

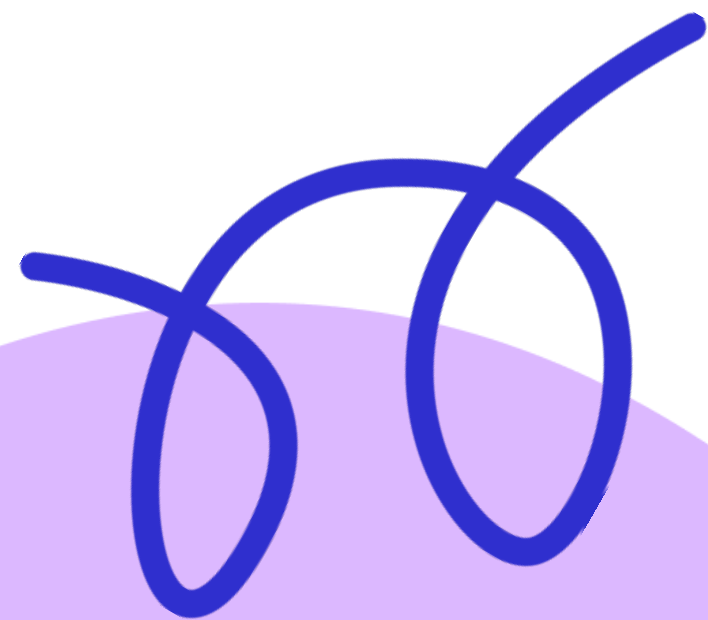
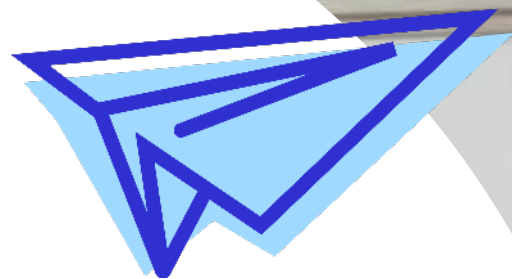
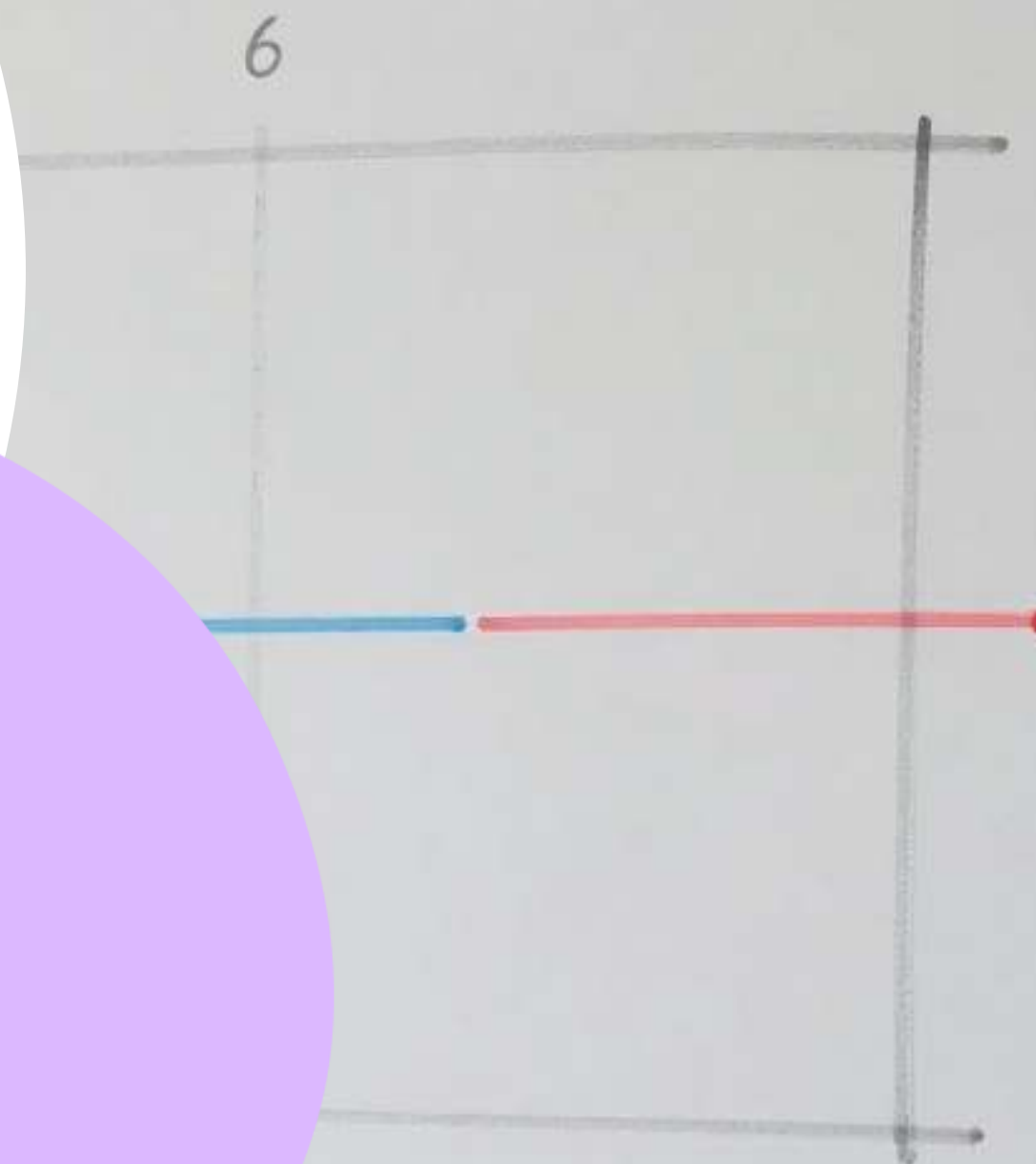


