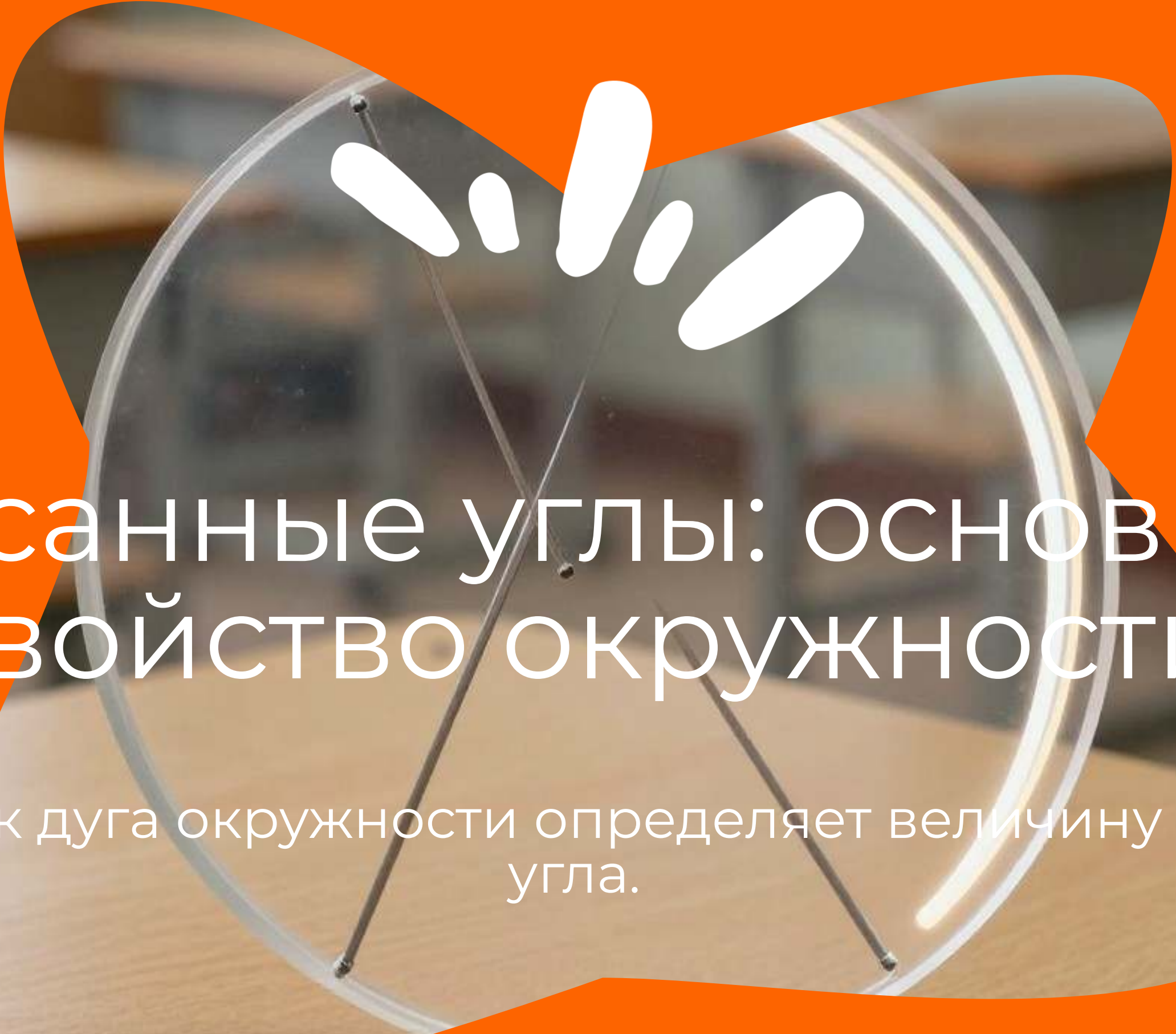




# Вписанные углы: основное свойство окружности

Разберём, как дуга окружности определяет величину вписанного угла.

# Окружность, дуга и хорда: с чего начинается тема

Чтобы уверенно находить вписанные углы, нужно понимать, что такое окружность, хорда и дуга. Эти понятия помогают читать чертёж, связывать элементы фигуры и решать задачи без измерения транспортиром.



# Определение вписанного угла

## Вершина на окружности

Вписанный угол отличается тем, что его вершина лежит на окружности, а не внутри фигуры и не в центре. Именно это положение делает его особым объектом изучения.

## Стороны — хорды

Стороны такого угла пересекают окружность в двух точках и образуют хорды. Поэтому вписанный угол всегда связан с отрезками, соединяющими точки окружности.

## Своя дуга

Угол опирается на дугу, заключённую между точками пересечения его сторон с окружностью. Эта дуга не содержит вершину угла и помогает определить его величину.

## Отличие от центрального

Главное различие состоит в положении вершины: у вписанного угла она лежит на окружности, а у центрального — в центре. Из-за этого их меры связаны по-разному.

# Геометрическая модель вписанного угла

## Окружность на чертеже

Сначала изображают окружность и отмечают на ней несколько точек. Так становится видно, какие элементы фигуры принадлежат окружности и где могут располагаться вершины углов.

