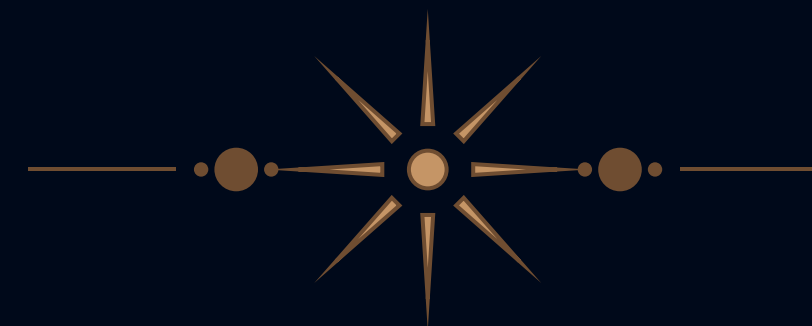
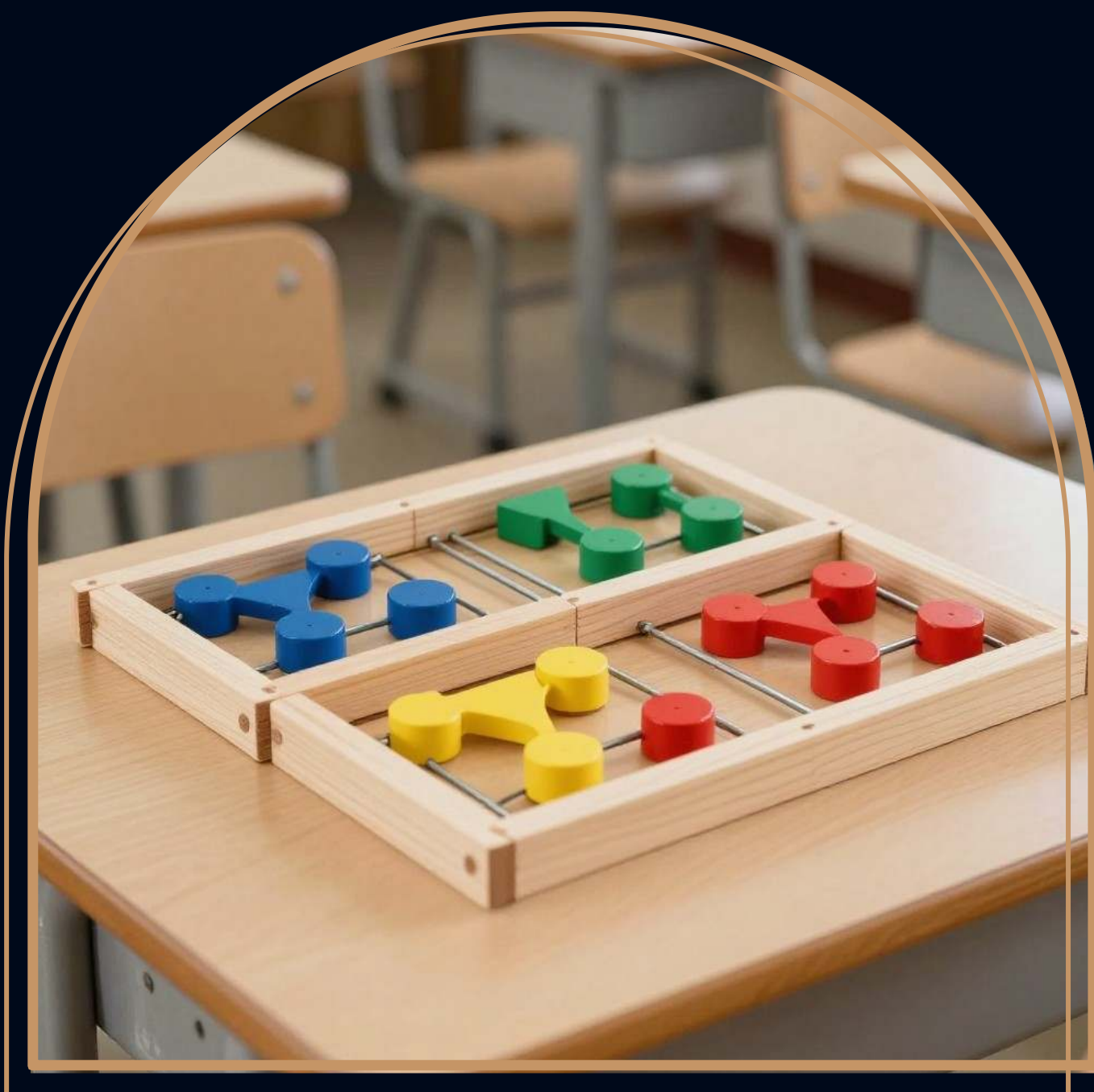