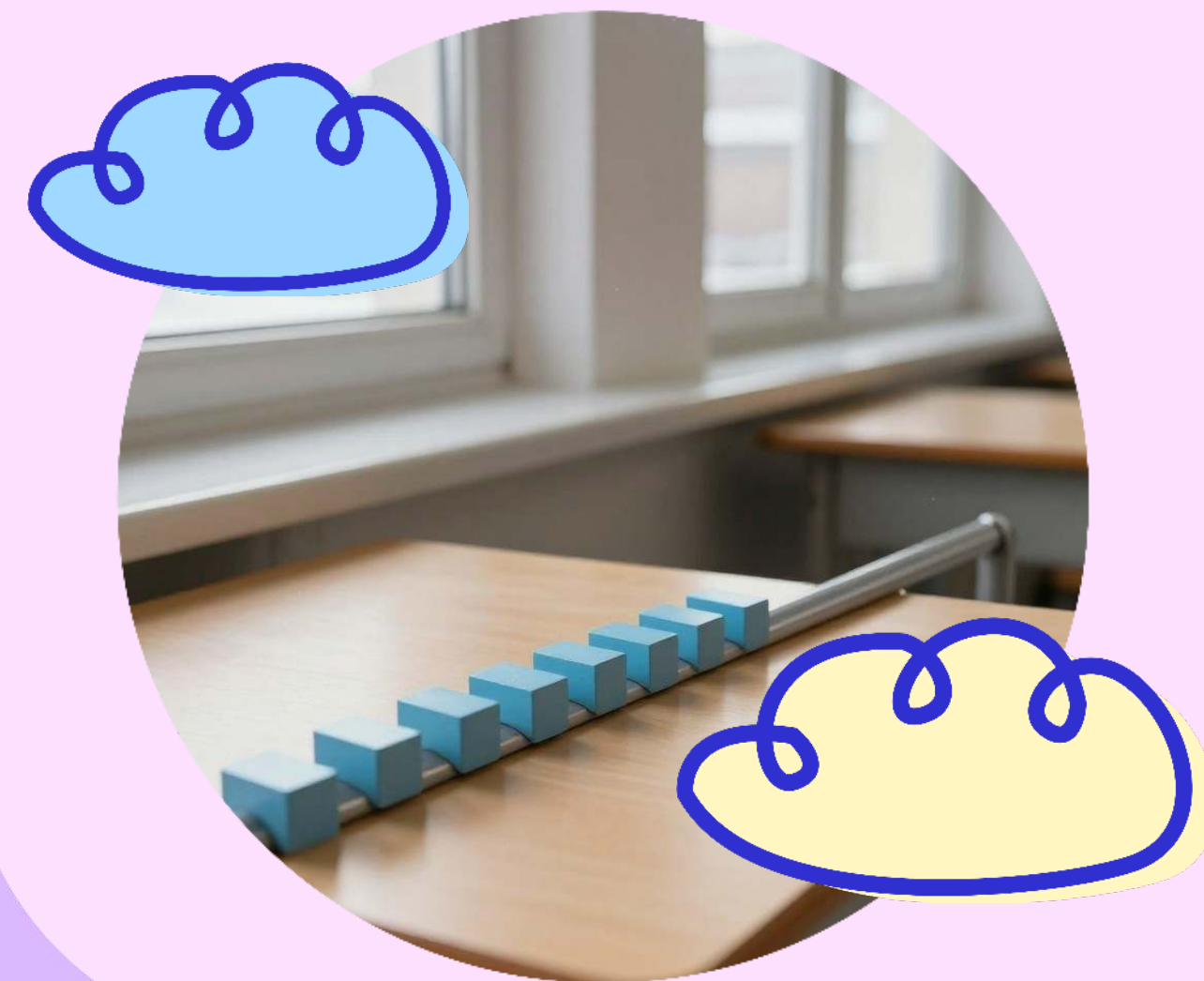
График линейного уравнения с двумя переменными

