

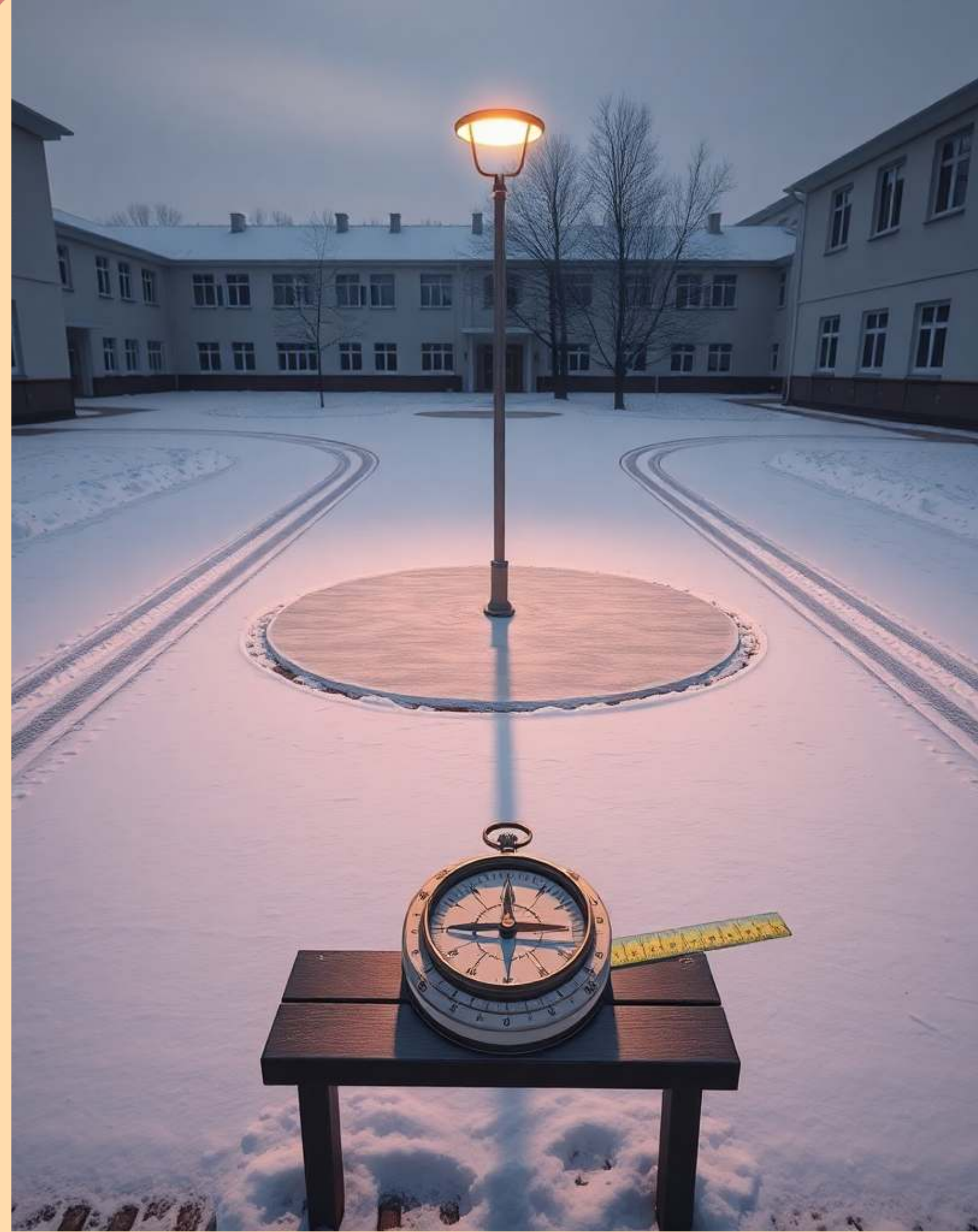
Построение графиков $y = f(|x|)$ и $y = |f(x)|$

Два модуля — два разных графика и быстрый способ построения.

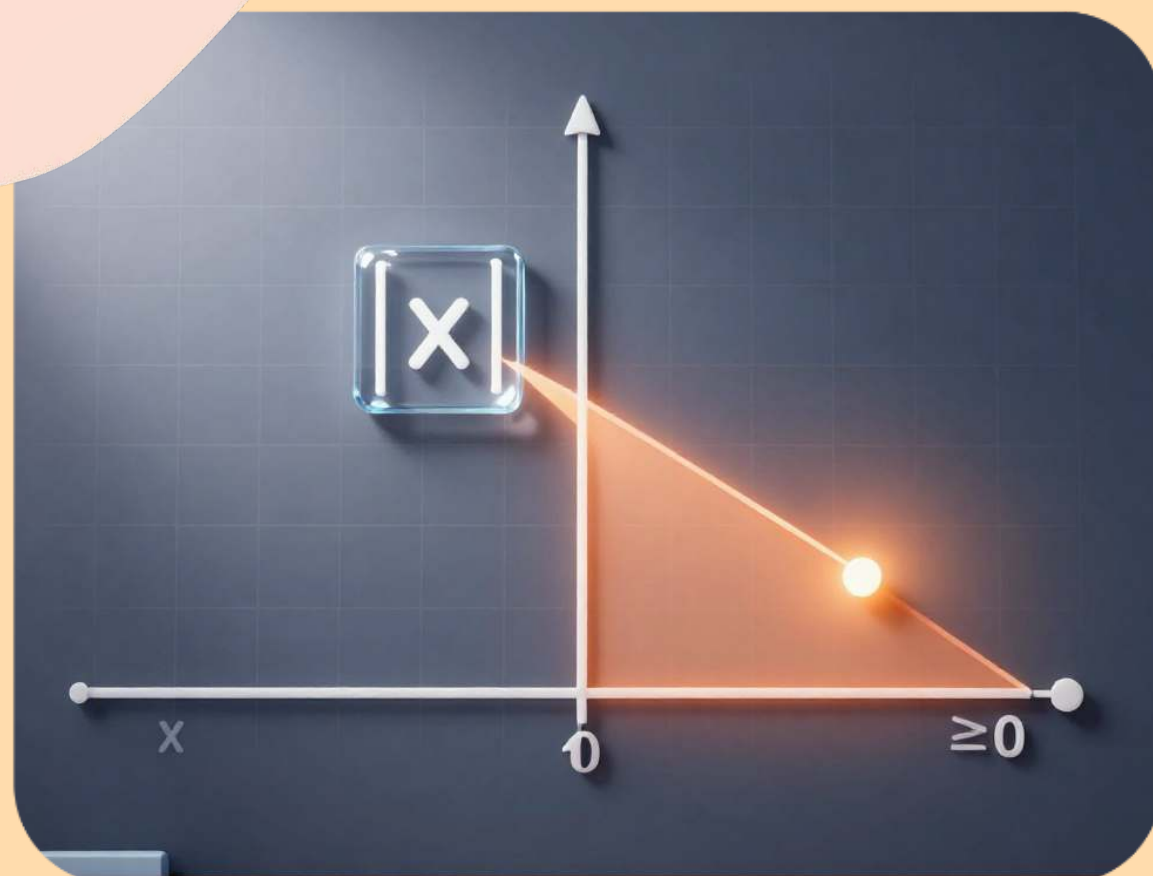


Зачем изучают графики с модулем

Такие записи часто встречаются в задачах по алгебре и при исследовании функций. Они помогают быстрее строить графики: в одном случае повторяется правая часть слева, в другом — отрицательные значения поднимаются выше оси Ox .



