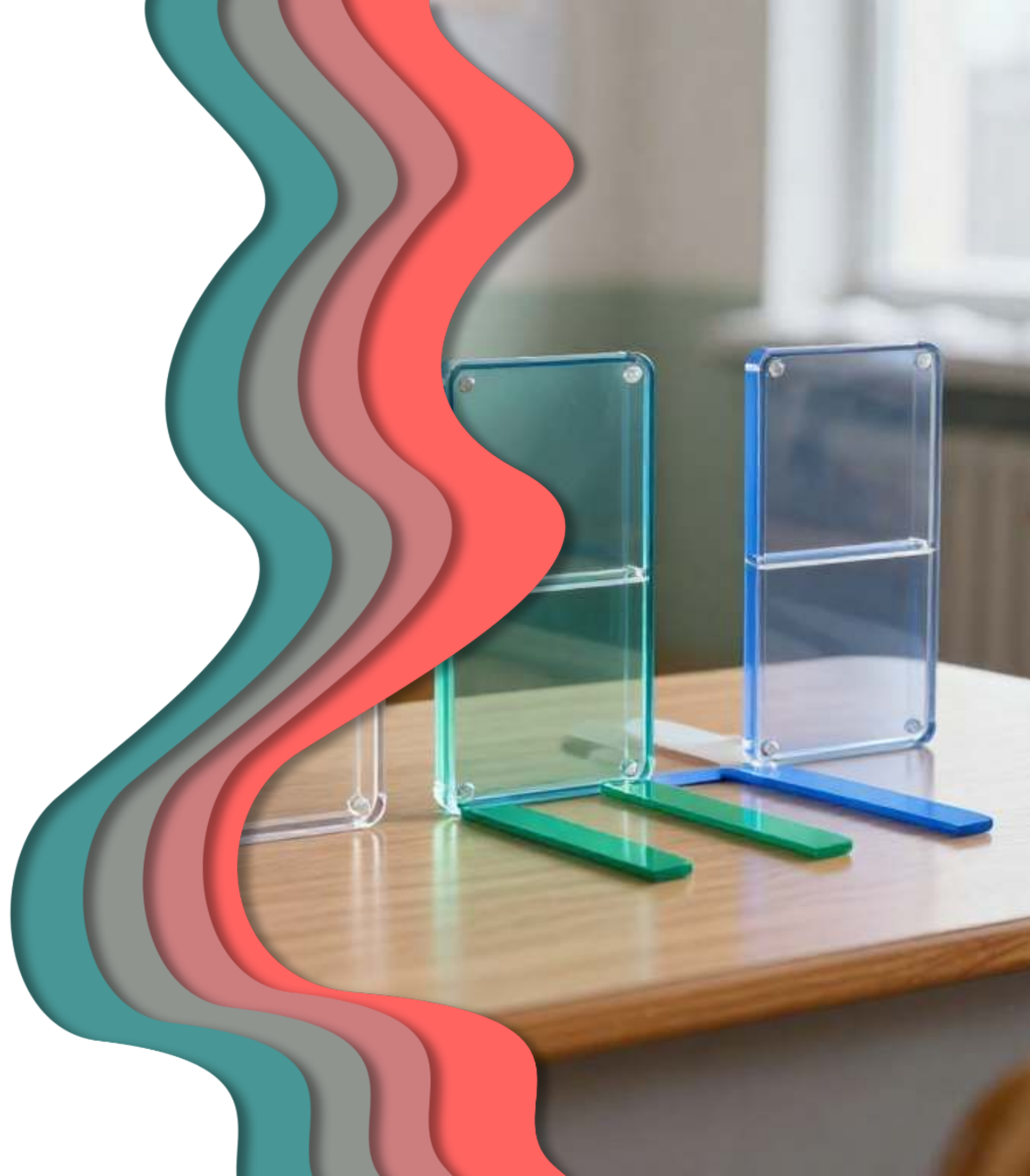
Сложение и вычитание алгебраических дробей

Научимся приводить дроби к общему
знаменателю и сокращать результат.



Алгебраические дроби в задачах

Такие дроби встречаются в уравнениях, формулах и практических задачах. Чтобы работать с ними без ошибок, важно помнить об ОДЗ и уметь находить общий знаменатель.



