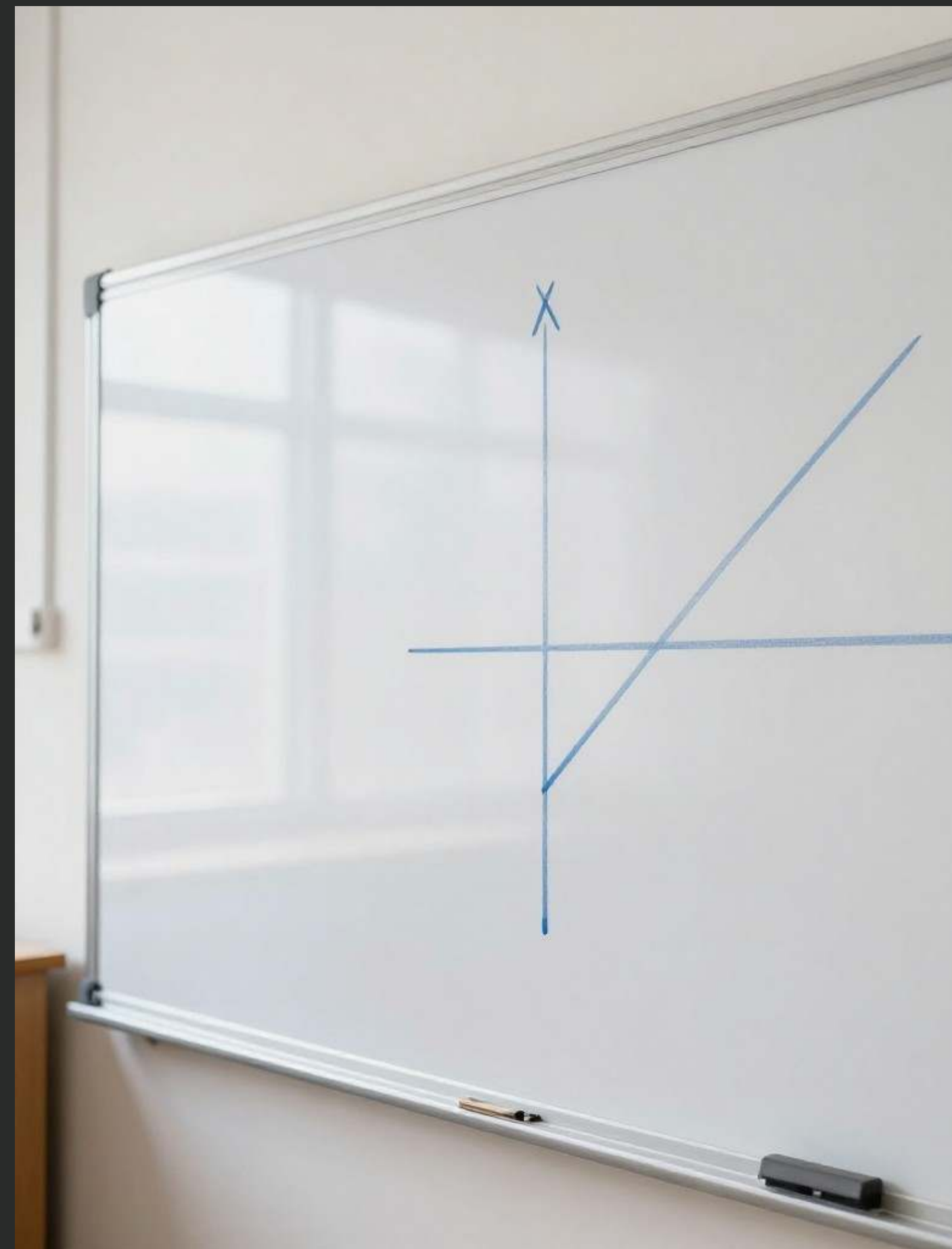


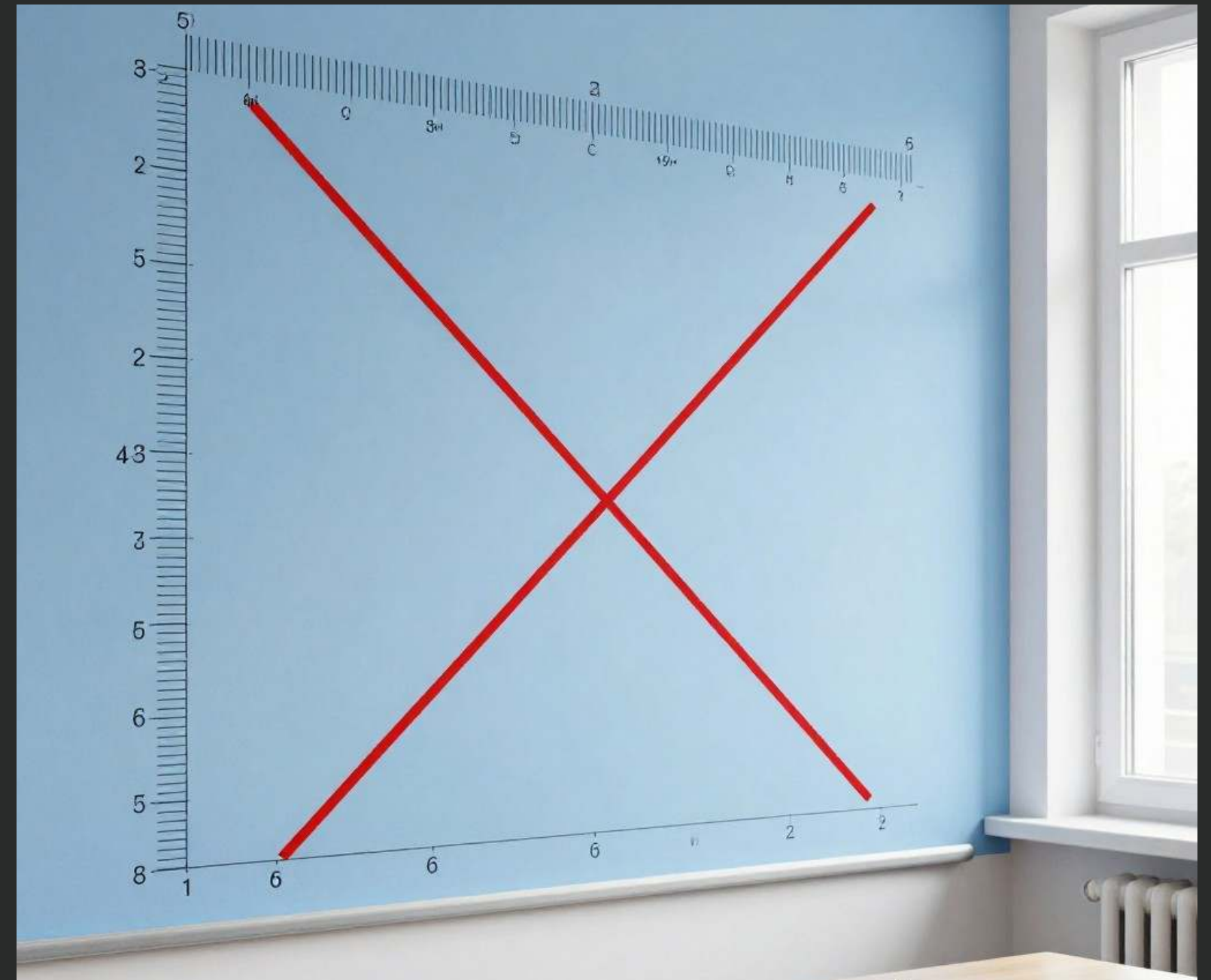
Расположение прямой относительно системы координат

Разберём, как прямая читается и строится на координатной плоскости.



Координатная плоскость: язык графиков

Координатная плоскость помогает точно показать, где проходит прямая. Оси Ox и Oy , начало координат и одинаковая шкала делают график понятным: по нему легко видеть наклон, пересечения и направление линии.



Что значит задать прямую в системе координат

Способы задания

Прямую можно задать уравнением или двумя точками. На плоскости каждое её положение соответствует набору точек, которые удовлетворяют одному правилу.

1

Связь формулы и графика

Формула $y = kx + b$ описывает все точки прямой. По ней находят значения для построения, а по готовому графику можно восстановить уравнение.

2

Две точки

Если известны две точки, прямая определяется однозначно. Через них можно провести только одну линию, поэтому такой способ тоже очень удобен.