Как одно уравнение превращается в прямую на плоскости?



Линейные зависимости вокруг нас

Мы встречаем их в покупках, поездках и измерениях: одна величина меняется вместе с другой. На уроке важно увидеть, как уравнение, координаты и график описывают одну и ту же связь между числами.



Что означает уравнение $ax + by = c$

1 Коэффициенты

Числа a и b показывают, как связаны переменные x и y , а c задаёт результат равенства. Они помогают понять, как выглядит зависимость в записи.

2 Решение уравнения

Решением считают такую пару чисел $(x; y)$, при которой после подстановки получается верное равенство. Каждая подходящая пара даёт одну точку на плоскости.

3 Много ответов

Одно линейное уравнение с двумя переменными обычно имеет не один, а много решений. Для разных значений x можно подобрать разные значения y , сохранив равенство.

4 Связь с графиком

Все точки-решения вместе образуют линию на координатной плоскости. Поэтому график линейного уравнения с двумя переменными всегда представляет собой прямую.

Координатная плоскость и запись точки



Оси плоскости

Горизонтальная ось обозначается x , а вертикальная — y . Они помогают точно находить положение точки и читать графики без путаницы.



Как записывают точку

Координаты всегда пишут в порядке $(x; y)$: сначала абсцисса, затем ордината. Этот порядок важно соблюдать, иначе точка окажется в другом месте.



Подходящие пары

Для уравнения $x + y = 4$ подойдут, например, точки $(0; 4)$, $(1; 3)$ и $(2; 2)$. Каждая из них удовлетворяет условию и принадлежит графику.

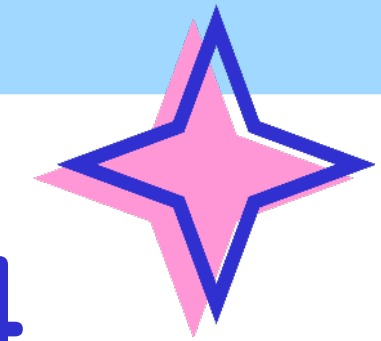


Зачем это нужно

Когда точка записана правильно, её можно быстро нанести на плоскость и сравнить с другими решениями. Так становится видно, что все точки лежат на одной прямой.



Примеры решений уравнения $x + y = 4$



Проверим несколько пар чисел и увидим, что они все удовлетворяют одному и тому же уравнению.