В записи дроби всегда есть две части,
а её значение зависит от букв
в выражении.

*Школьное определение алгебраической
дроби*

2

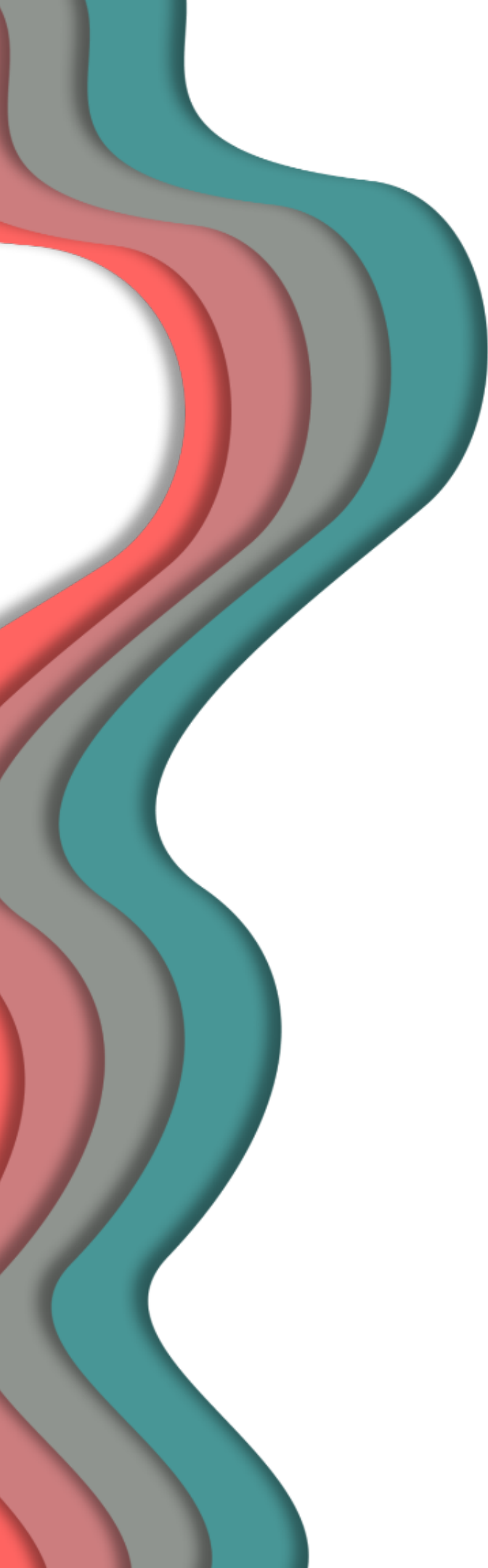
части есть у каждой алгебраической
дроби: числитель и знаменатель.

Если умножить или разделить
числитель и знаменатель на одно
и то же ненулевое выражение, дробь
не изменится.

*Правило основного свойства дроби
и деления на ноль*

0

на него делить нельзя, поэтому
множитель должен быть ненулевым.



Зачем нужен общий знаменатель

01

Сравнимые дроби

Сложение и вычитание возможны только при одинаковых знаменателях. Тогда дроби становятся сопоставимыми, и можно работать с числителями, не меняя смысл выражения.

03

Меняется только числитель

После приведения к общему знаменателю знаменатель становится общим для всех дробей. В преобразовании изменяются лишь числители, а значение выражения сохраняется.

02

Меньше лишних действий

Наименьший общий знаменатель обычно удобнее, потому что он сокращает число преобразований. Чем короче запись, тем проще не ошибиться в вычислениях и знаках.

04

Подготовка к вычислению

Общий знаменатель позволяет перейти от нескольких дробей к одной записи. Это делает сложение и вычитание понятными, а дальнейшее сокращение — возможным и удобным.