Системы линейных уравнений: общая идея и главные способы решения

Найти общие значения переменных для всех уравнений сразу.



Зачем изучать системы уравнений



Системы помогают связывать две зависимости в одной задаче и находить неизвестные по условиям. Они встречаются в задачах о покупках, движении и сравнении чисел, а также учат проверять ответ.



Линейное уравнение с двумя переменными

1. Общий вид

Линейное уравнение с двумя переменными записывают в виде $ax + by = c$, где x и y — неизвестные, а a , b и c — числа.

2. Что считается решением

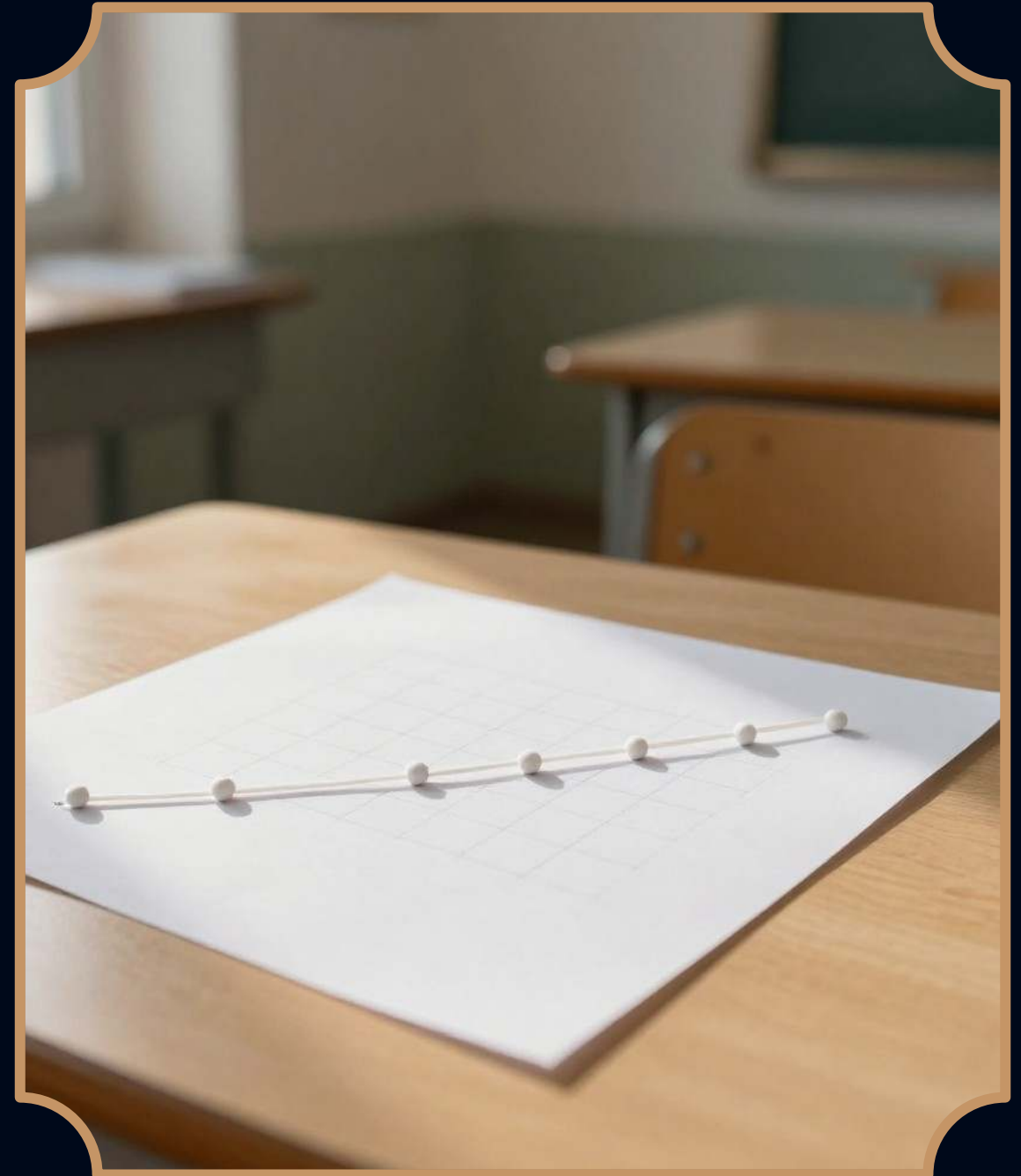
Решением называют любую пару чисел, при которой равенство становится верным. Одно уравнение может иметь много таких пар, а значит — много решений.