Как понять запись с модулем у аргумента



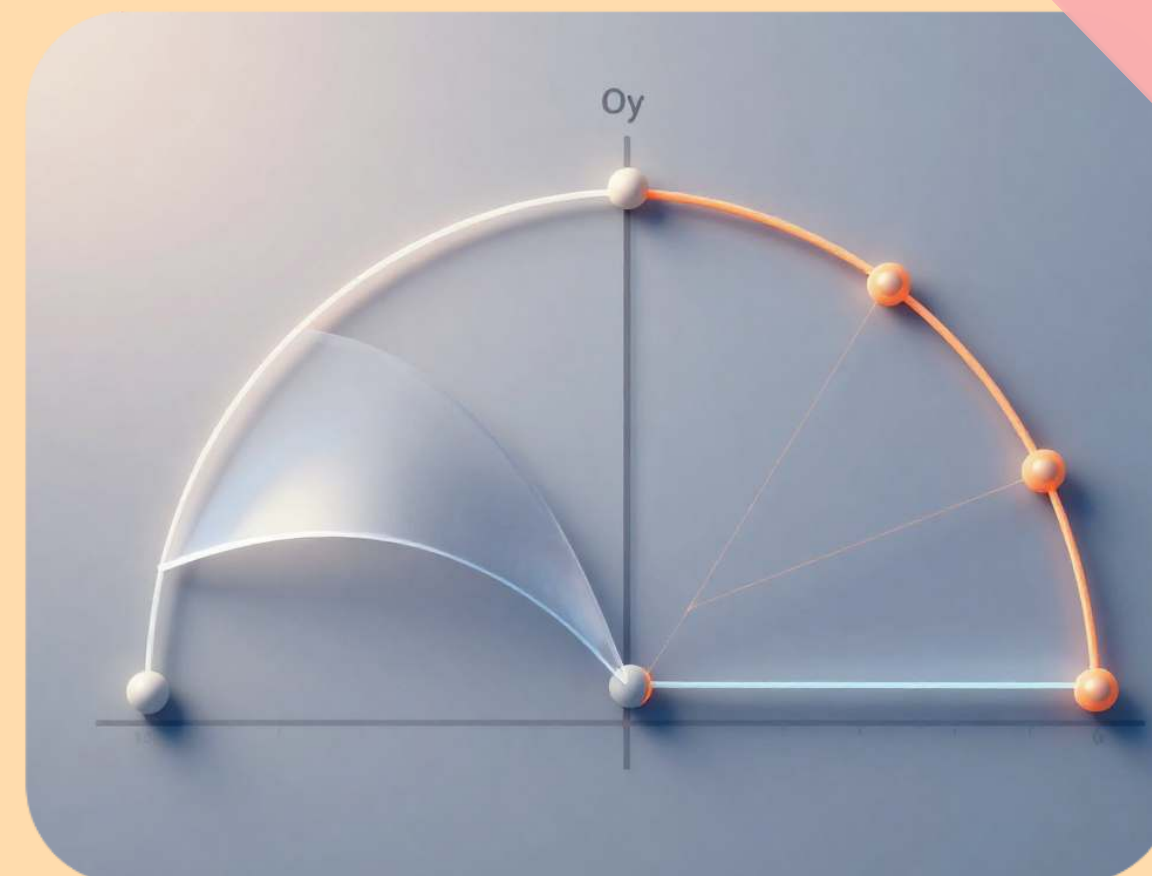
Сначала меняется x

В записи $y = f(|x|)$ модуль стоит у аргумента, поэтому вместо x подставляют его модуль. Для неотрицательных x график совпадает с исходным. Это позволяет брать за основу только правую половину и не строить лишние точки.