Как складывать и вычитать дроби

Последовательность действий при работе с алгебраическими дробями

Приведение дробей к общему знаменателю на примере

Выбираем общий знаменатель

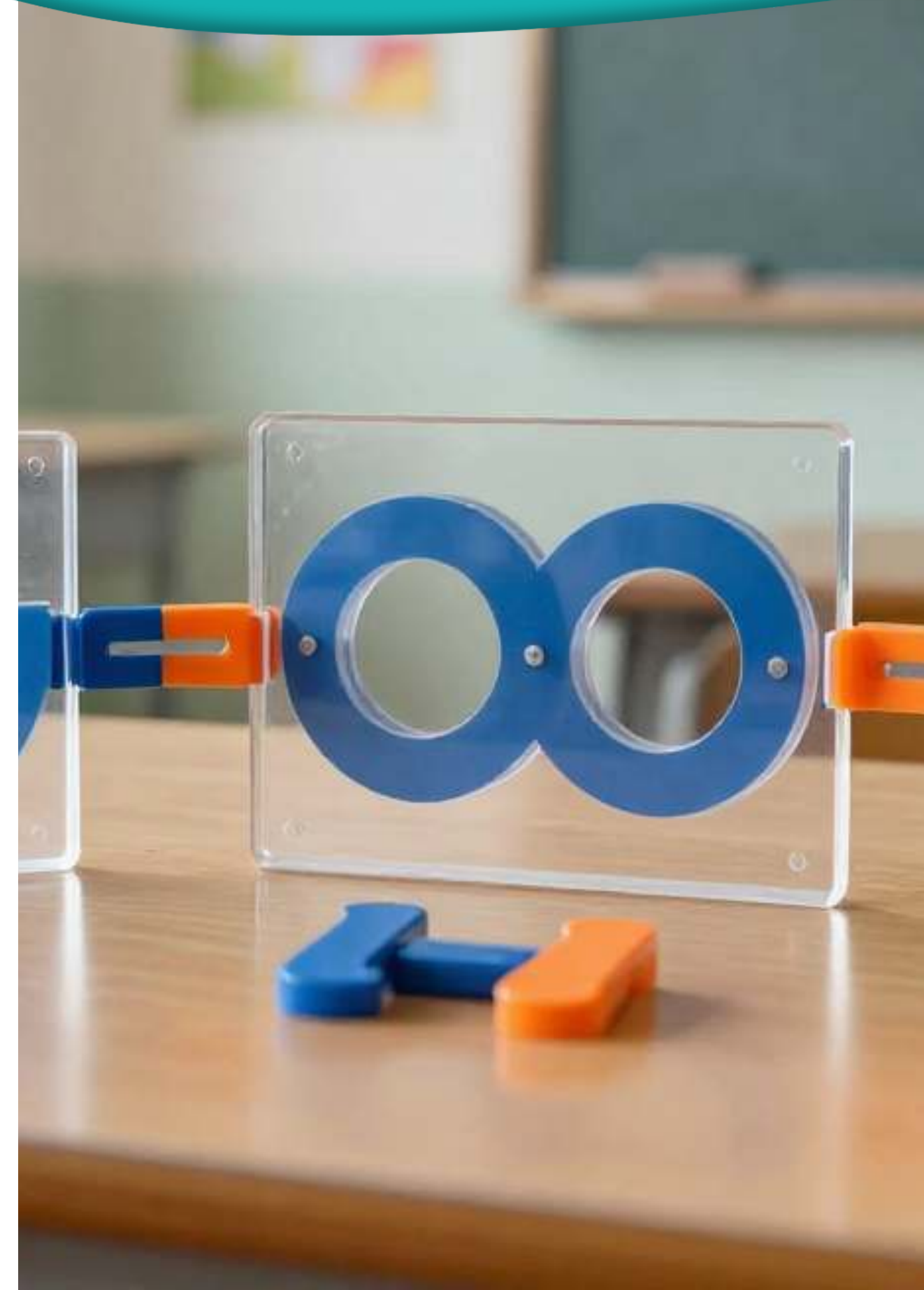
Для выражения $1/(x-2) + 3/(x+1)$ общий знаменатель равен $(x-2)(x+1)$. Он содержит оба исходных множителя и позволяет перейти к одной записи.

Домножаем каждую дробь

Первую дробь умножают на $(x+1)$, вторую — на $(x-2)$. При этом меняется только запись, а значение каждой дроби остаётся тем же.