3. Как выглядит график

Если отметить все решения на координатной плоскости, они образуют прямую линию. Поэтому график линейного уравнения с двумя переменными — прямая.

4. Почему это удобно

Понимание графика помогает увидеть связь между уравнениями системы и быстрее определить, есть ли у них общая точка.



Система как две прямые на координатной плоскости

Каждое уравнение — своя прямая

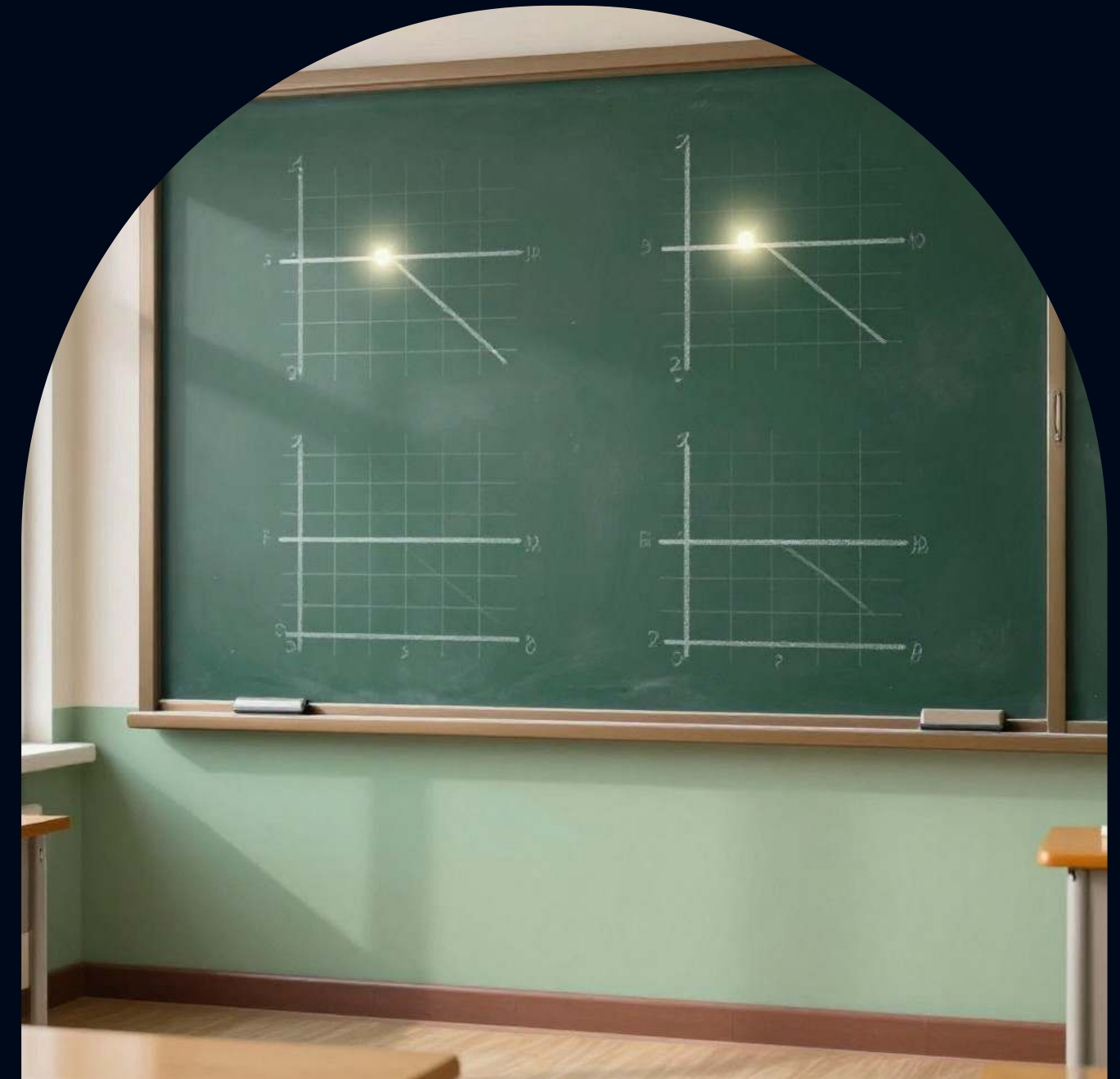
При построении системы каждое уравнение изображают отдельной прямой. Так можно увидеть, как две зависимости связаны между собой на одной плоскости.