## Две хорды

Потом проводят две хорды, выходящие из одной точки на окружности. Именно они образуют стороны вписанного угла и показывают, какие точки соединяет чертёж.

## Выделенная дуга

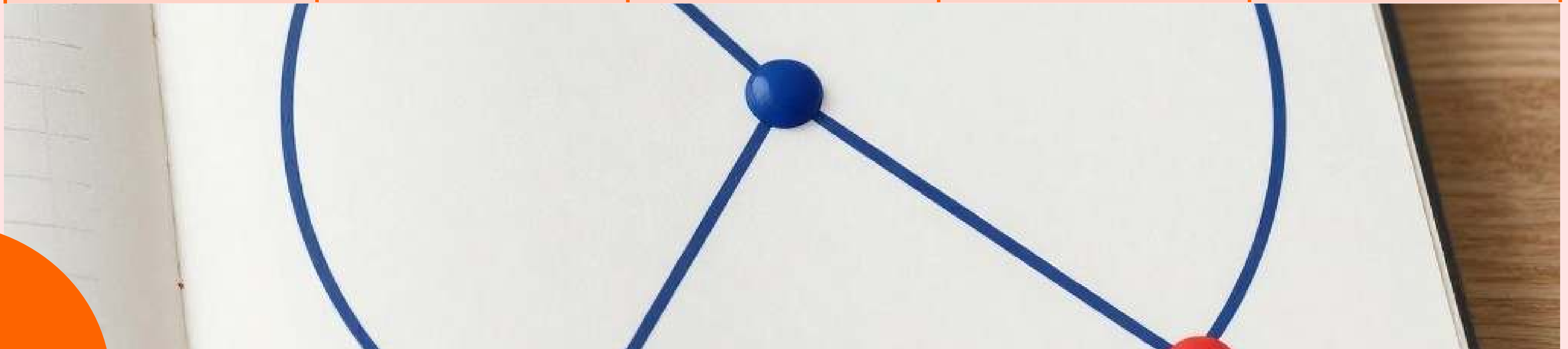
Между вторыми точками пересечения выделяют дугу, на которую опирается угол. Без неё невозможно понять, какое именно соотношение нужно применять в задаче.

## Обозначения буквами

Точки удобно подписывать буквами, чтобы не путаться при решении. Это особенно полезно, когда на одном рисунке есть несколько углов и несколько дуг.

## Запись меры дуги

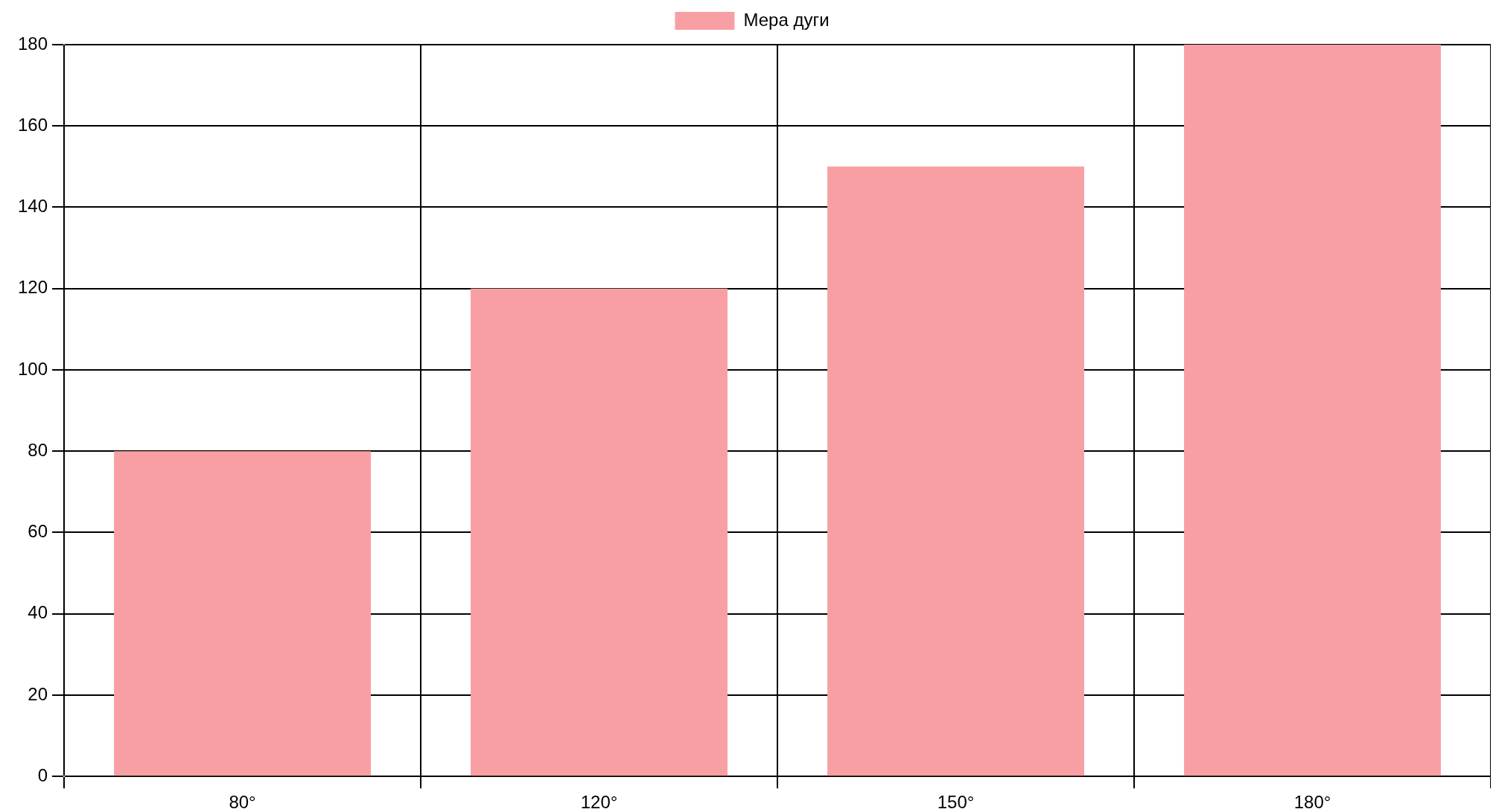
Если дуга известна, рядом можно указать её меру в градусах. Тогда сразу видно, какую часть окружности она занимает и как получить величину угла.