Складываем числители

После приведения получают $(x+1)/[(x-2)(x+1)] + 3(x-2)/[(x-2)(x+1)]$. Затем числители складывают и записывают один общий дробный ответ.



Типичные ситуации при работе с дробями

Короткая таблица помогает быстро выбрать правильное действие в разных случаях.

Сначала проверяют ОДЗ, затем приводят дроби и только после этого выполняют действия с числителями.

Правила работы с алгебраическими дробями

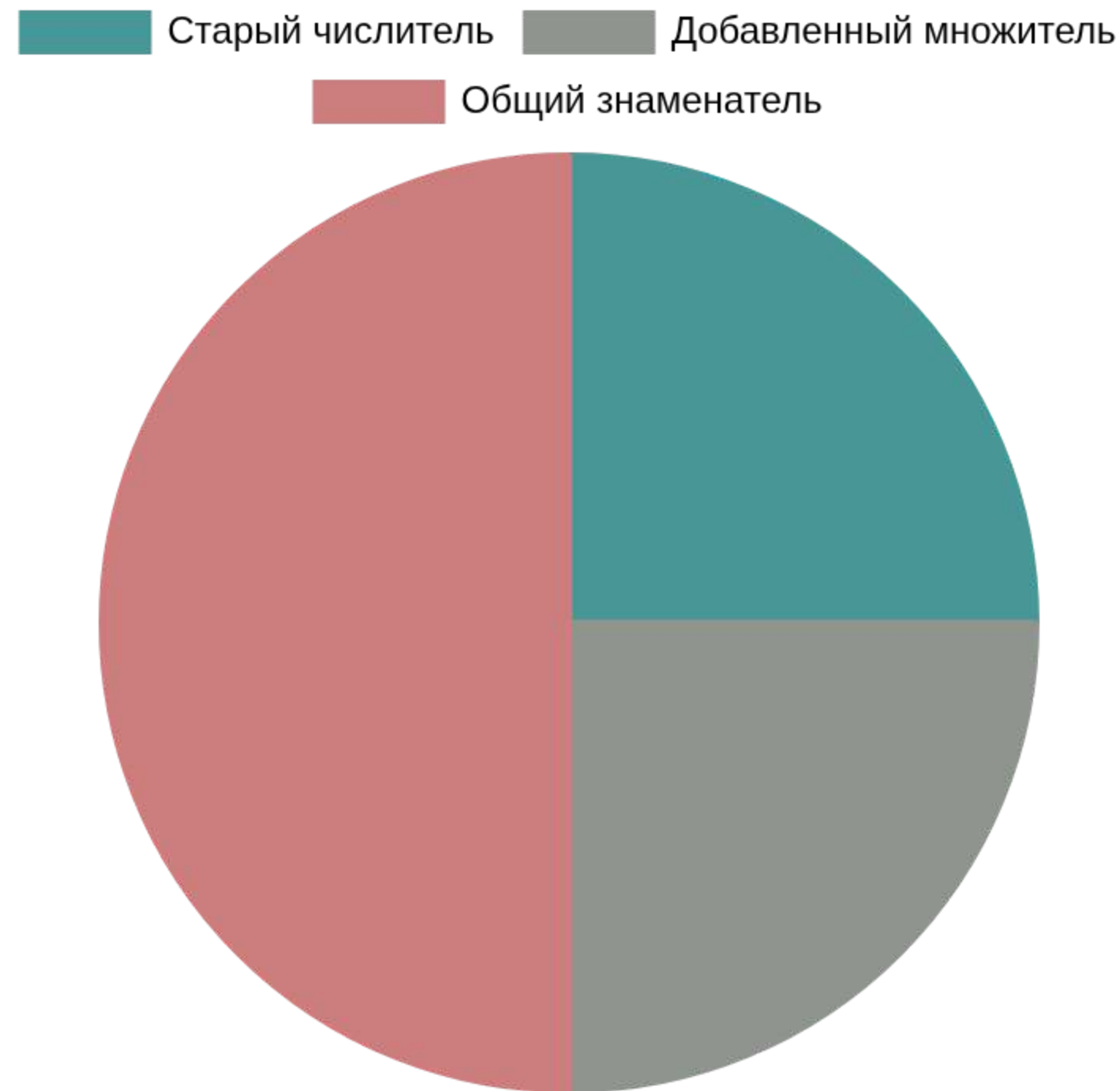
Ситуация	Что делается	Итог
Знаменатели равны	Складывают числители	Знаменатель без изменений
Знаменатели разные	Ищут общий знаменатель	Получают общую запись
Есть общий множитель	Сокращают дробь	Выражение упрощается
Знаменатель равен 0	Не вычисляют	Выражение не имеет смысла