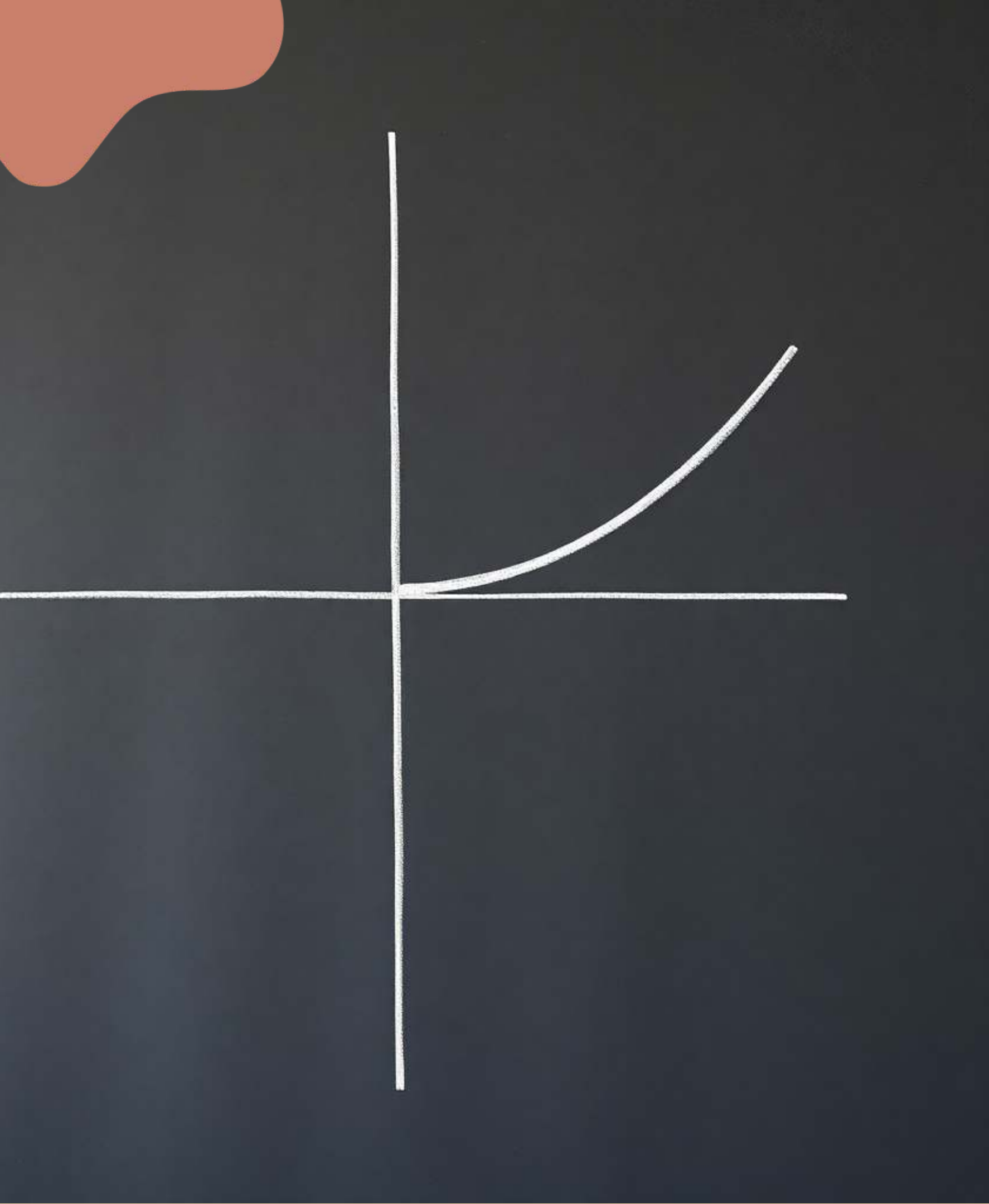
Левая часть — отражение

Если x отрицателен, соответствующая точка берётся по значению с противоположной абсциссой. Поэтому левая часть графика получается зеркальным отражением правой относительно оси Oy . Такое построение сразу задаёт симметрию всей фигуры.



Удобно для рисунка

На чертеже особенно наглядны ось Oy и пары точек, одинаково удалённых от неё. Достаточно построить одну половину графика, а затем аккуратно отразить её влево. Это экономит время и уменьшает число ошибок при построении.



Правило построения графика $y = f(|x|)$

Берём правую часть

01

Сначала строят график $y = f(x)$ только для $x \geq 0$. Именно эта часть становится образцом для дальнейшего построения, поэтому важно аккуратно отметить все заметные точки и участки.

Отражаем точки

02

Для каждого отрицательного x значение берут по точке с противоположной абсциссой. Значит, каждая точка справа получает пару слева на том же уровне, а расстояние до оси Oy остаётся одинаковым.

Сохраняем симметрию

03

После отражения левая и правая части должны совпасть зеркально. Если на правой половине есть пересечение с осью Ox , такая же точка появится и слева, а вершины и другие характерные точки также повторятся.

Проверяем результат

04

Итоговый график должен быть симметричен относительно оси Oy . Если симметрия нарушена, значит, где-то отражение выполнено неверно или была использована не та часть исходного графика.

Преобразование	Что меняется	Симметрия	Без изменений
$y = f(x)$	аргумент x	ось Oy	точки справа
$y = f(x) $	значение y	ось Ox	точки с $y \geq 0$

Сравнение преобразований $y = f(|x|)$ и $y = |f(x)|$

Сравним, что именно меняется в записи и где возникает симметрия.

Модуль может действовать либо на аргумент, либо на значение функции; от этого зависит направление отражения.

Пример: преобразование параболы при $y = f(|x|)$

Исходная функция

Для $f(x) = x^2 - 1$ правая часть графика — обычная парабола, сдвинутая вниз на одну единицу. При $x \geq 0$ она строится без изменений и служит основой для всего рисунка.

Что происходит слева

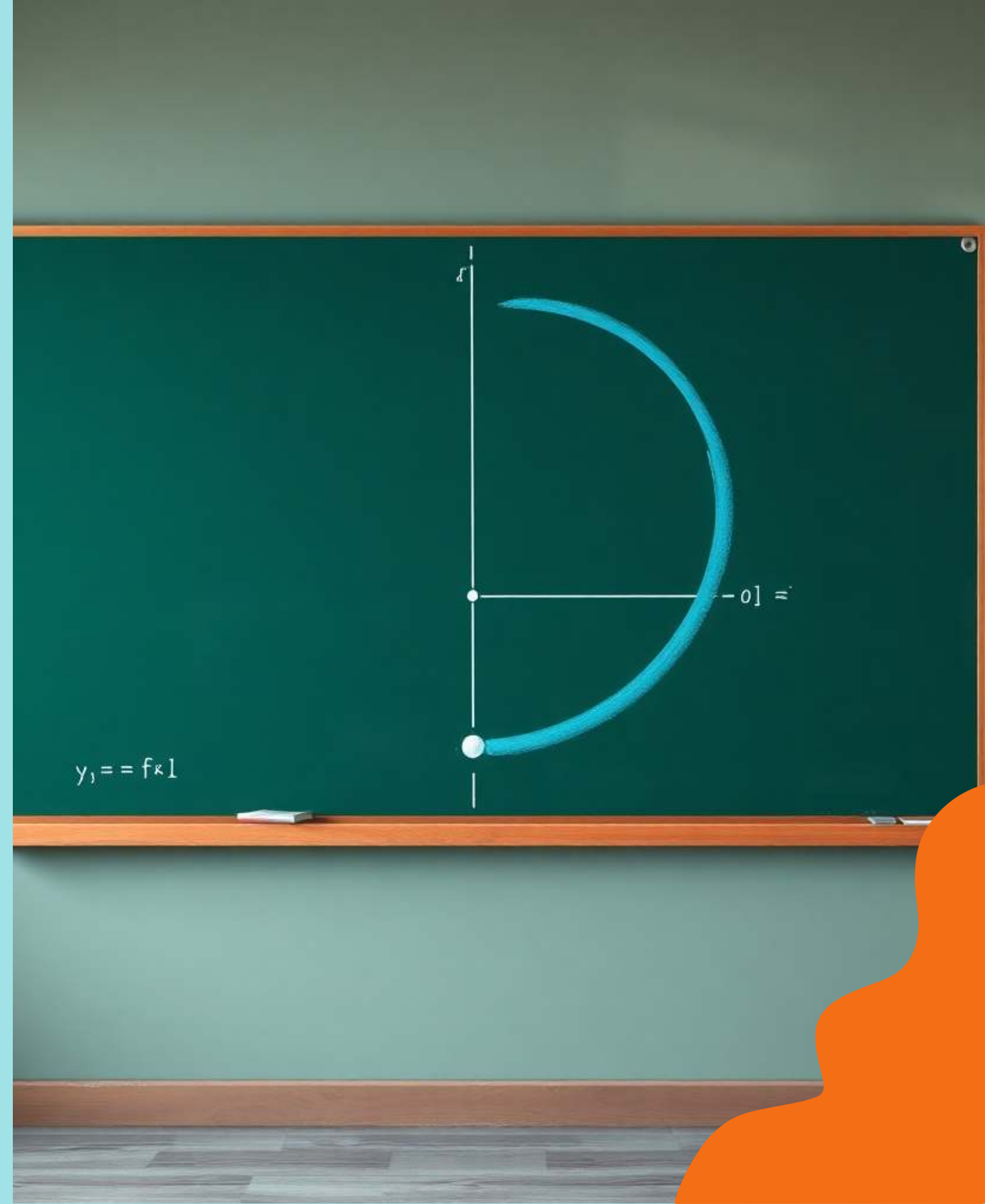
При отрицательных x берут значения из точек с противоположной абсциссой. Поэтому левая ветвь не вычисляется заново, а получается как точная зеркальная копия правой относительно оси Oy .