# Связь вписанного угла и дуги

Диаграмма показывает исходную дугу; значение угла всегда получается делением этой меры на два.

Во всех примерах действует одно правило: вписанный угол вдвое меньше дуги, на которую он опирается.



*Пары значений по теореме о вписанном угле, 9 класс*

$1/2$

меры дуги составляет  
вписанный угол.

Это ключевое правило позволяет  
быстро находить углы в окружности  
и сразу проверять ответ по чертежу.

*Теорема о вписанном угле из школьного курса  
геометрии*

| Вид угла    | Вершина       | Связь с дугой | Пример                            |
|-------------|---------------|---------------|-----------------------------------|
| Центральный | В центре      | Равен дуге    | $120^\circ \rightarrow 120^\circ$ |
| Вписанный   | На окружности | Половина дуги | $120^\circ \rightarrow 60^\circ$  |

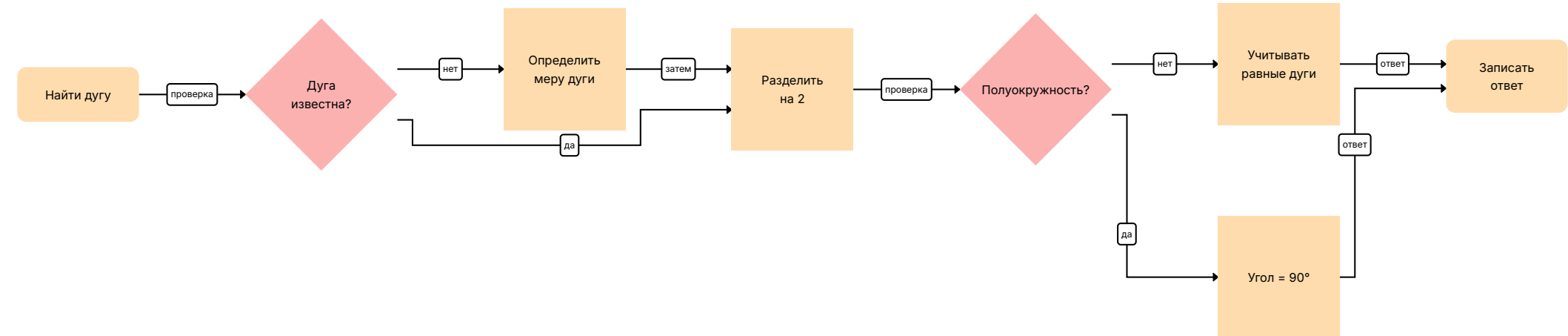
## Центральный и вписанный углы: сравнение

Таблица помогает не путать два вида углов и сразу выбирать нужное правило.

Разница определяется положением вершины: от него зависит, равна ли мера дуге или составляет её половину.

# Как найти вписанный угол

Последовательность действий  
по школьной задаче на окружность.



# Углы, опирающиеся на одну дугу

**01**

## Одна дуга — одна мера

Если два вписанных угла опираются на одну и ту же дугу, они равны. Это удобно, когда на окружности отмечено несколько точек и нужно сравнить неизвестные углы.

**02**

## Работа с чертежом

Сначала находят дугу, общую для обоих углов, затем проверяют точки пересечения сторон с окружностью. После этого можно уверенно сделать вывод о равенстве углов.