3

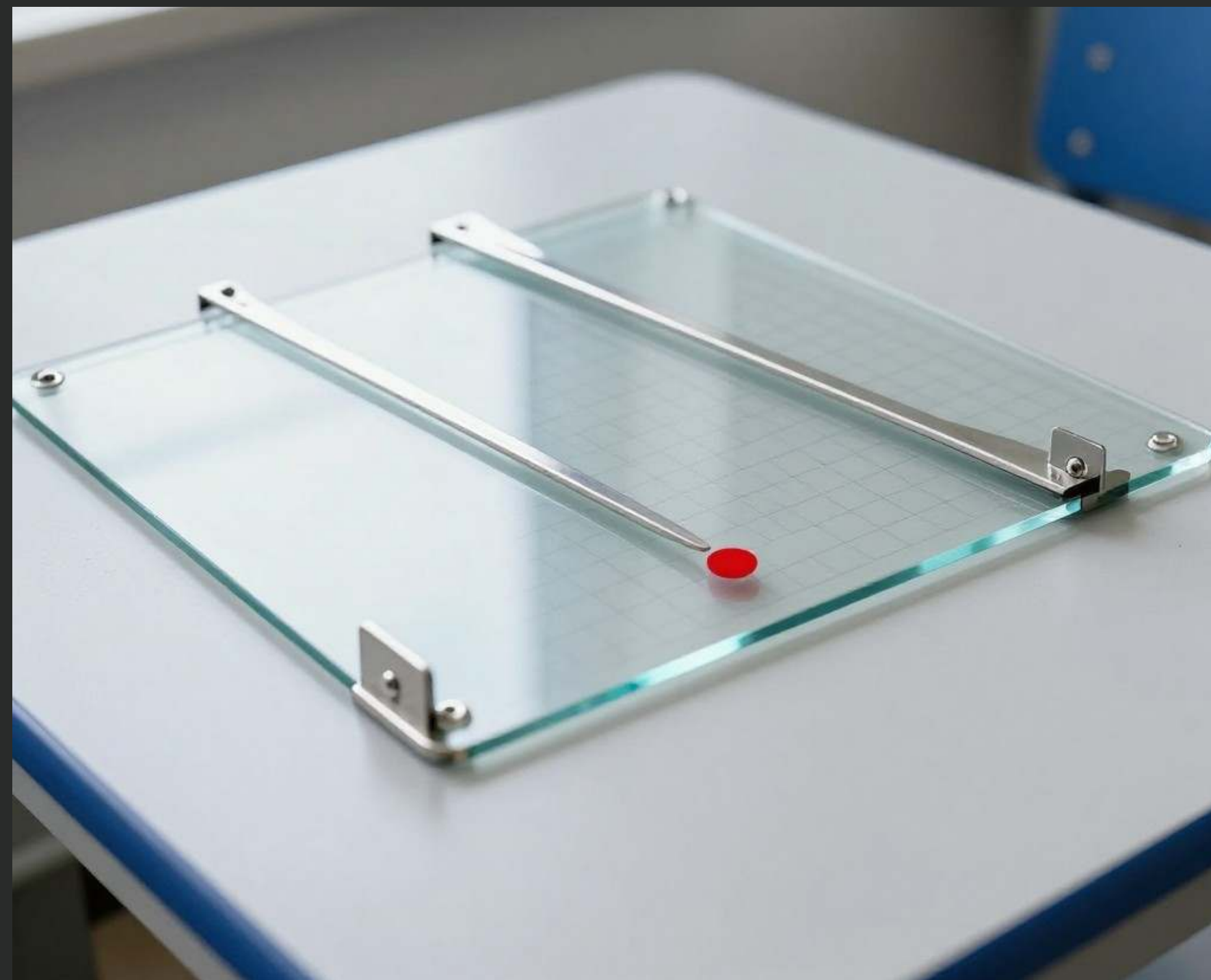
Форма $y = kx + b$: где живут k и b

Наклон прямой

Коэффициент k отвечает за наклон. Если k больше нуля, прямая поднимается слева направо; если меньше нуля, она опускается. Чем больше $|k|$, тем линия круче.

Сдвиг по вертикали

Число b показывает, где график пересекает ось Oy . Оно сдвигает прямую вверх или вниз, поэтому удобно сразу читать точку $(0; b)$.