Что меняется при приведении к общему знаменателю

Диаграмма показывает, что при преобразовании дроби увеличивается лишь запись, а не смысл выражения. Это удобно видеть на одном примере.

Общий знаменатель собирает части в единую форму, а добавленный множитель показывает, как сохраняется равенство дробей.

Учебный пример преобразования дроби



Сложение дробей с одинаковыми знаменателями

01 **Работаем с числителями**

Если знаменатели одинаковые, их не меняют. Складывают только числители, а общий знаменатель переносят в ответ без изменений.

02 **Следим за скобками**

Когда в числителях есть скобки, их нужно аккуратно раскрыть или объединить подобные слагаемые. Это помогает сохранить правильные знаки и порядок действий.

03 **Проверяем запись**

После вычисления полезно посмотреть, нельзя ли сократить результат или упростить числитель. Такая проверка делает ответ аккуратным и понятным.

Вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

- **Оставляем знаменатель**

Если знаменатели совпадают, их не меняют: вычитают только числители. Это главное правило помогает не усложнять выражение и быстро получить правильный результат без лишних преобразований.

- **Работаем со скобками**

При вычитании дробей числитель второй дроби обязательно заключают в скобки. Минус перед скобками меняет знаки всех слагаемых внутри, поэтому запись должна быть особенно аккуратной.

- **Проверяем знаки**

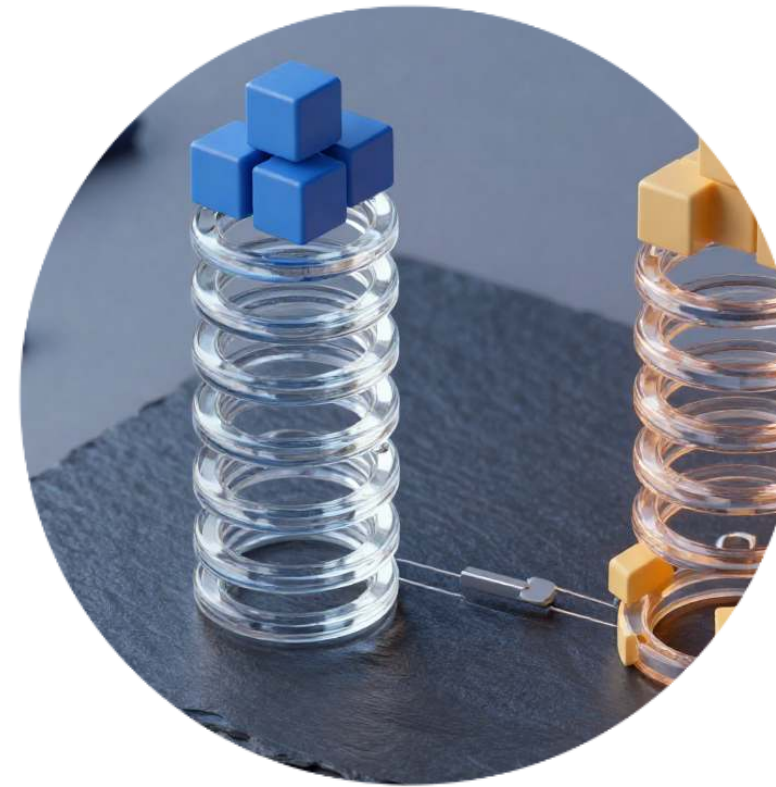
В примере $(5x-2)/9 - (x+4)/9$ сначала объединяют числители: $5x-2-x-4$. Затем приводят подобные слагаемые и получают $(4x-6)/9$.