Точка пересечения

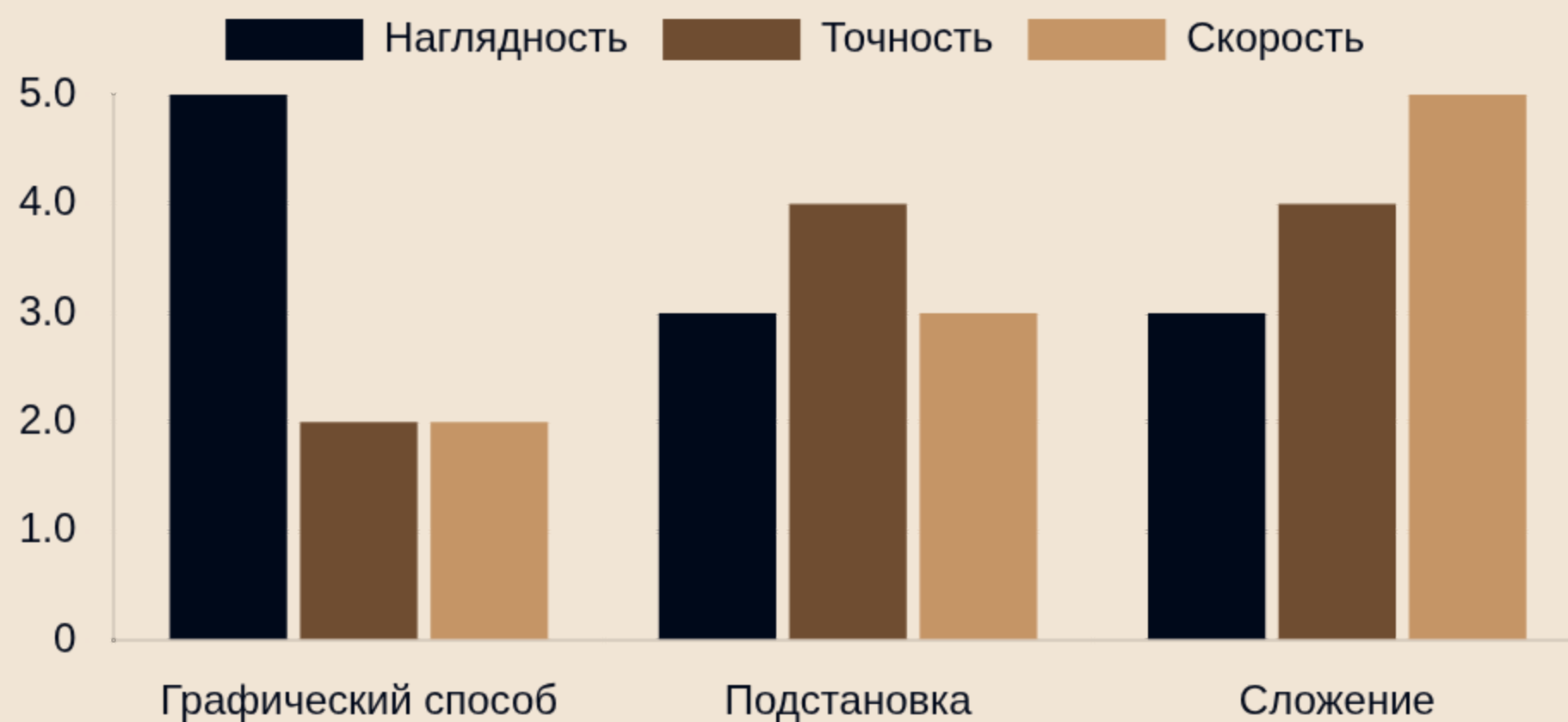
Если прямые пересекаются, их общая точка имеет одни и те же координаты для обоих уравнений. Именно они и являются решением системы.