Смысл коэффициента k

01 Крутизна графика

Чем больше модуль k , тем сильнее меняется y при одинаковом изменении x . Поэтому прямая становится круче и заметнее отклоняется от горизонтали.

02 Нулевой наклон

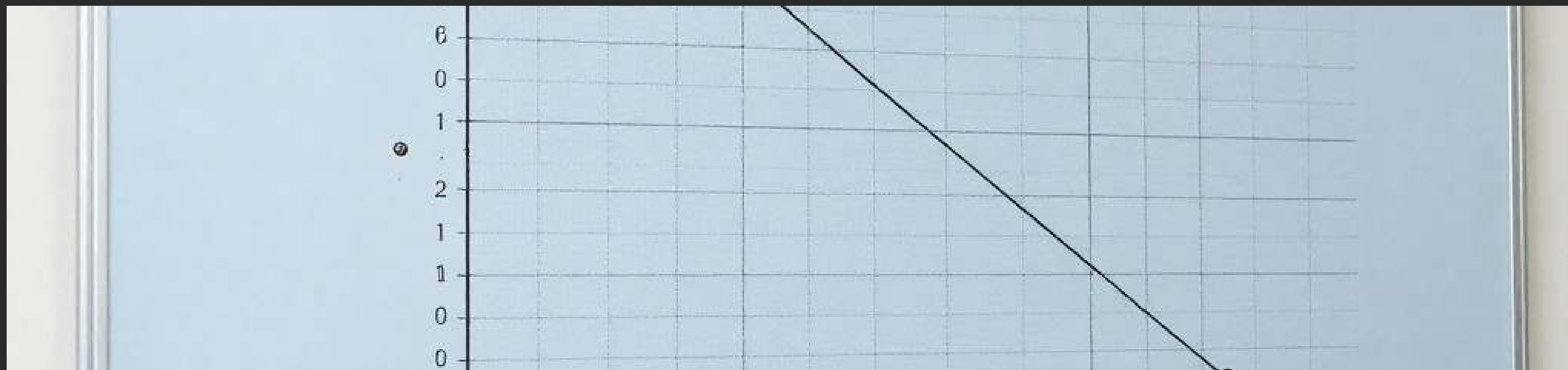
Если $k = 0$, прямая не поднимается и не опускается. Получается горизонтальная линия, где все точки имеют одно и то же значение y .

03 Направление движения

Чтобы увидеть направление, достаточно выбрать две точки и сравнить их высоту. При положительном k график идёт вверх вправо, при отрицательном — вниз вправо.



Смысл коэффициента b



Значение при $x = 0$

Число b равно значению y при $x = 0$. Поэтому его ищут в точке, где прямая пересекает вертикальную ось, и записывают как координату $(0; b)$.

1

Как читать знак

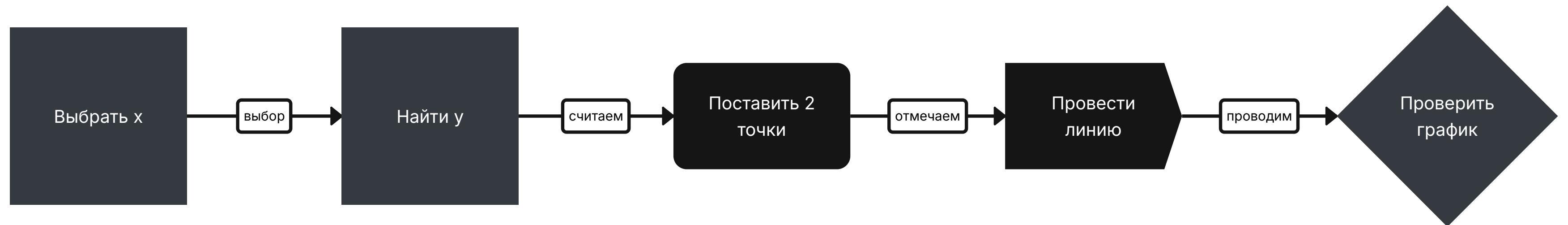
Если график проходит через ось Oy выше начала координат, b положительное; если ниже, b отрицательное. Это сразу показывает, как расположен график относительно центра.