Ошибки со знаками и скобками



Минус, который меняет всё

Одна пропущенная скобка способна исказить весь ответ. Например, если забыть, что минус перед дробью меняет знаки внутри числителя, вместо вычитания получится совсем другое выражение. На сравнении правильного и неверного решения ошибка сразу становится заметной.



Когда знаменатели не складывают

Ещё одна частая путаница — пытаться складывать или вычитать знаменатели. В дробях это не работает: изменяются только числители, а знаменатель остаётся общим. Такой контраст удобно показать рядом с правильным решением, чтобы увидеть причину неверного результата.

ОДЗ: какие значения нельзя брать

01

Найдите знаменатель

Сначала смотрят, какие выражения стоят в знаменателях. Именно они задают ограничения: любое значение переменной, превращающее знаменатель в ноль, сразу исключается из рассмотрения.

02

Запишите запрет

Для каждого знаменателя отдельно находят недопустимые значения. В выражениях $1/(x-2)$ и $3/(x+1)$ нельзя брать $x=2$ и $x=-1$, потому что в этих случаях дроби не существуют.

03

Проверьте ответ

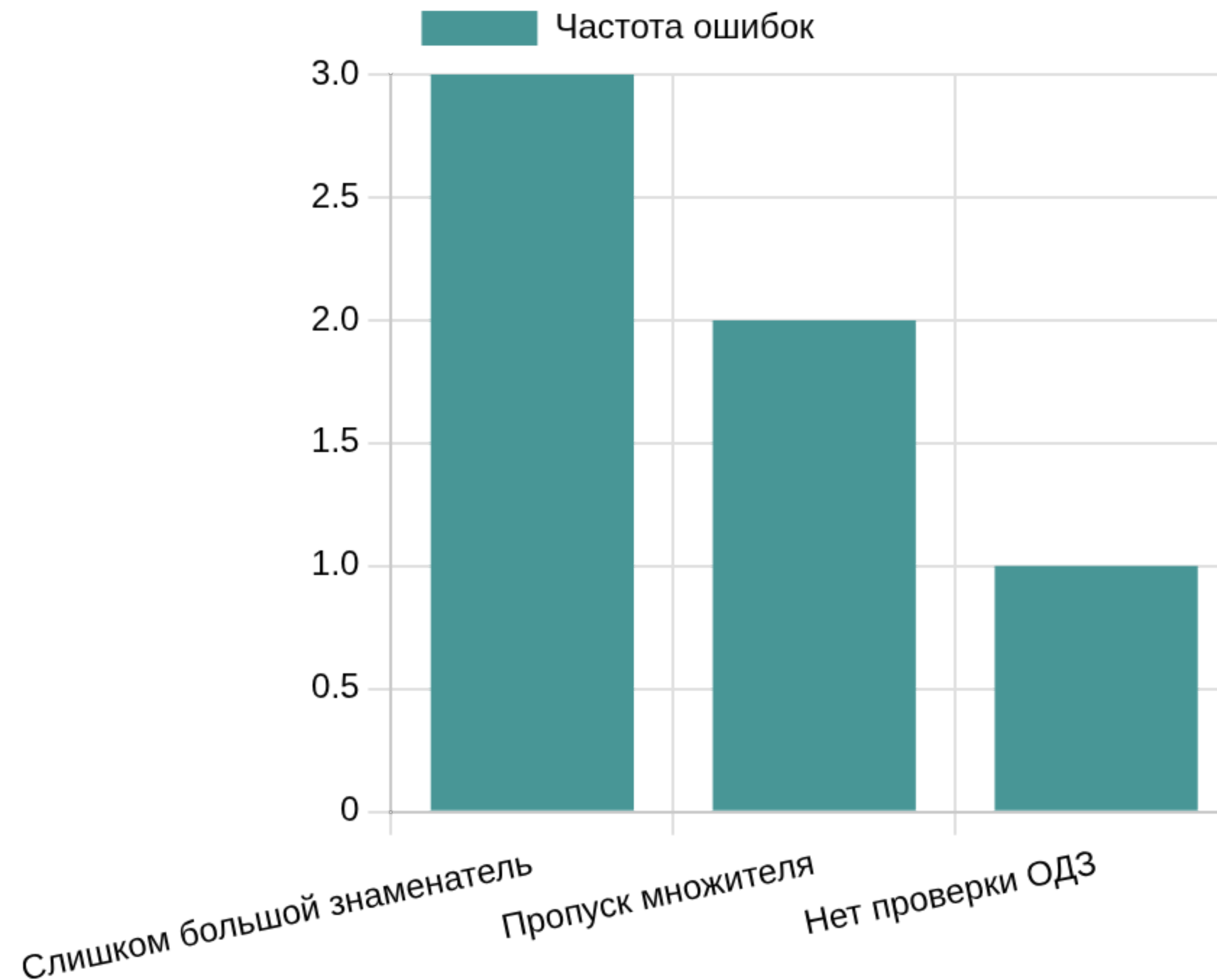
Даже красивый и короткий результат нужно сверить с ОДЗ. Если он нарушает ограничение, ответ считается неверным. Поэтому проверку делают и до вычислений, и после преобразований.