**03**

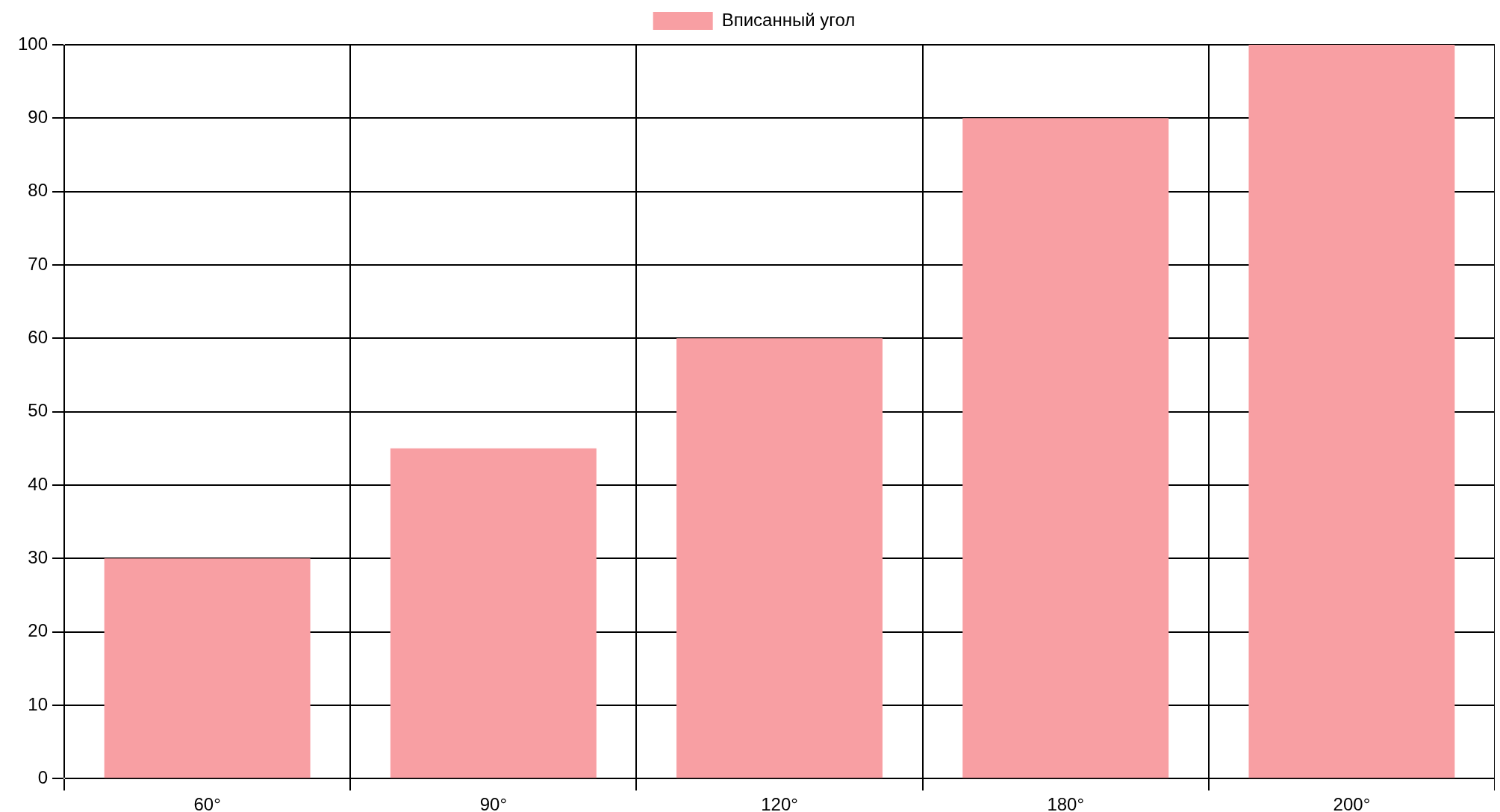
## Применение в задачах

Свойство часто используют при пересечении хорд и в построениях, где нужно доказать равенство углов без дополнительных измерений. Оно сокращает решение и делает его наглядным.