Положение вершины

Вершина остаётся в точке $(0; -1)$, потому что при $x = 0$ модуль не меняет аргумент. Эта точка становится центром симметрии по горизонтали и хорошо видна на готовом чертеже.

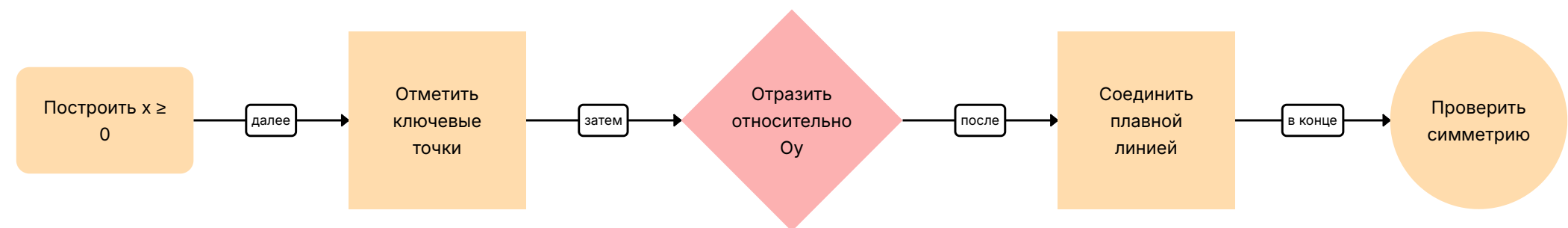
Что видно на рисунке

Если сравнить исходную параболу и преобразованный график, заметно, что новая кривая шире по горизонтали только в смысле повторения, а не по форме. Главное изменение — появление полной зеркальной симметрии.



Алгоритм построения графика $y = f(|x|)$

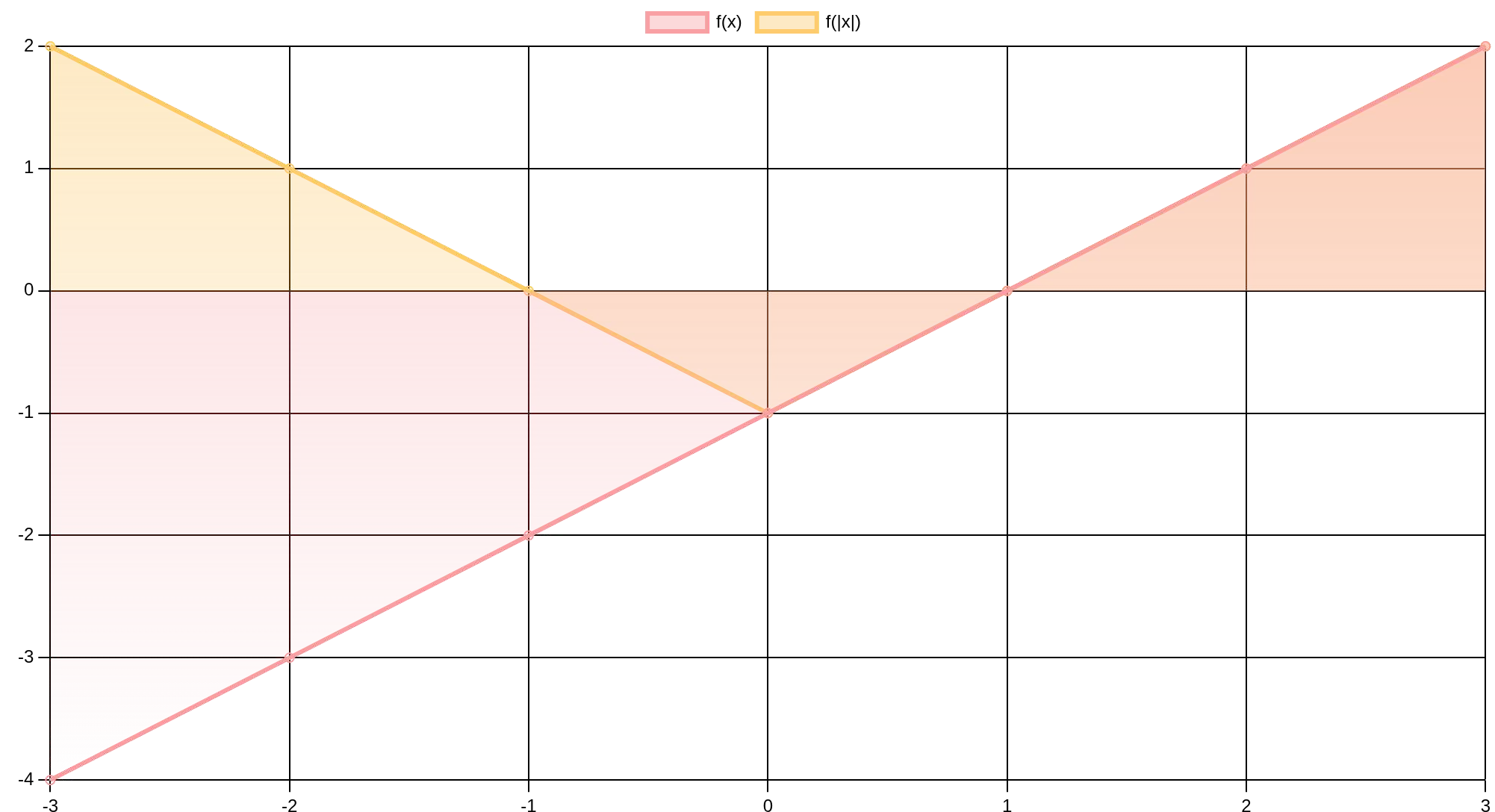
Последовательность шагов для отражения правой части графика относительно оси Oy .