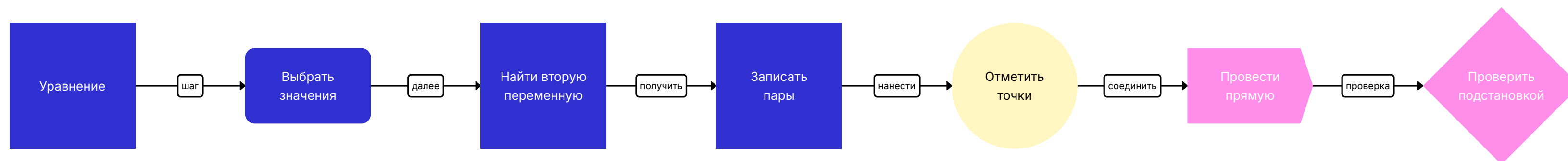
Все верные пары дают одно и то же значение суммы, поэтому их точки располагаются на одной прямой.

x	y	Проверка
0	4	$0+4=4$
1	3	$1+3=4$
2	2	$2+2=4$
3	1	$3+1=4$

✦ Подстановка пар чисел в уравнение $x + y = 4$

Построение графика по уравнению

Алгоритм для линейного уравнения с двумя переменными



Сколько решений бывает у разных уравнений



Разные типы уравнений по-разному описывают ответы: иногда их мало, иногда много, а иногда целый набор точек на плоскости.

Одно линейное уравнение с двумя переменными задаёт не отдельный ответ, а целую прямую из решений.



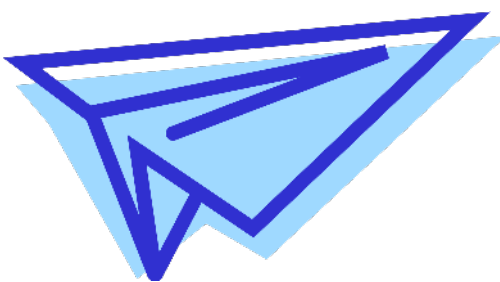
1-я степень

означает, что зависимость между переменными меняется равномерно и даёт прямую линию.

Определение линейного уравнения с двумя переменными

Если переменные входят только в первой степени, без квадратов и произведений, точки-решения выстраиваются ровно. Это и делает график линейного уравнения прямой.

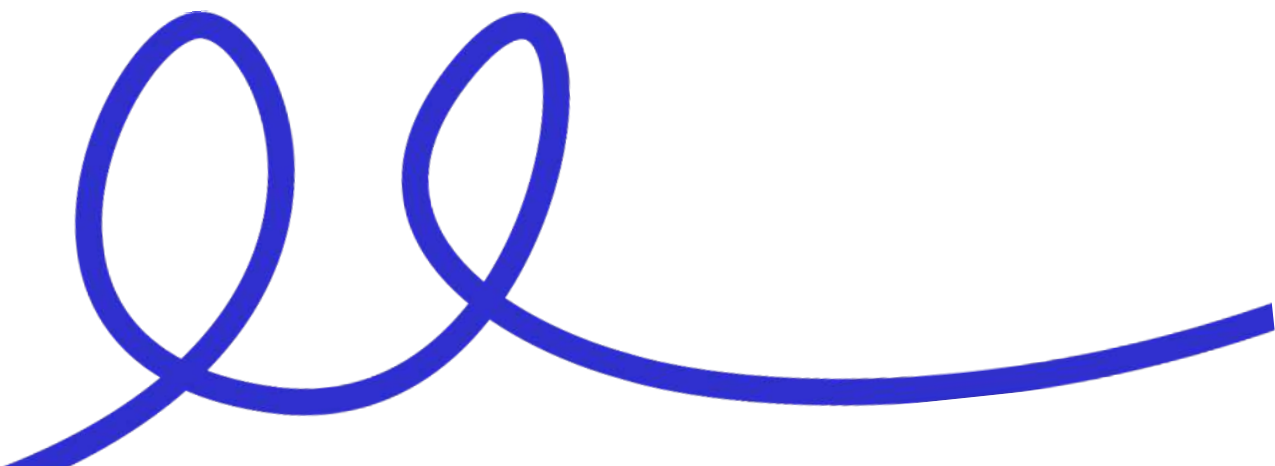
Как коэффициенты меняют положение прямой

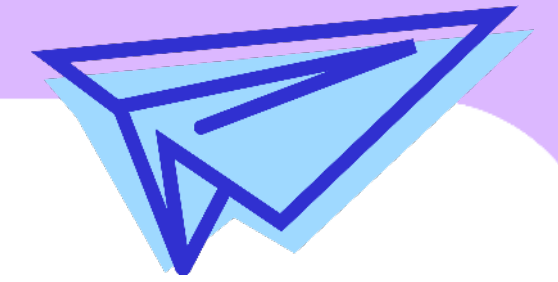


- Сравним несколько уравнений и посмотрим, как меняются наклон и расположение прямой.
- Коэффициенты влияют на наклон и положение прямой, но не меняют сам вид графика: он остаётся прямой.