# Частые пары дуг и вписанных углов

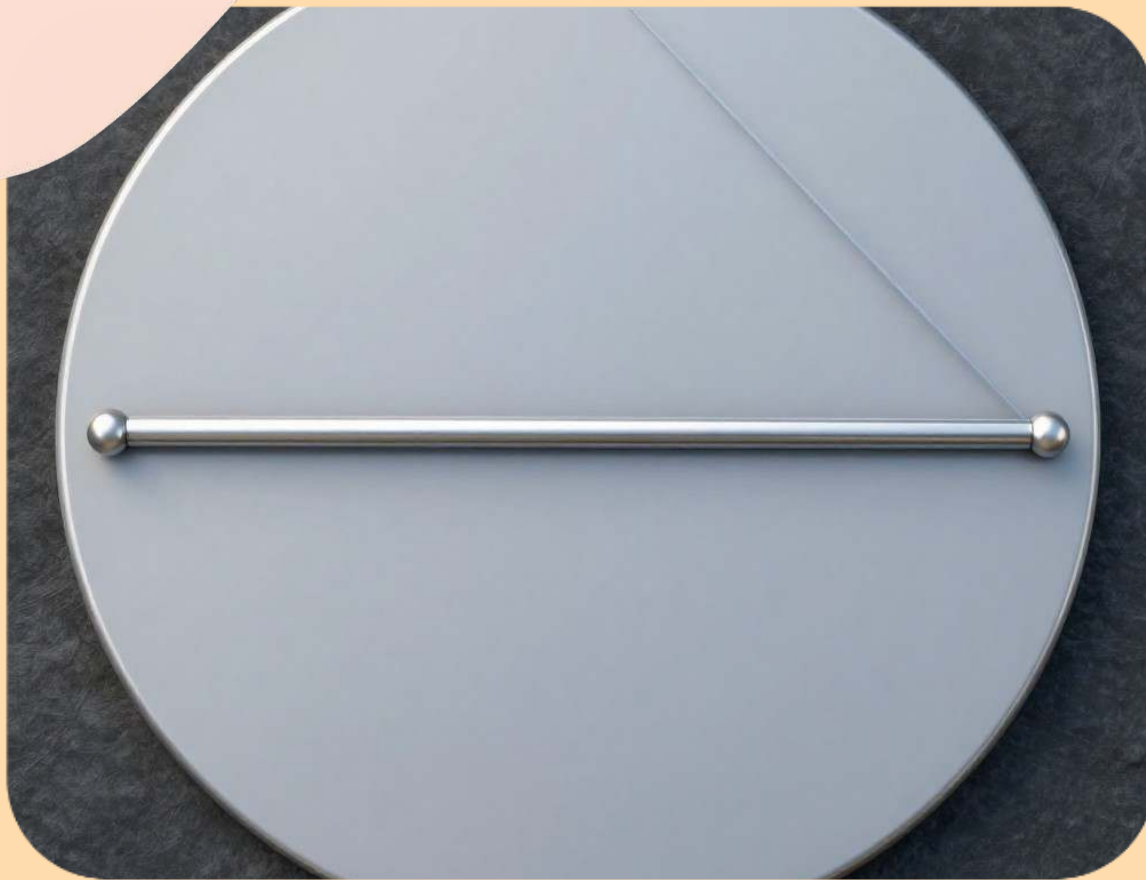
Такие пары удобно запоминать как проверку: чем больше дуга, тем больше вписанный угол, но вдвое меньше.

Во всех случаях сохраняется одно и то же отношение, поэтому ответ можно быстро оценить без полного вычисления.



*Примеры по теореме о вписанном угле, 9 класс*

# Особый случай: угол в полуокружности



## Диаметр как опора для угла

Когда вершина вписанного угла лежит на окружности, а его стороны проходят через концы диаметра, на рисунке сразу видно полукруг. Такая конфигурация помогает заметить, что дуга между концами диаметра всегда равна  $180^\circ$ .



## Почему получается прямой угол

По теореме о вписанном угле такой угол равен половине дуги, на которую он опирается. Если дуга — полуокружность, вычисление простое:  $180^\circ$  делим на 2 и получаем  $90^\circ$ .



## Удобная схема на чертеже

На изображении обычно отмечают диаметр, точку на окружности и два отрезка к его концам. Такая модель наглядно показывает, почему этот вписанный угол всегда прямой и почему это частный случай общего правила.

# Вписанный четырёхугольник

## Все вершины на окружности

Такой четырёхугольник полностью «вписан» в одну окружность: каждая его вершина лежит на её границе. Это главное условие, по которому фигуру относят к вписанным.

## Сумма противоположных углов

У вписанного четырёхугольника противоположные углы всегда в сумме дают  $180^\circ$ . Это удобный признак: если один угол известен, второй можно найти сразу, без дополнительных построений.

## Зачем это нужно в задачах

Свойство часто помогает находить неизвестные углы в сложных рисунках. Особенно полезно оно тогда, когда на окружности отмечены четыре точки и требуется связать несколько углов между собой.



# Основные свойства вписанных углов

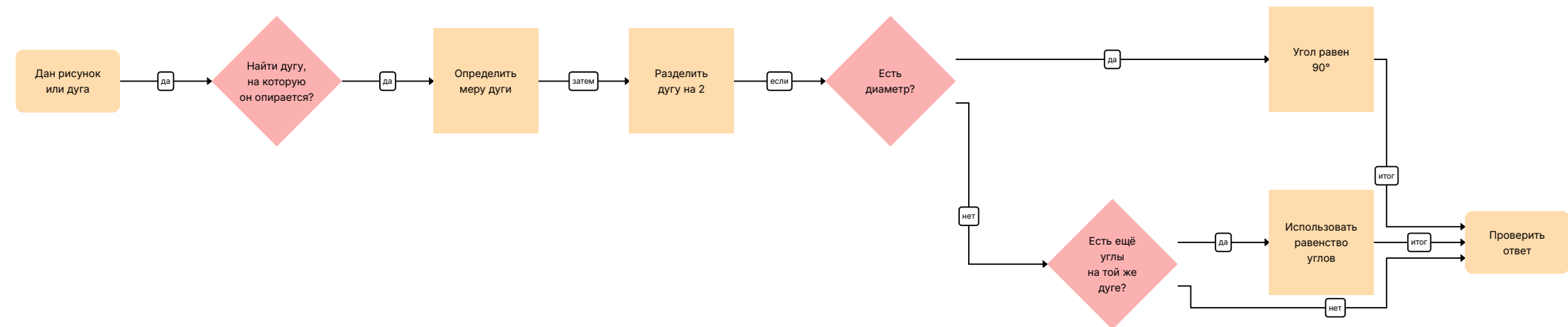
Таблица собирает базовые правила темы и показывает их в короткой, удобной для запоминания форме.