Сравнение значений функции до и после замены x на $|x|$

В примере показано, что для $f(|x|)$ значения в точках x и $-x$ совпадают.

Замена аргумента на модуль делает график парным относительно оси Oy и копирует правую часть влево.



Иллюстративный пример: $f(x) = x - 1$

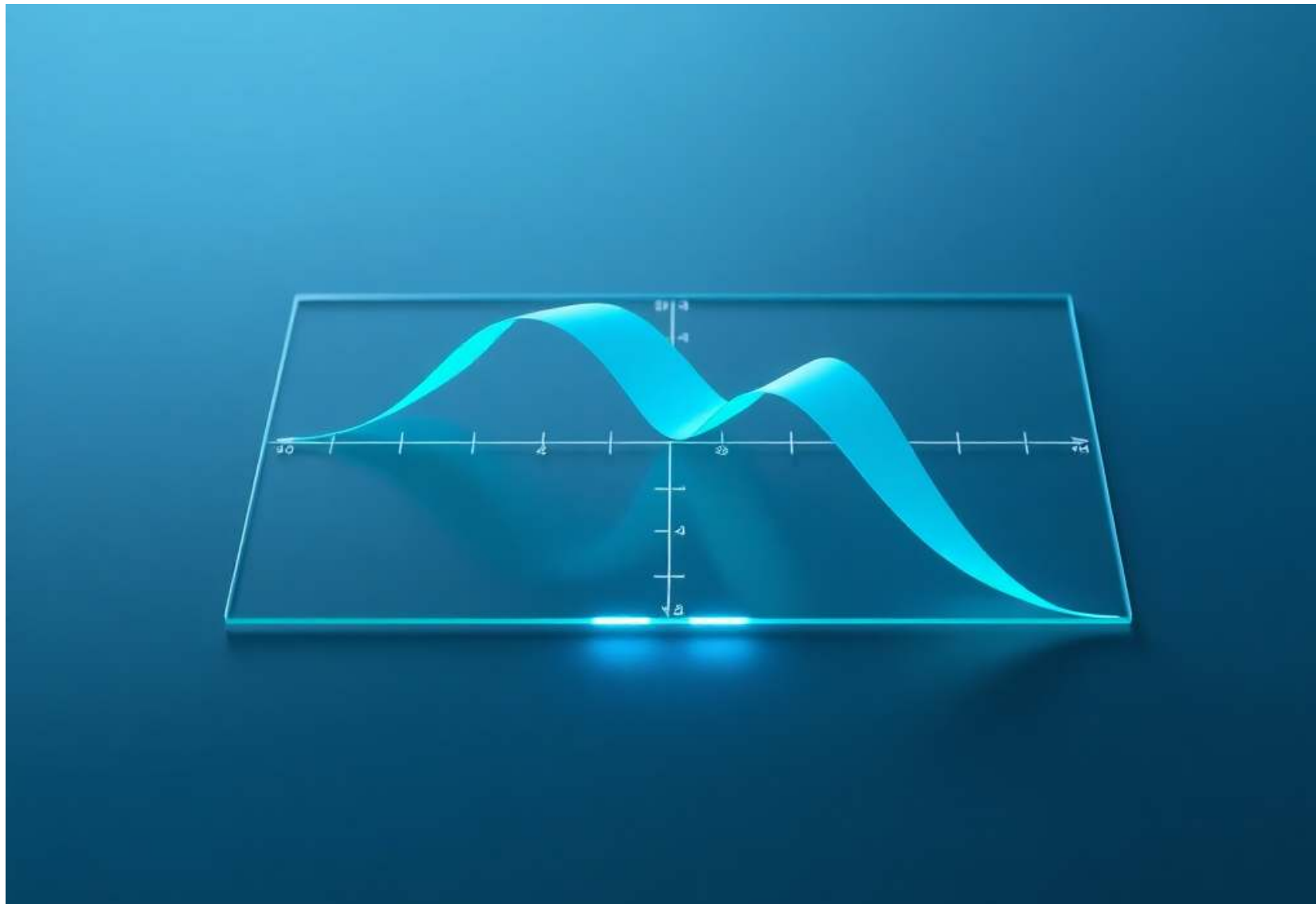
0

значения остаются на месте,
если график лежит на оси
Ох.

Нулевые значения не меняются
при взятии модуля: точки
пересечения с осью Ох остаются
на прежних местах.