2

6

Как построить прямую по уравнению

Пошаговое построение прямой по заданному уравнению



Пример построения: $y = 2x - 1$

01 Первая точка

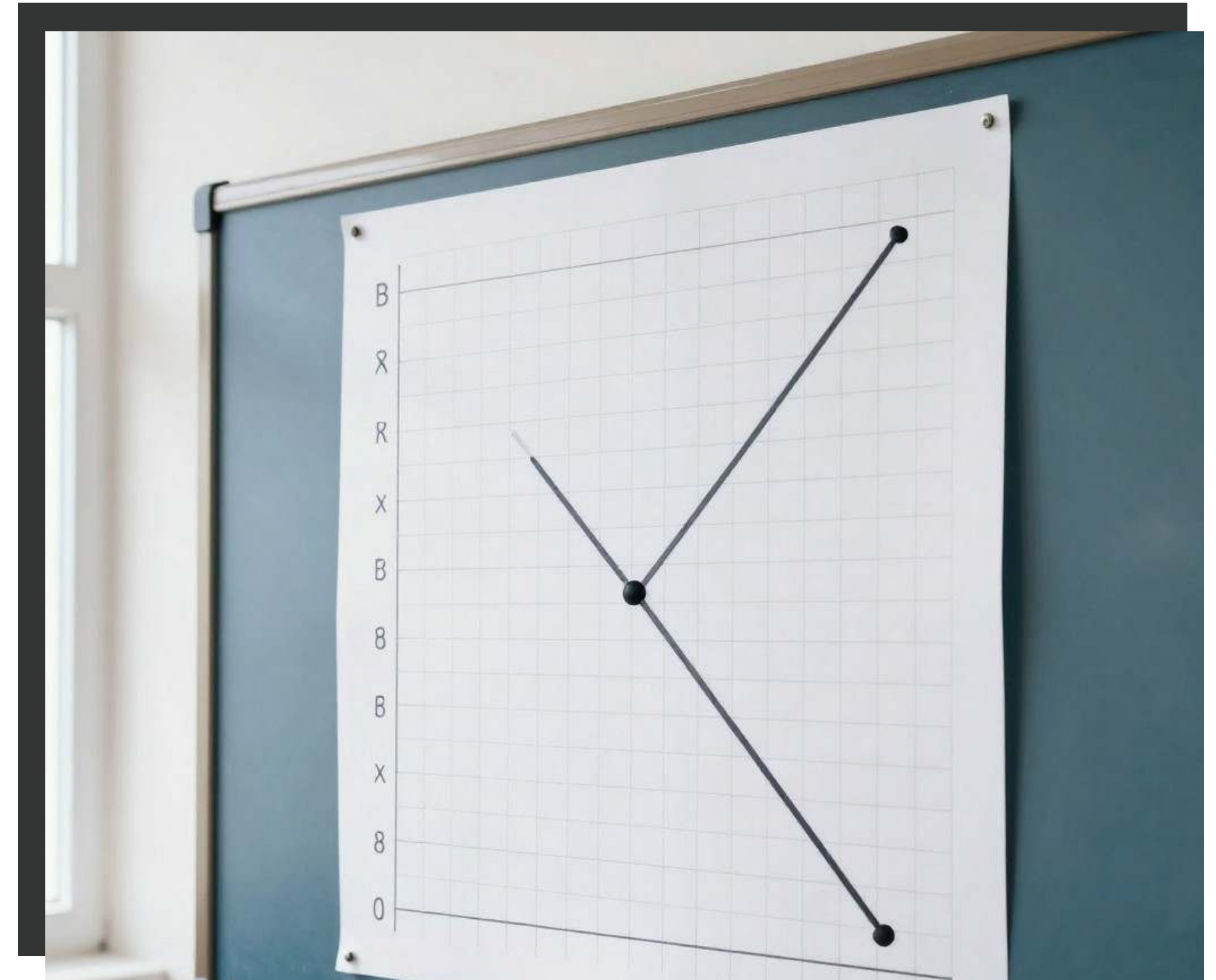
Подставим $x = 0$: получаем $y = -1$. Это сразу даёт точку пересечения с осью Oy — $(0; -1)$, то есть ниже начала координат.

02 Вторая точка

Возьмём $x = 1$: тогда $y = 1$. Вторая точка — $(1; 1)$, и она находится выше оси Ox , что показывает рост графика.

03 Вид графика

Соединив две точки прямой линией, получаем график, который идёт вверх слева направо. Формула с положительным k задаёт именно такой наклон.