Все основные правила сводятся к связи угла с дугой: половина дуги, равенство на одной дуге и прямой угол в полуокружности.

| Свойство        | Формулировка              | Пример                                  |
|-----------------|---------------------------|-----------------------------------------|
| Одна дуга       | Углы равны                | $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$ |
| Половина дуги   | Угол = $\frac{1}{2}$ дуги | $120^\circ \rightarrow 60^\circ$        |
| Полуокружность  | Угол = $90^\circ$         | $180^\circ \rightarrow 90^\circ$        |
| Четырёхугольник | Сумма = $180^\circ$       | $110^\circ + 70^\circ$                  |

# Как решать задачи на окружность и вписанные углы

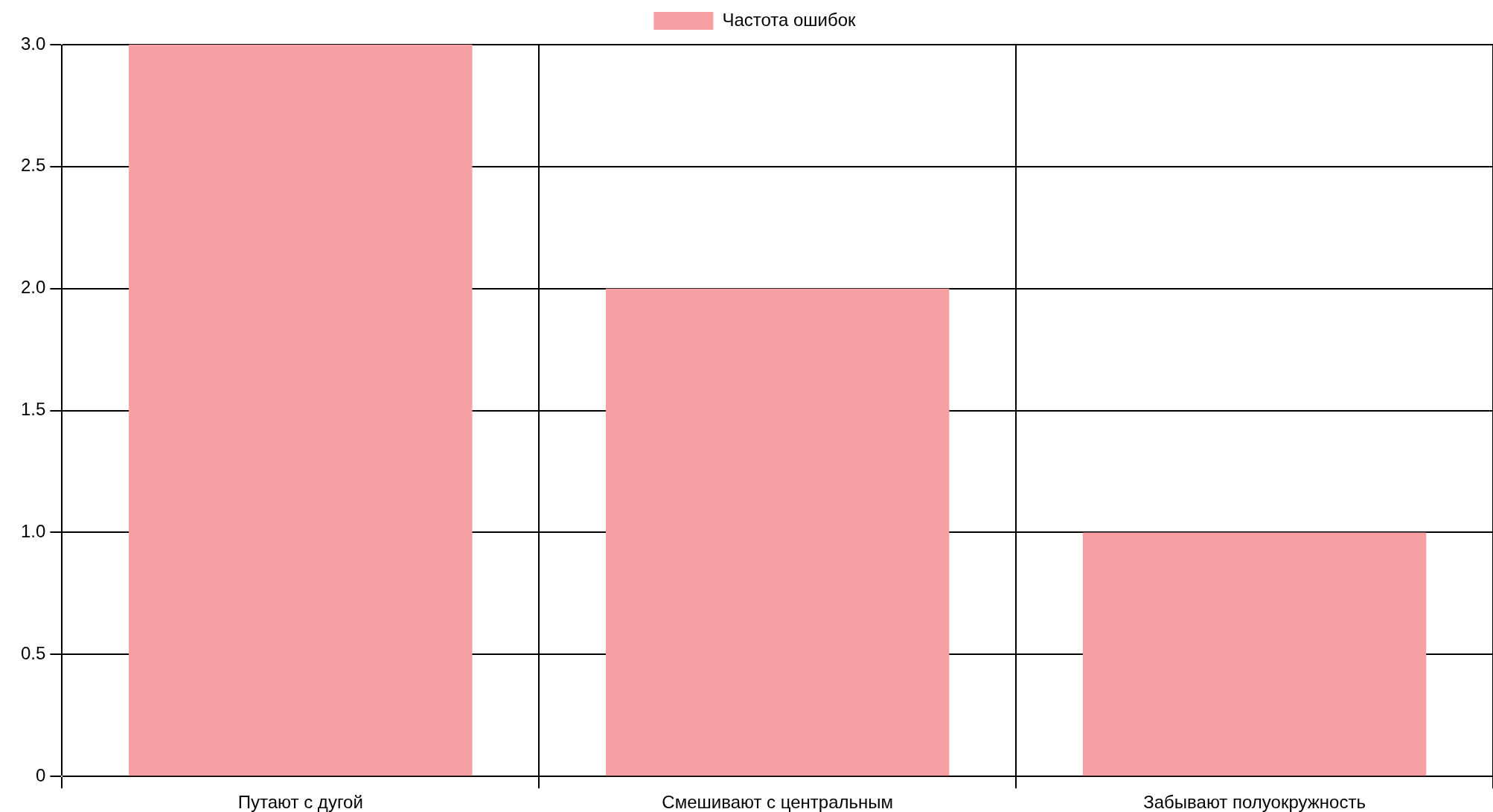
Алгоритм школьного решения по данным рисунка и мере дуги



# Типичные ошибки при работе с вписанными углами

Даже аккуратный чертёж не спасает, если перепутать правило вычисления. Поэтому важно каждый раз проверять, где находится вершина и какая дуга дана.

Чаще всего ошибки связаны не с построением, а с неверным выбором правила. Проверка дуги и типа угла помогает избежать неточностей.



Обобщение типичных ошибок из школьных задач по теме «Вписанные углы»

# Где используются свойства вписанных углов



## Часы и циферблаты

Окружность циферблата позволяет наглядно видеть дуги и углы. Свойства вписанных углов помогают рассматривать расположение стрелок и объяснять геометрию круглых шкал.