Уравнение	График	Особенность
$x + y = 4$	убывает	обычный наклон
$2x + y = 4$	убывает	наклон круче
$x - 2y = 4$	возрастает	наклон меняется

Сравнение уравнений на координатной плоскости





Пересечения с осями как удобные точки

✦ Точка на оси y

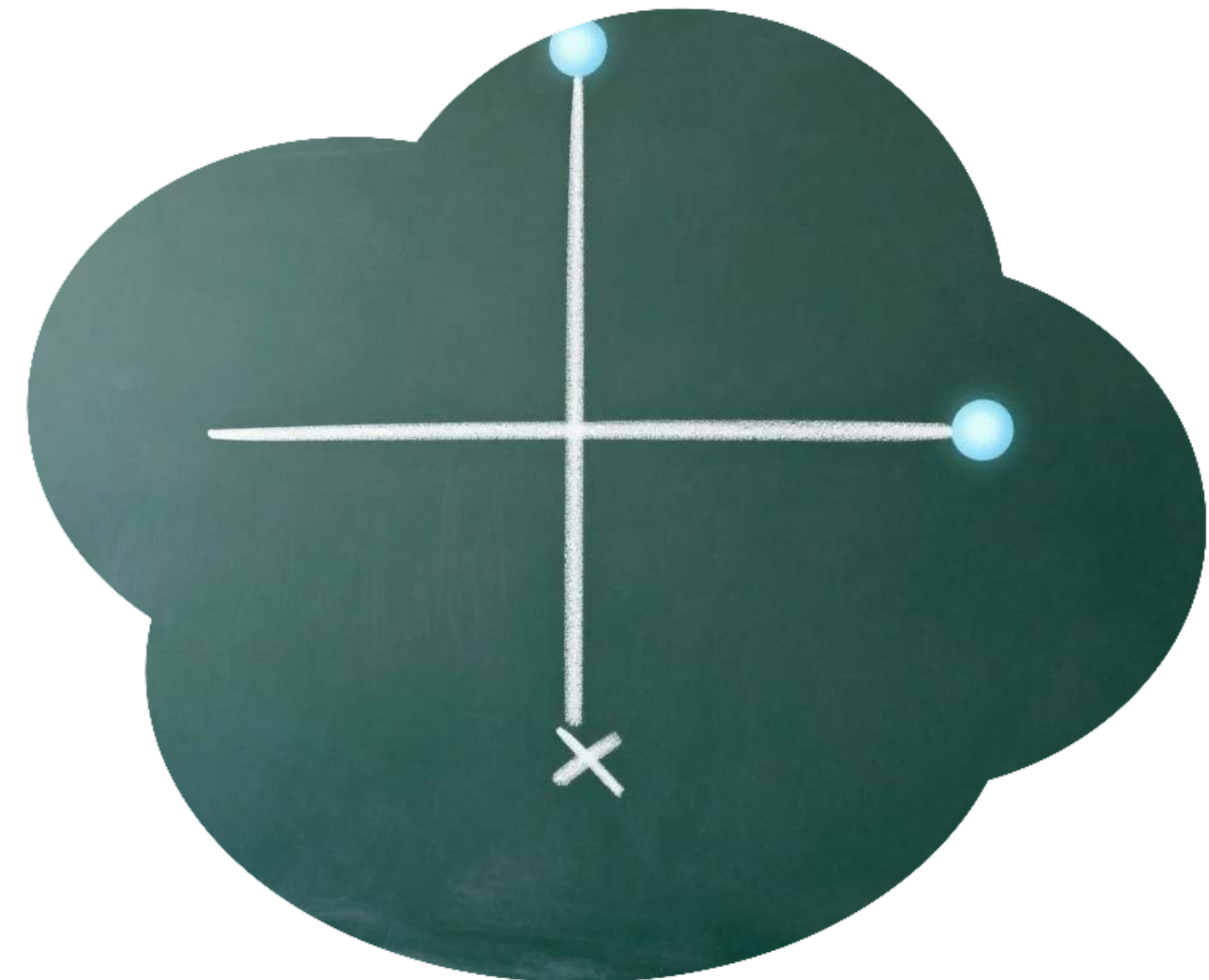
Если $x = 0$, остаётся только значение y . Так находят точку пересечения с осью y , которая часто помогает начать построение без лишних вычислений.