Частые ошибки при выборе общего знаменателя

Наименьший общий знаменатель сокращает число действий и делает запись короче, поэтому решение легче проверить на каждом шаге.

Чем сложнее выбранный знаменатель, тем выше риск ошибки. Самый надёжный путь — брать наименьший общий знаменатель и сразу контролировать ОДЗ.

Учебная иллюстрация на основе типичных ошибок при решении упражнений



Сокращение результата после вычислений

Сначала разложение

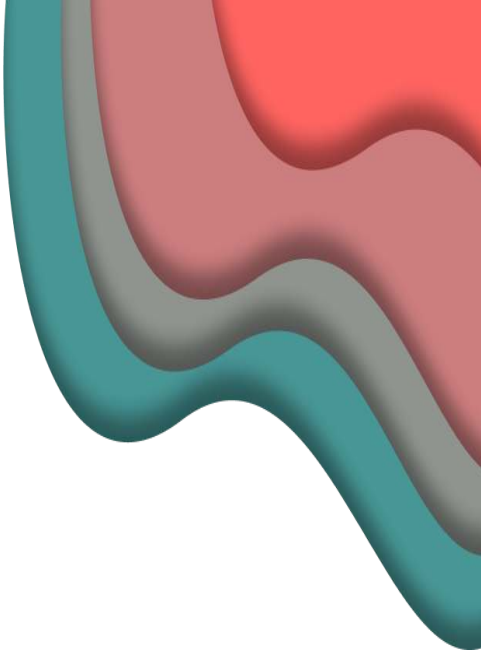
После сложения или вычитания полезно посмотреть, можно ли разложить числитель и знаменатель на множители. Это помогает увидеть одинаковые части выражения и убрать их без потери значения.

Сокращаем множители

Сокращать можно только общие множители, входящие в произведение. Если одинаковый множитель стоит и сверху, и снизу, его убирают целиком, а не по частям.

Не трогаем слагаемые

Отдельные слагаемые сокращать нельзя. Например, выражение с множителем $(x-1)$ можно упростить только тогда, когда этот множитель полностью повторяется в числителе и знаменателе.



Примеры преобразований по шагам

Выражение	Знаменатель	Итог
$1/(x-1)+2/(x-1)$	$x-1$	$3/(x-1)$
$(2x+1)/(x+2)-3/(x+2)$	$x+2$	$(2x-2)/(x+2)$
$1/x+1/(x+1)$	$x(x+1)$	$(2x+1)/[x(x+1)]$

Три коротких примера показывают, как меняется запись при общем знаменателе и объединении числителей.

Если знаменатели одинаковые, преобразование почти сразу заканчивается. При разных знаменателях решающее значение имеет верный общий знаменатель.