Три возможных случая

Пересечение даёт одно решение, совпадение прямых — бесконечно много решений, а параллельные прямые означают, что общих точек нет.



Три способа решения: сравнение по удобству



Оценки показывают, что один и тот же метод может быть удобен по-разному в зависимости от задачи и формы записи уравнений.

Графический способ лучше для понимания, сложение часто быстрее, а подстановка занимает среднее положение по удобству.



Оценка по школьным свойствам методов решения систем уравнений (обобщение учебного материала 7 класса).

Графический способ решения системы

2. Построение второй прямой

Точно так же строят график второго уравнения, используя те же координатные оси и одинаковый масштаб.

1. Построение первой прямой

Первое уравнение изображают на координатной плоскости по двум точкам или по удобным значениям переменных.

3. Поиск общей точки

Находят точку пересечения прямых и записывают её координаты как ответ системы, затем при необходимости проверяют их.

Алгоритм решения подстановкой

Последовательность действий при замене одной переменной выражением через другую.

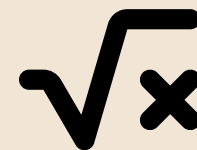


Когда подстановка особенно удобна



Переменная уже выражена

Подстановка особенно удобна, если в одном уравнении переменная уже почти изолирована, например $x = 5 - y$. Тогда остаётся только подставить выражение во второе уравнение.



Есть дроби и скобки

Этот способ часто помогает в системах с дробями, скобками и простыми коэффициентами, когда можно быстро заменить одну переменную и упростить запись.

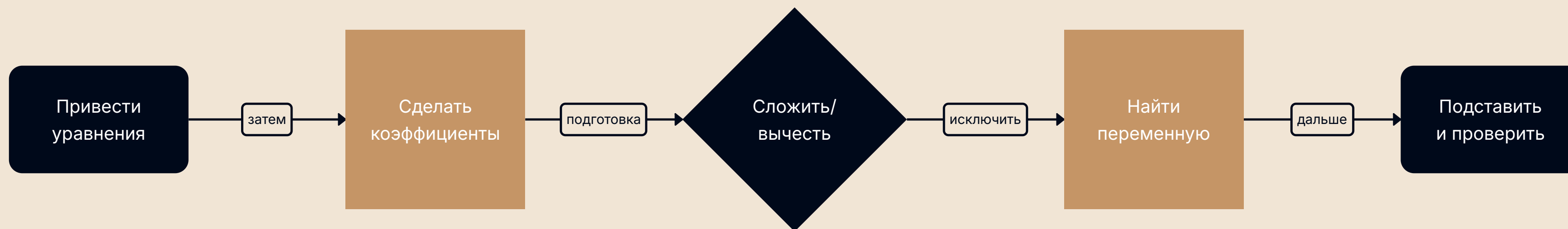


Нужна аккуратность

Главная трудность — не потерять знак при переносе слагаемых и верно раскрыть скобки. Поэтому каждое преобразование лучше записывать по шагам.

Алгоритм решения сложением

Последовательность действий, когда переменную удобно убрать при сложении или вычитании.



Сравнение способов решения системы



Таблица помогает быстро увидеть, какой способ выбрать в зависимости от вида системы и целей решения.

Способ	Когда удобен	Ограничение
Графический	Нужна наглядность	Неточность чтения
Подстановка	Переменная легко выражается	Длинные вычисления
Сложение	Козфф. легко убрать	Нужны преобразования

Наглядность даёт график, точность — подстановка и сложение; выбор зависит от формы уравнений и объёма вычислений.