Пересечение с осью Ox



Условие пересечения

Точка пересечения с осью Ox всегда имеет координату $y = 0$. Это значит, что нужно подставить в уравнение нулевое значение y и найти x .

1

Что показывает точка

Полученная точка лежит на горизонтальной оси. Она показывает, где прямая проходит через уровень $y = 0$ и меняет знак значений выше или ниже оси.

2

Зачем это нужно

Для построения такие точки особенно полезны вместе с пересечением оси Oy . Две опорные точки позволяют быстро и точно провести всю прямую.

3

Пример с двумя пересечениями осей

Пересечение с Oy

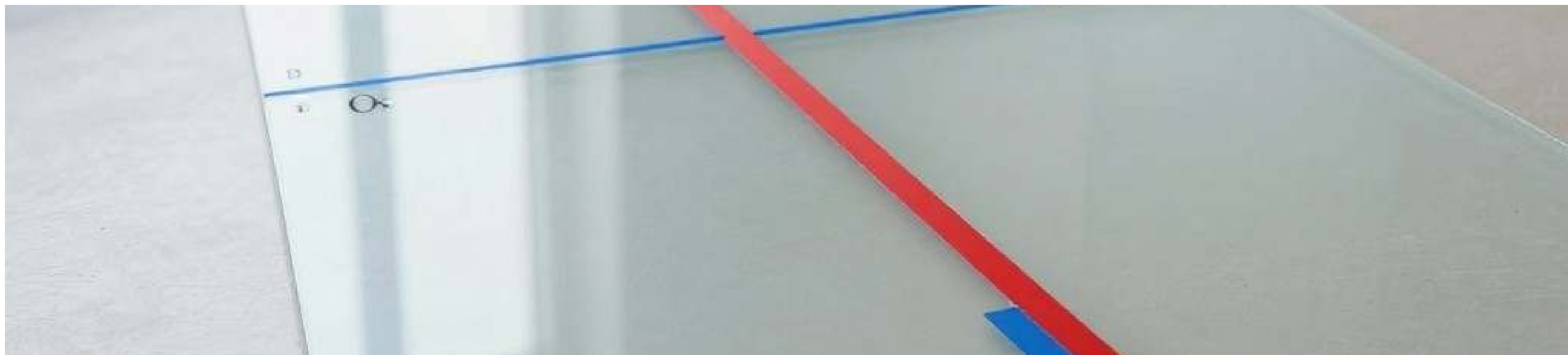
Подставляя $x = 0$, получаем $y = 3$, значит прямая пересекает ось Oy в точке $(0; 3)$. Это сразу показывает, где график начинается на вертикальной оси.

Пересечение с Ox

Когда $y = 0$, уравнение даёт $x = 3$. Точка $(3; 0)$ лежит на оси Ox и показывает место, где прямая переходит через горизонтальную ось.

Наклон графика

Две найденные точки достаточно, чтобы провести всю прямую. Наклон отрицательный: при движении вправо график опускается, потому что коэффициент при x равен -1 .



Как восстановить k и b по графику

01 Выбор точек

Сначала выберите на графике две точки с целыми координатами. Чем точнее они читаются, тем надёжнее получится результат, потому что формула наклона опирается именно на разность координат.