✦ Точка на оси x

Если $y = 0$, уравнение даёт значение x . Полученная точка лежит на оси x и тоже удобна для быстрого построения прямой.

✦ Пример для $x + y = 4$

Для этого уравнения получаются точки $(0; 4)$ и $(4; 0)$. Их легко отметить на плоскости, а затем провести через них прямую.



Сравнение нескольких прямых



У всех трёх уравнений одинаковый коэффициент при x , поэтому линии будут параллельно и не меняют наклон.

Число b сдвигает прямую вверх или вниз, а общий наклон сохраняется.

✦ Иллюстративные вычисления по уравнениям $y = 4 - x$, $y = 2 - x$, $y = 6 - x$.

Как проверить, принадлежит ли точка графику

1

Подставьте координаты

Возьмите координаты точки и замените ими x и y в уравнении. Если после вычислений получается верное равенство, точка действительно принадлежит графику этого уравнения.

2

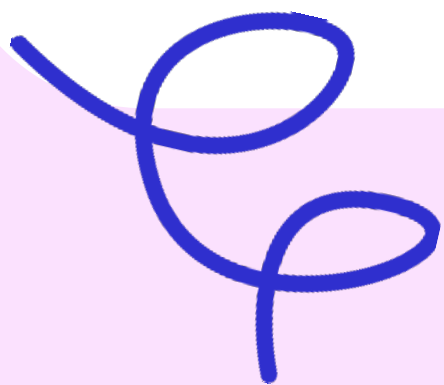
Проверьте пример

Для уравнения $x + y = 4$ точка $(1; 3)$ подходит: $1 + 3 = 4$. Значит, она лежит на графике и является решением уравнения.

3

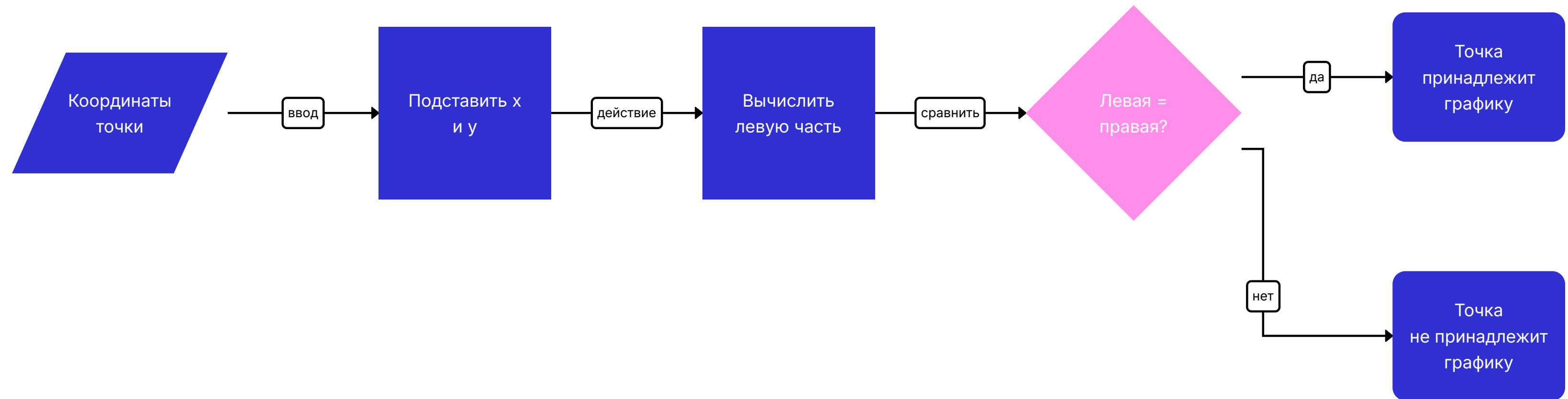
Найдите ошибку

Точка $(2; 3)$ не подходит, потому что $2 + 3 = 5$, а не 4. Такое равенство не выполняется, значит, точка не принадлежит графику.