Сравнение свойств методов решения систем линейных уравнений, курс алгебры 7 класса.

Система уравнений в жизненной задаче о покупках



Две покупки — одна модель

Если в одном магазине тетради и ручки покупают разными наборами, удобно обозначить цену тетради через x , а цену ручки через y . Тогда каждая покупка превращается в отдельное уравнение, а вместе они образуют систему.



Цена каждого предмета

Решая такую систему, находят не общую сумму, а стоимость каждого товара отдельно. Это особенно полезно, когда в условии даны два набора покупок и нужно понять, сколько стоит один предмет в каждом наборе.

Если прямые не параллельны, они пересекаются только в одной точке, и именно её координаты подходят обоим уравнениям.

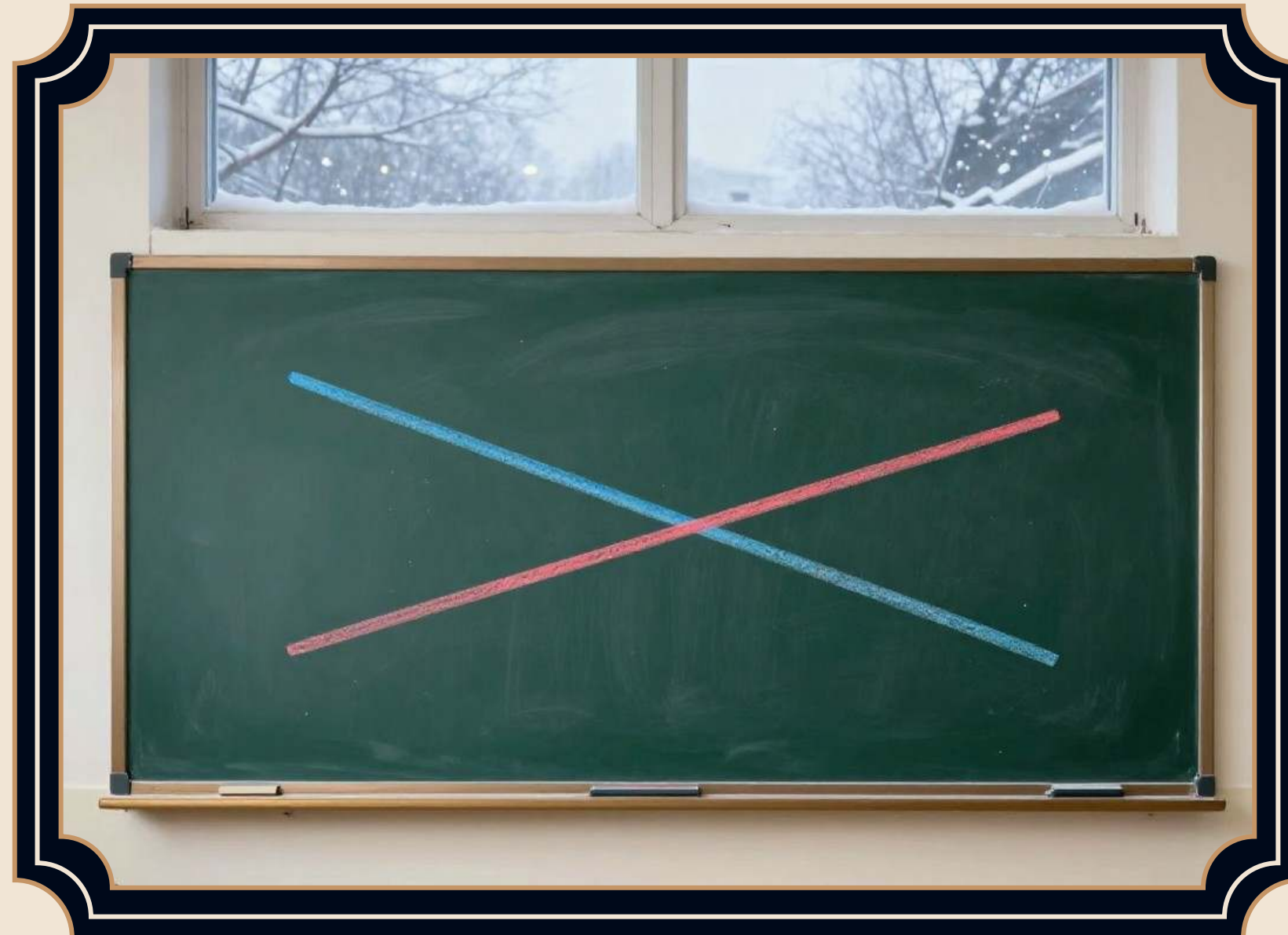


1

точка пересечения прямых даёт единственное решение
системы

Школьный курс алгебры, 7 класс

Система без решений



Прямые не встречаются

Если после построения видно, что прямые идут рядом и не имеют общей точки, система не имеет решения. Это означает, что одно и то же число не может удовлетворять обоим уравнениям сразу.