02 Находим наклон

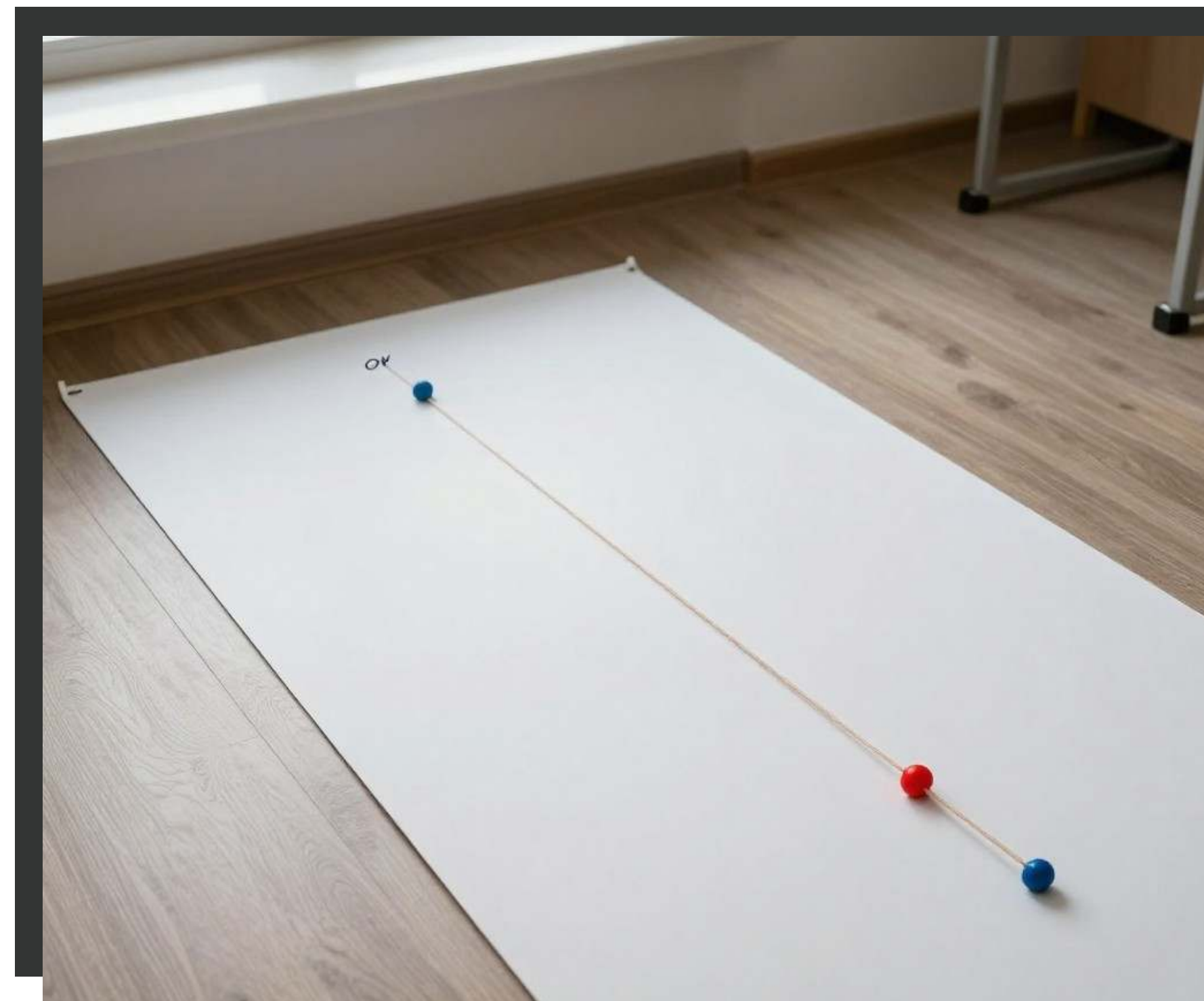
Вычислите коэффициент k по формуле $k = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$. Она показывает, насколько меняется y , когда x увеличивается на один и тот же шаг.

03 Читаем b

Затем посмотрите, где прямая пересекает ось Oy . В этой точке x равен нулю, а значение y сразу даёт b , поэтому его можно просто прочесть с рисунка.

04 Проверка на примере

Например, точки $(0; 2)$ и $(2; 6)$ дают $k = 2$ и $b = 2$. Это значит, что прямая идёт вверх и проходит через две единицы на оси Oy .



Короткая практика на чтение графика

Где искать b

Вопрос для разминки: если точка b находится на графике, с какой осью она связана? Подумайте, где на плоскости x равен нулю и как по этому месту читают значение y .

Знак наклона

Если прямая убывает слева направо, какой знак имеет k ? По направлению линии легко понять, растёт ли y при увеличении x или, наоборот, уменьшается.

Сдвиг вверх

Представьте большое положительное b . Что произойдёт с прямой на рисунке? Она поднимется выше начала координат, потому что точка пересечения с осью Oy окажется выше нуля.

Горизонтальная прямая $y = c$

Постоянная высота

Если уравнение имеет вид $y = c$, то все точки прямой находятся на одной высоте. Значение y не меняется, поэтому график получается ровной горизонтальной линией.

Нулевой наклон

Для такой прямой коэффициент k равен нулю. Это значит, что при изменении x значение y остаётся тем же, и линия идёт параллельно оси Ox .