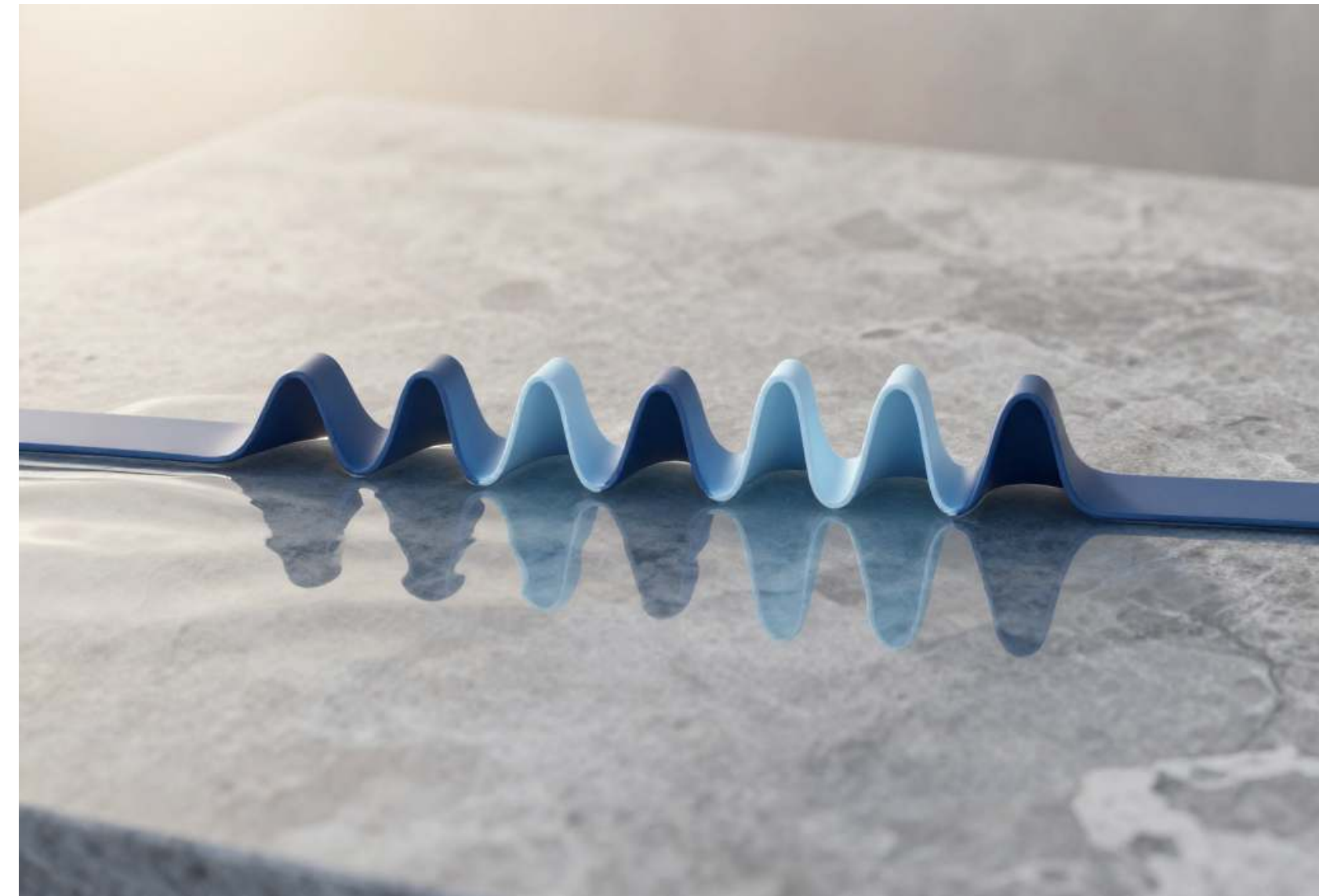
*Правило преобразования графика $y = |f(x)|$
в школьной алгебре*

Пример: преобразование синусоиды при $y = |f(x)|$



Верхние дуги остаются

Если $f(x) = \sin x$, то участки графика выше оси Ox не меняют положение. Они уже имеют неотрицательные значения, поэтому после преобразования продолжают выглядеть так же, как на исходной синусоиде.



Нижние дуги поднимаются

Все участки ниже оси Ox отражаются вверх на ту же высоту. После этого график не содержит отрицательных значений y , а каждая нижняя волна превращается в положительную дугу, сохраняя форму по горизонтали.

Что происходит с точками графика при двух преобразованиях

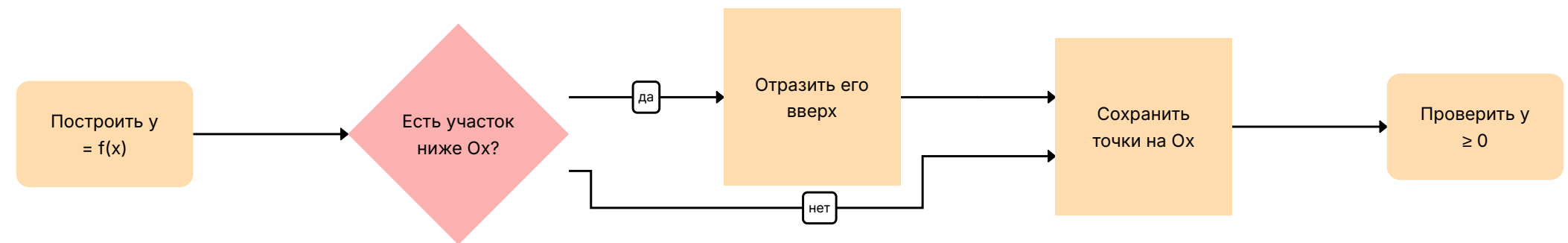
Таблица показывает, какая координата меняется при каждом преобразовании и какие точки остаются на месте.

При $y = f(|x|)$ меняется абсцисса, а при $y = |f(x)|$ — ордината. Это помогает быстро выбрать нужное правило и не перепутать отражение по оси.

Исходная точка	Смысл знака	$y = f(x)$	$y = f(x) $
$(x; y)$	$x < 0$	$(-x; y)$	без изменений
$(x; y)$	$y < 0$	не меняется	$(x; y)$

Алгоритм построения графика $y = |f(x)|$

Последовательность действий при преобразовании графика функции с модулем перед значением функции.



Главные отличия графиков $y = f(|x|)$ и $y = |f(x)|$

Что меняется

В записи $y = f(|x|)$ изменяется аргумент функции: вместо x подставляют $|x|$.
В записи $y = |f(x)|$ изменяется уже готовое значение функции, а не координата x .

Направление преобразования

Первое преобразование работает по горизонтали: график достраивается слева как отражение правой части. Второе работает по вертикали: отрицательные значения поднимаются вверх, не меняя положение по x .

Какая ось важна

Для $y = f(|x|)$ опорой служит ось Oy , потому что справа и слева получаются симметричные точки. Для $y = |f(x)|$ важна ось Ox , относительно которой отражаются нижние участки.

Что легко перепутать

Обе записи содержат модуль, но он относится к разным величинам. Поэтому одинаковый внешний вид формулы не означает одинакового результата: сначала нужно определить, что именно заключено в модуль.

Типичные ошибки при построении графиков с модулем

Отражают весь график

01

При $y = f(|x|)$ иногда ошибочно зеркально переносят весь исходный график. На самом деле используют только правую часть при $x \geq 0$, а затем достраивают левую половину.

Меняют не ту координату

Для $y = |f(x)|$ неверно изменять абсциссу x . Нужно оставлять x без изменений и превращать только отрицательные значения y в положительные, поднимая точки вверх.