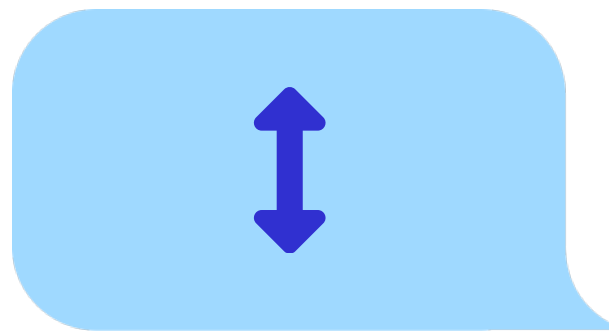


Проверка точки на принадлежность графику

Алгоритм подстановки координат в линейное уравнение с двумя переменными

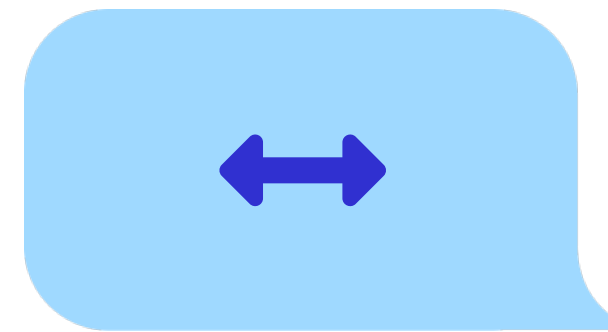
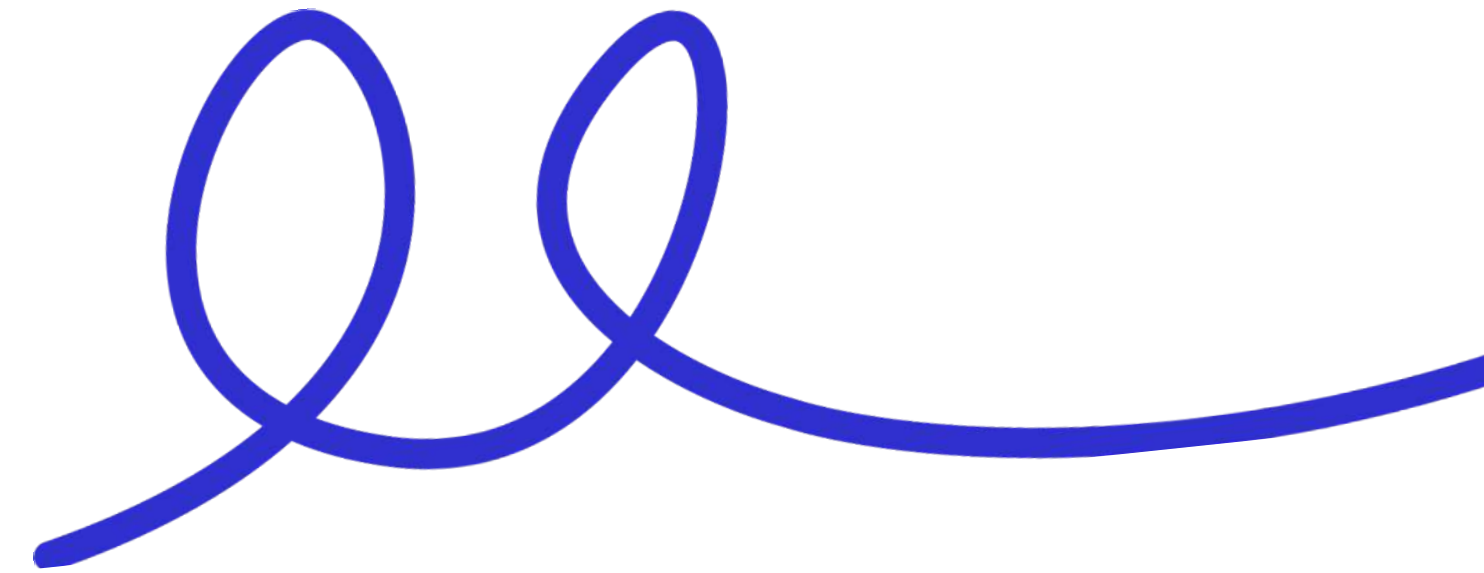