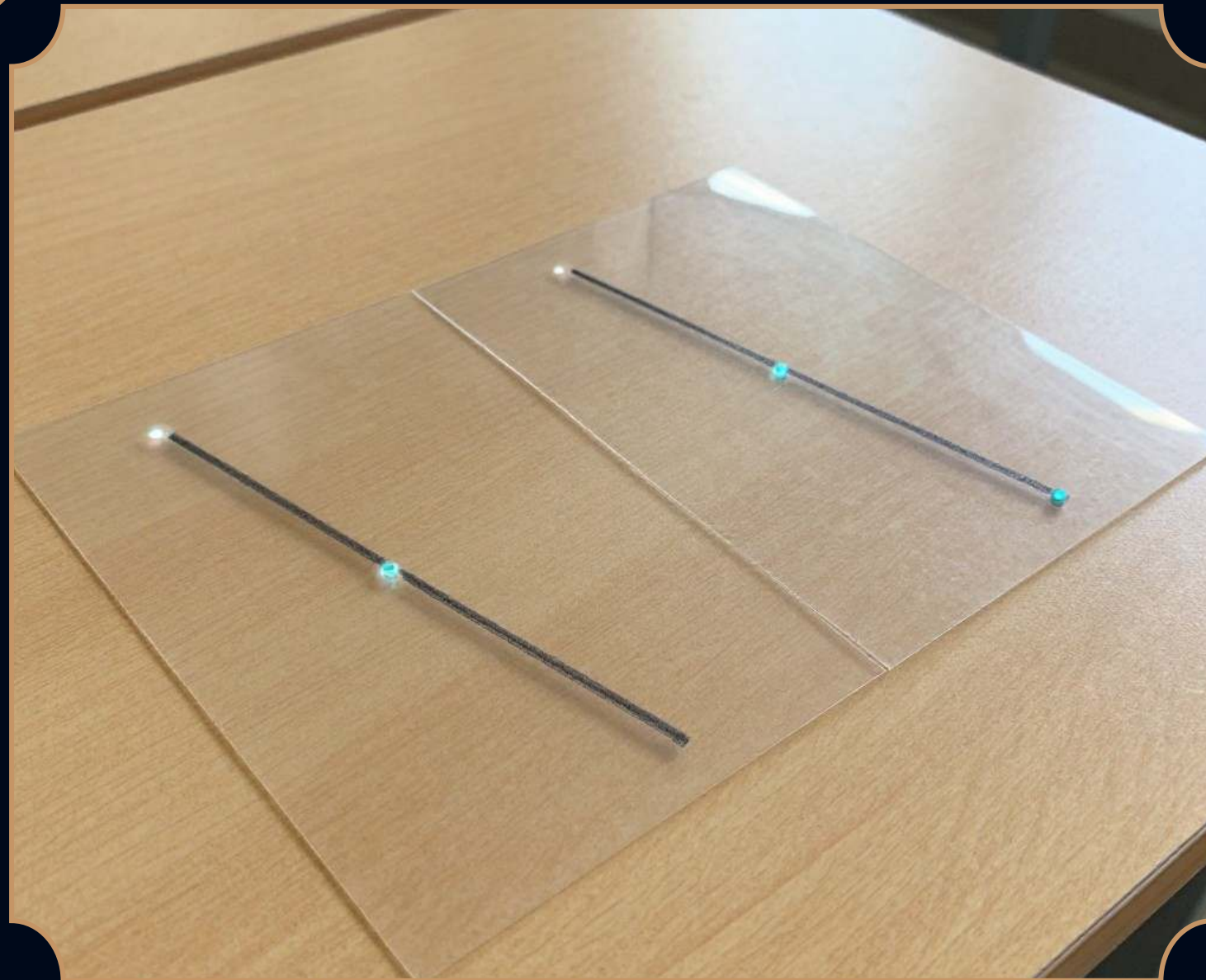
Несовместная система

Такая система называется несовместной. Она возникает, когда уравнения задают разные параллельные прямые, и ни одна пара координат не подходит для обоих равенств одновременно.

Признак при преобразовании

После упрощения часто получается одинаковый коэффициент при x и y , но разные свободные члены. Это удобный сигнал, что решения нет, и дальнейшие вычисления уже не изменят ответ.

Система с бесконечно многими решениями



Одна и та же прямая



01



Если оба уравнения после преобразования описывают одну прямую, у системы бесконечно много решений. Любая точка этой прямой одновременно подходит для первого и второго уравнения.

Неопределённая система



02



Такие системы называют неопределёнными. Это означает, что уравнения не противоречат друг другу, а повторяют одну и ту же зависимость в разных записях.

Равносильная запись



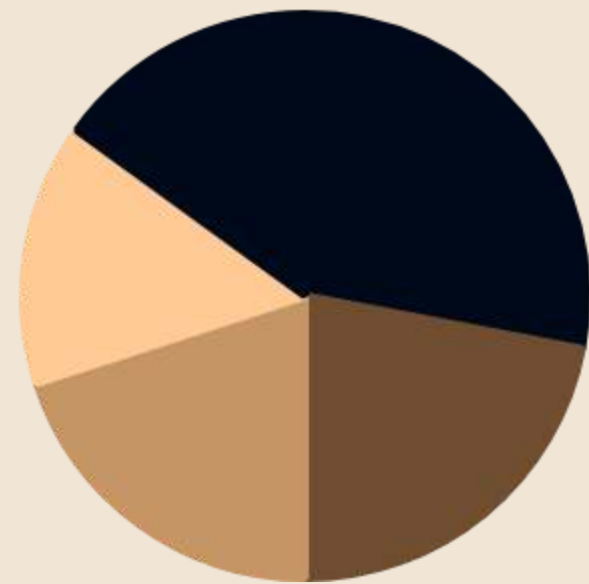
03



Иногда одно уравнение после упрощения полностью совпадает с другим или получается из него. Тогда система не даёт одной-единственной пары чисел, а описывает целое множество решений.

Частые ошибки при решении систем

■ Неверный знак при переносе ■ Раскрытие скобок
■ Арифметическая неточность ■ Построение графика
■ Нет проверки



Чаше всего ошибки появляются не в самой идее решения, а в записи знаков и аккуратности вычислений.