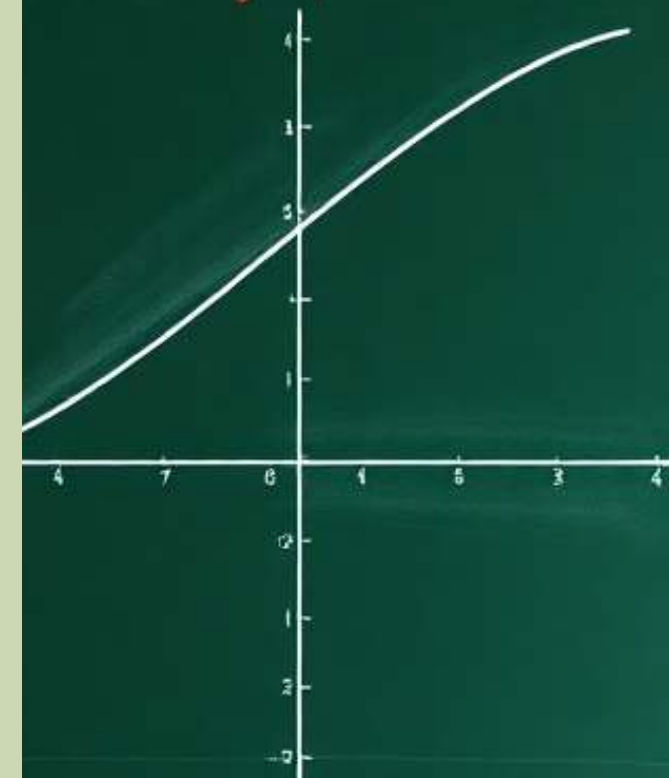
02

Забывают точки на Ox

03

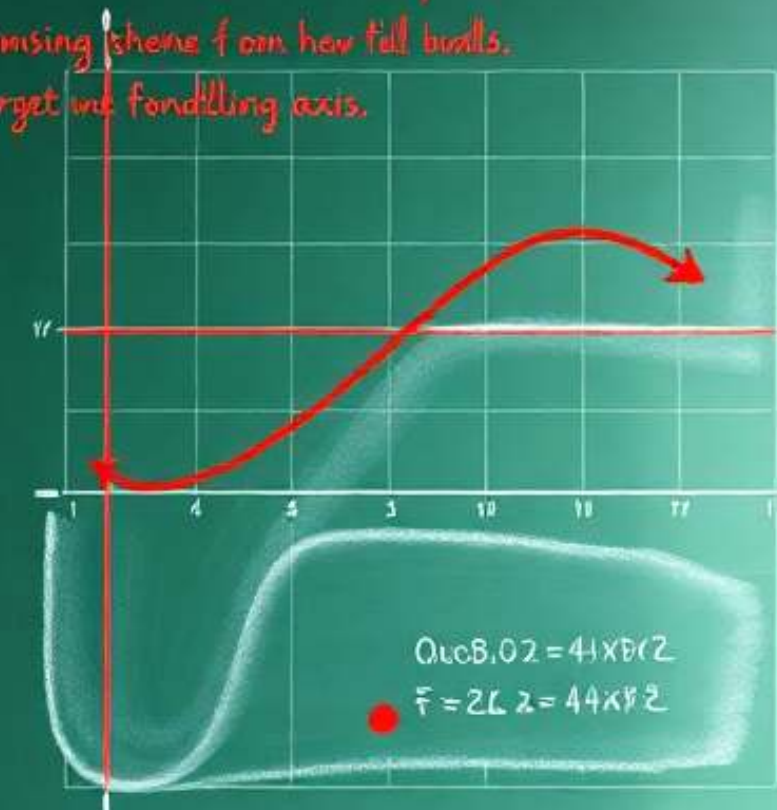
Точки, лежащие на оси Ox , при $y = |f(x)|$ не исчезают и не смещаются. Их значение равно нулю, поэтому после преобразования они остаются на том же месте.

Full commercial redrawing of full coly,
cross an ensigle of vertical axis.



$R = SE z - 1Tly$:

3. finising (shene f om how tall bulls.
forget int fondlling axis.