Особые случаи: вертикальная и горизонтальная прямая



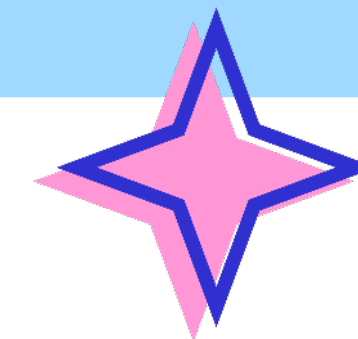
Если $b = 0$

Уравнение превращается в $ax = c$. Тогда значение x постоянно, и график получается вертикальной прямой, параллельной оси y .



Если $a = 0$

Уравнение превращается в $by = c$. В этом случае постоянно значение y , поэтому график — горизонтальная прямая, параллельная оси x .



Две точки для быстрого построения

Для построения прямой обычно достаточно найти две верные точки и отметить их на координатной плоскости.

Две правильно найденные точки определяют единственную прямую, поэтому длинные вычисления не нужны.

Уравнение	Две точки	Результат
$x + y = 4$	$(0; 4), (4; 0)$	прямая
$2x + y = 4$	$(0; 4), (2; 0)$	прямая
$x - y = 2$	$(0; -2), (2; 0)$	прямая

✦ Примеры, составленные по правилам построения графика линейного уравнения.

Графики системы двух уравнений



Каждый вариант показывает, как две прямые могут расположиться на плоскости и сколько общих точек они имеют.

Для системы уравнений важны пересечения прямых: одна точка, ни одной или бесконечно много.

✦ Иллюстративная схема по теме систем линейных уравнений.

Линейные зависимости в жизни школьника



Покупка тетрадей и ручек

Если каждая тетрадь стоит одинаково, общая стоимость покупки растёт по прямой зависимости от количества тетрадей. По таблице значений легко увидеть, сколько нужно заплатить за 2, 3 или 5 штук, а по графику — быстро сравнить варианты.



Поездка в транспорте

Когда цена одной поездки постоянна, расходы увеличиваются пропорционально числу поездок. Такой график помогает заранее оценить недельные траты и понять, хватит ли денег на проезд без лишних подсчётов.



Накопления на цель

Если откладывать одну и ту же сумму каждую неделю, накопления тоже меняются линейно. На графике видно, через сколько недель получится нужная сумма, а таблица показывает промежуточные значения без сложных вычислений.

Типичные ошибки при построении графика

1 Путают оси

Иногда координаты точки записывают неправильно или меняют местами ось x и ось y . Из-за этого все точки смещаются, а построенная прямая уже не соответствует уравнению.

2 Берут неудобный масштаб

Слишком крупный или слишком мелкий масштаб делает рисунок неточным и неудобным для чтения. Лучше заранее выбрать одинаковые деления и придерживаться их на всей плоскости.

3 Отмечают точки приблизительно

Даже маленькая ошибка в расположении точки меняет вид графика. Перед проведением прямой полезно ещё раз проверить координаты и аккуратно поставить точки на нужные клетки.



4 Проводят линию мимо точек

Иногда прямая проходит рядом с найденными точками, но не через них. В таком случае график уже не является точным изображением уравнения, и ответ может оказаться неверным.

5 Не проверяют подстановку

Если не подставить координаты в исходное уравнение, легко принять лишнюю точку за правильную. Проверка помогает убедиться, что точка действительно принадлежит графику.

Связь формулы, таблицы значений и графика



Один и тот же объект можно записать, вычислить и увидеть на плоскости. Эти три формы помогают проверять друг друга.

Формула задаёт зависимость, таблица показывает отдельные решения, а график объединяет их в наглядную прямую.



Иллюстративная схема по теме линейных уравнений с двумя переменными.



Линейное уравнение: формула, точки, прямая

График линейного уравнения с двумя переменными всегда является прямой. Достаточно найти две точки, чтобы построить её, проверить ответы и использовать координатную плоскость для практических задач.