## Колёса и механизмы

В колёсах, шестернях и других круглых деталях окружности встречаются постоянно. Здесь важно понимать, как хорды и дуги задают нужные углы на чертеже.



## Дорожные знаки

Многие знаки имеют круглую форму или элементы окружности. Геометрические соотношения помогают точнее строить эскизы и проверять симметрию изображения.



## Спортивные разметки

На стадионах и площадках есть дуги, окружности и их части. Знание свойств вписанных углов помогает разбирать схемы разметки и отдельные участки поля.



## Школьные построения

В учебных задачах эта тема особенно полезна. Она позволяет находить углы без транспортира, сравнивать дуги и проверять правильность геометрических построений.

# Пример вычисления неизвестного угла

**01**

Определяем дугу

В условии дана дуга  $134^\circ$ . Сначала нужно понять, что именно на неё опирается вписанный угол: его вершина лежит на окружности, а стороны проходят через концы этой дуги.

Находим меру угла

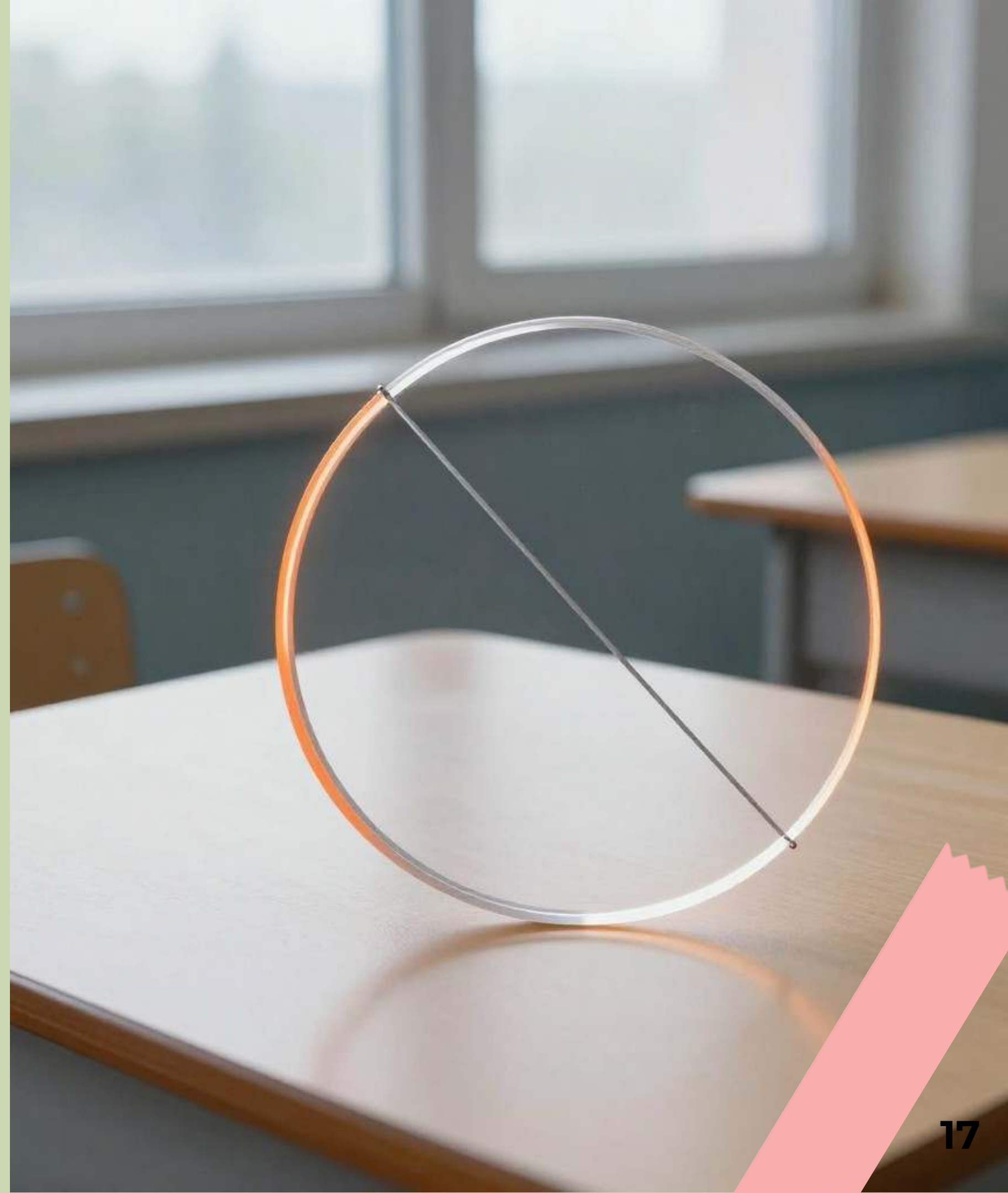
Используем основное правило темы: мера вписанного угла равна половине дуги. Поэтому  $134^\circ$  делим на 2 и получаем  $67^\circ$  — это искомый ответ.