Составлено по материалам темы «Сложение и вычитание алгебраических дробей»

Как проверить решение по шагам

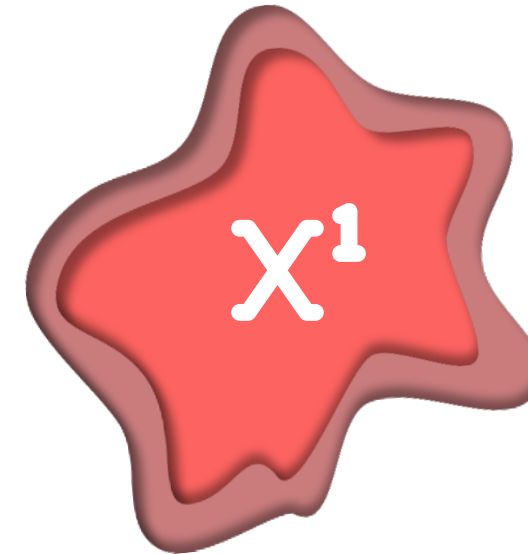
Последовательность показывает, как не пропустить ОДЗ и не ошибиться при приведении дробей.

Связь с уравнениями и задачами



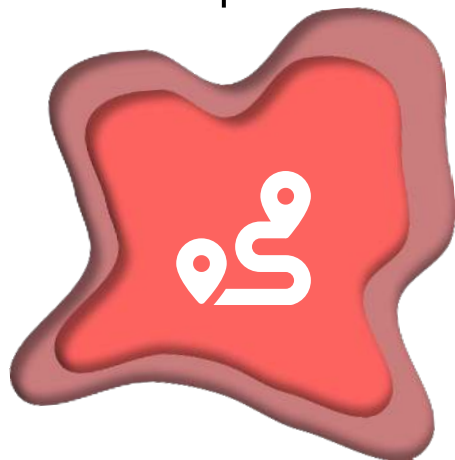
Рациональные уравнения

При решении рациональных уравнений дроби часто нужно привести к общему знаменателю, чтобы убрать знаменатели и получить более удобную запись для дальнейших преобразований.



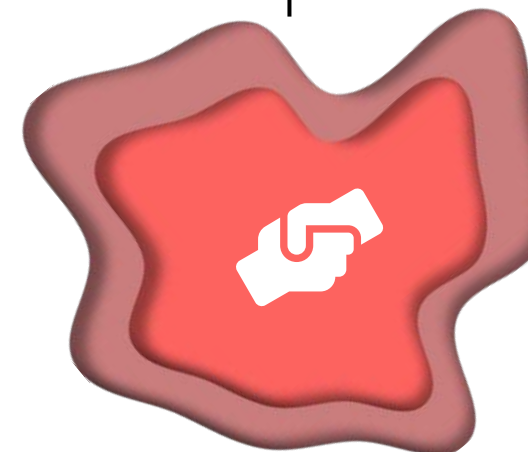
Преобразование формул

В формулах с буквами дробные выражения помогают описывать зависимости. Умение складывать и вычитать такие дроби позволяет упростить запись и сделать выражение понятнее.



Задачи на движение

В задачах на движение дроби нередко показывают часть пути, скорость или время. Общий знаменатель помогает сравнивать и объединять такие величины в одной записи.



Задачи на работу

При решении задач на работу дробные выражения описывают долю выполненной работы. После приведения к общему знаменателю проще находить общий результат и не путаться в вычислениях.

Признаки аккуратного решения

01 **Есть ОДЗ**

В хорошем решении сначала записаны все запрещённые значения. Это показывает, что ученик заранее проверил знаменатели и не использовал числа, при которых выражение не имеет смысла.

03 **Аккуратные скобки**

Скобки раскрыты правильно, а знаки сохранены без искажений. Это особенно важно при вычитании, когда один неверный минус может изменить каждый член числителя.

02 **Верный знаменатель**

Общий знаменатель выбран точно и без лишних множителей. Такая запись делает решение короче, помогает не перегружать вычисления и уменьшает вероятность ошибки в промежуточных шагах.

04 **Есть итоговая проверка**

После упрощения результат ещё раз сверяют с ОДЗ и при необходимости сокращают. Такой финальный шаг показывает, что ответ не только получен, но и проверен.

Урок о дробях, которые удобно складывать и вычитать

Сегодня мы увидели, что успех в работе с алгебраическими дробями зависит от порядка действий: ОДЗ, общий знаменатель, числители, сокращение и проверка. Аккуратность здесь важнее скорости.