Значение c

Число c показывает, на каком уровне расположена прямая. Например, $y = 3$ проходит через точки с координатой $y = 3$ и помогает сравнивать разные постоянные значения.



Вертикальная прямая $x = a$

Одинаковый x

Уравнение $x = a$ задаёт все точки, у которых одинаковая абсцисса. На графике это вертикальная линия, и каждая её точка имеет одно и то же значение x .

Необычная форма

Такая прямая параллельна оси Oy и не является графиком вида $y = kx + b$. Здесь y может быть любым, а неизменной остаётся только координата x .

Пример записи

Например, $x = 4$ означает, что линия проходит через все точки с абсциссой 4. Она помогает видеть, как плоскость делится вертикально на две части.



Общий вид уравнения прямой

Общий вид

Общее уравнение прямой записывают как $Ax + By + C = 0$. Оно удобно тем, что подходит для многих задач и не требует сразу видеть наклон на рисунке.

1

Переход к привычной форме

Если B не равно нулю, уравнение можно преобразовать к виду $y = kx + b$. После деления на B получаются формулы $k = -A/B$ и $b = -C/B$.

2

Что дают коэффициенты

Такой переход помогает быстро понять, куда направлена прямая и где она пересекает ось Oy . По коэффициентам сразу видно, как выглядит график.

3

Проверка по точкам

Если известны две точки, уравнение тоже можно проверить: подставить координаты и убедиться, что обе подходят. Так находят ошибки и упрощают запись.

4

Параллельные прямые на плоскости

Одинаковый наклон

Параллельные прямые имеют одинаковый наклон, значит, у них совпадает коэффициент k . Именно поэтому они идут в одном направлении и никогда не встречаются.

Разные уровни

Если прямые не совпадают, их уравнения отличаются только свободным членом b . Это сдвигает линию выше или ниже, но не меняет её направление.

Постоянный промежуток

На рисунке между такими прямыми везде сохраняется одинаковое расстояние. Это удобно замечать по клеткам сетки: линии как будто «едут» рядом друг с другом.



Перпендикулярные прямые

01

Проверка по k

Перпендикулярные прямые образуют прямой угол. В школьных задачах их часто проверяют по коэффициентам наклона: если одна линия имеет k_1 , другая должна удовлетворять условию $k_1 \cdot k_2 = -1$.

02

Разные направления

Это означает, что одна прямая может возрастать, а другая убывать с подходящей крутизной. Тогда линии пересекаются под углом 90° и образуют аккуратный «крест».

03

Простой пример

Например, если $k_1 = 2$, то для перпендикулярной прямой $k_2 = -\frac{1}{2}$. Такой приём помогает быстро находить нужную линию без длинных построений.

Почему начало координат важно

Сдвиг без поворота

Если прямую сдвинуть вверх или вниз, её наклон не изменится. Меняется только b , потому что новая линия пересекает ось Oy в другом месте.

1

Роль отсчёта

Начало координат служит точкой отсчёта для всех значений. Когда система координат переносится, координаты точек тоже меняются, хотя сама прямая остаётся той же геометрической линией.

2

Почему это важно

Поэтому важно смотреть не только на форму рисунка, но и на подписи осей. Одна и та же прямая в другой системе координат может иметь другое уравнение.

3

Типичные ошибки при работе с прямой

Путают оси

Часто путают оси Ox и Oy , из-за чего неверно читают пересечения. Проверьте, где ось горизонтальная, а где вертикальная, прежде чем записывать координаты точки.

Неверно читают b

Ошибка возникает, когда b берут не из точки на оси Oy . Запомните: именно там x равен нулю, а не в любой удобной точке графика.

Теряют знак наклона

Знак k легко потерять, если смотреть только на часть линии. Но именно знак показывает, растёт прямая или убывает, поэтому его нужно проверять особенно внимательно.

Мало данных

Нельзя строить прямую по одной точке: через неё проходит бесконечно много линий. Нужны минимум две точки, чтобы получить единственный график.

Вертикальная линия

Ещё одна ошибка — забывать, что $x = a$ задаёт вертикальную прямую. Она не описывается формулой $y = kx + b$, потому что y здесь не фиксирован.

Итог: прямую можно понять с двух сторон

Теперь вы умеете читать прямую по графику и по уравнению: находить наклон, точку пересечения с осью Oy и проверять результат по двум точкам. Это главный ключ к теме.