**02**

Проверяем равный угол

**03**

Если на той же дуге расположен ещё один вписанный угол, его мера тоже будет  $67^\circ$ . Одинаковая дуга всегда задаёт одинаковые углы, независимо от положения вершин.



| Мера дуги | Мера угла | Ответ |
|-----------|-----------|-------|
| 40°       | 20°       | 20°   |
| 100°      | 50°       | 50°   |
| 160°      | 80°       | 80°   |
| 180°      | 90°       | 90°   |
| 240°      | 120°      | 120°  |

## Мини-практика по теме

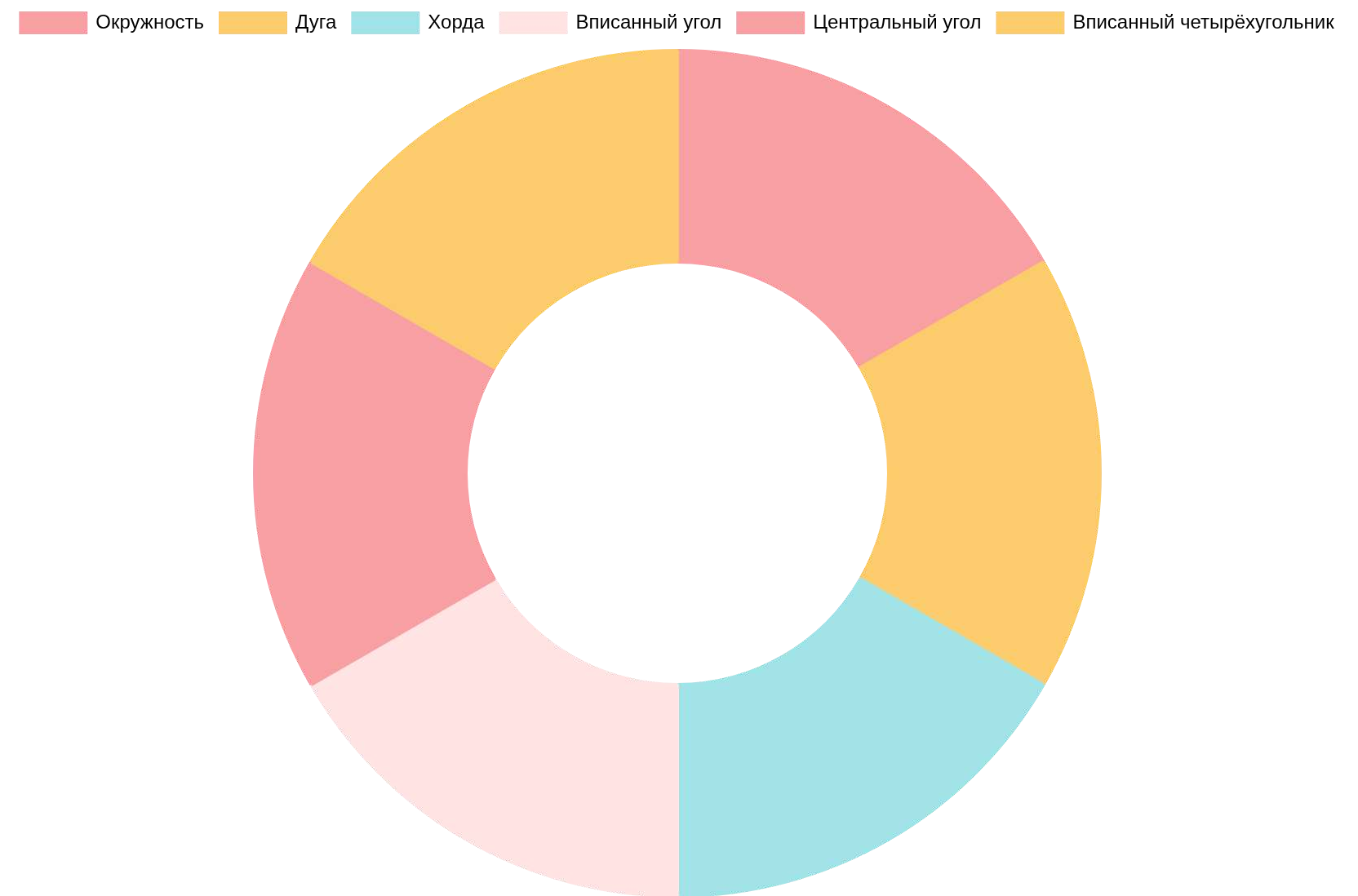
Небольшой набор примеров помогает быстро закрепить правило и проверить, умеет ли ученик находить половину меры дуги в разных случаях.

Во всех примерах работает одно правило: нужно делить меру дуги пополам, включая дуги больше 180°.

# Связь ключевых понятий темы

Круговая схема показывает не отдельные факты, а их связь: от окружности и дуг — к хордам, углам и четырёхугольнику.

Тема строится как система связанных объектов: геометрические элементы ведут к свойствам углов, а затем — к более сложным фигурам.



Структура темы по геометрии 9 класса

# Что важно запомнить о вписанных углах

Вписанный угол легко узнать по вершине на окружности и двум хордам.  
Главное правило одно: его мера всегда равна половине дуги, а рядом с ним сразу работают случаи равенства и прямого угла.