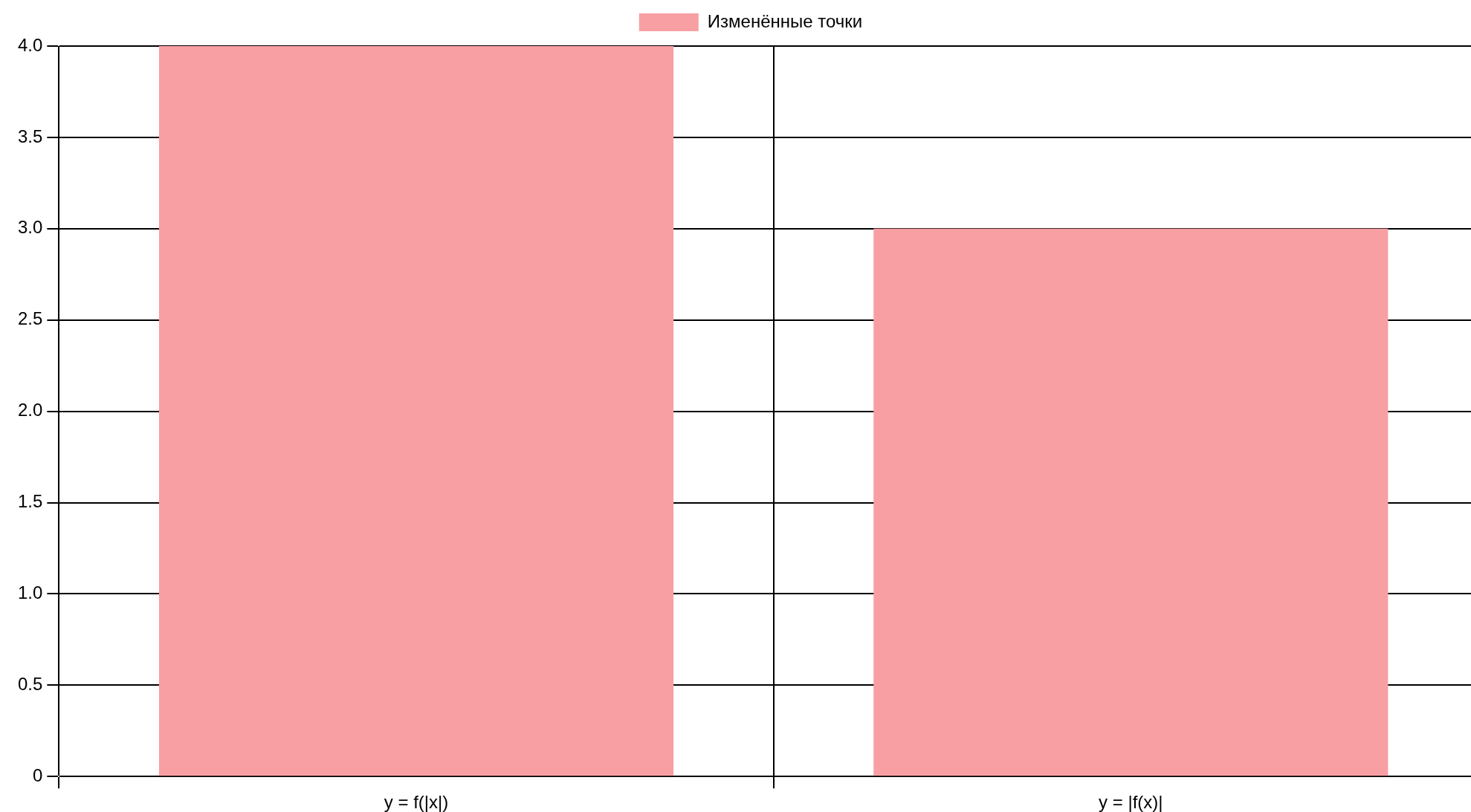


$QucB.02 = 41 \times 8(2$
 $\bar{f} = 2L z = 44 \times 8(2$

Сколько точек меняют положение после преобразования

На одном и том же примере количество изменённых точек может различаться: всё зависит от того, сколько точек исходного графика попадает слева от оси Oy или ниже оси Ox .

Число изменённых точек не фиксировано заранее. Оно определяется формой функции: у одних графиков сильнее меняется левая часть, у других — нижние участки.



Иллюстративный пример по правилам преобразования графиков с модулем.

Примеры функций, где преобразования заметны по-разному



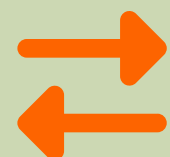
Парабола

Для $y = x^2 - 4$ преобразование $y = |f(x)|$ меняет график слабо: большая часть параболы уже находится выше оси Ox , а отражается только небольшой участок около вершины.



Прямая

Для $y = x - 2$ преобразование $y = |f(x)|$ заметно сильнее, потому что при $x < 2$ график расположен ниже оси Ox и после преобразования поднимается вверх целиком.



Симметрия слева и справа

При $y = f(|x|)$ любой исходный график получает зеркальную левую часть. Даже если функция была несимметричной, правая половина становится образцом для построения всей фигуры.



Связь с симметрией на координатной плоскости

Симметрия по оси Oy

01

В графике $y = f(|x|)$ каждой точке справа соответствует точка слева с противоположной абсциссой. Поэтому вся фигура выглядит как отражение относительно вертикальной оси.

Симметрия по оси Ox

02

В графике $y = |f(x)|$ точки ниже оси Ox поднимаются на такое же расстояние вверх. Отражение происходит по вертикали, а значения x остаются прежними.

Полезная проверка

03

Если после построения левая и правая части совпадают зеркально, значит использовано правило для $y = f(|x|)$. Если исчезли только отрицательные значения y , значит построен график $y = |f(x)|$.

x	f(x)	f(x)	f(x)
-2	a	b	a
-1	c	d	c
0	e	e	e

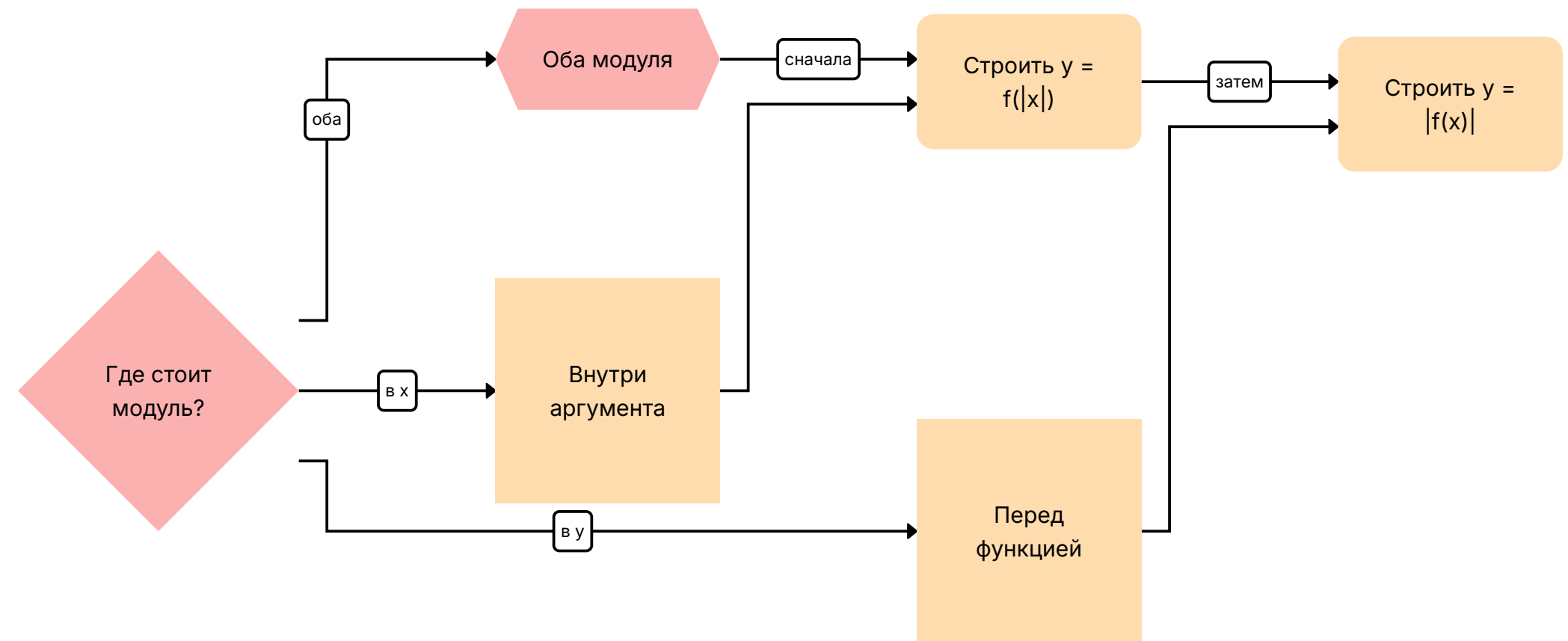
Проверка построения по контрольным точкам

Сравнение значений помогает быстро увидеть, как меняется график после замены аргумента или значения функции.

При $y = f(|x|)$ значения симметричны относительно оси Oy . При $y = |f(x)|$ все отрицательные значения становятся неотрицательными, а нули сохраняются.

Как быстро распознать нужное преобразование в задаче

Пошаговый выбор правила
по месту, где стоит модуль
в записи функции.



Итоги: как различать два преобразования графиков

Записи $y = f(|x|)$ и $y = |f(x)|$ похожи, но задают разные преобразования. Если помнить, где стоит модуль, построение графика становится быстрее и намного точнее.