Наибольшая доля трудностей связана с переносом слагаемых и раскрытием скобок; проверка ответа помогает заметить многие ошибки до сдачи работы.

Учебная иллюстрация на основе типичных ошибок при решении систем, 7 класс

Проверка ответа в системе уравнений

1. Подставьте x и y

Сначала подставьте найденные значения x и y в первое исходное уравнение. Затем аккуратно выполните все вычисления, не меняя порядок действий и не пропуская знаки.

2. Проверьте второе уравнение

После этого подставьте те же значения во второе уравнение. Если оба равенства верны, решение системы найдено правильно и подходит всем условиям задачи.

3. Найдите источник ошибки

Если хотя бы одно равенство не выполняется, нужно вернуться к вычислениям. Ошибка может быть в преобразовании, в переносе членов или в построении графика.

Мини-словарь основных терминов

Термин	Смысл
Система уравнений	Общие неизвестные
Решение системы	Подходящая пара
Совместная система	Есть решение
Несовместная система	Нет решений
Равносильные уравнения	Одинаковые решения

Короткие определения помогают не путать названия и быстрее понимать, что означает результат решения системы.

Термины помогают сразу определить, есть ли у системы ответ и как его правильно описывать.

Школьный курс алгебры, 7 класс

Как координаты точки связаны с решением системы

Точка пересечения

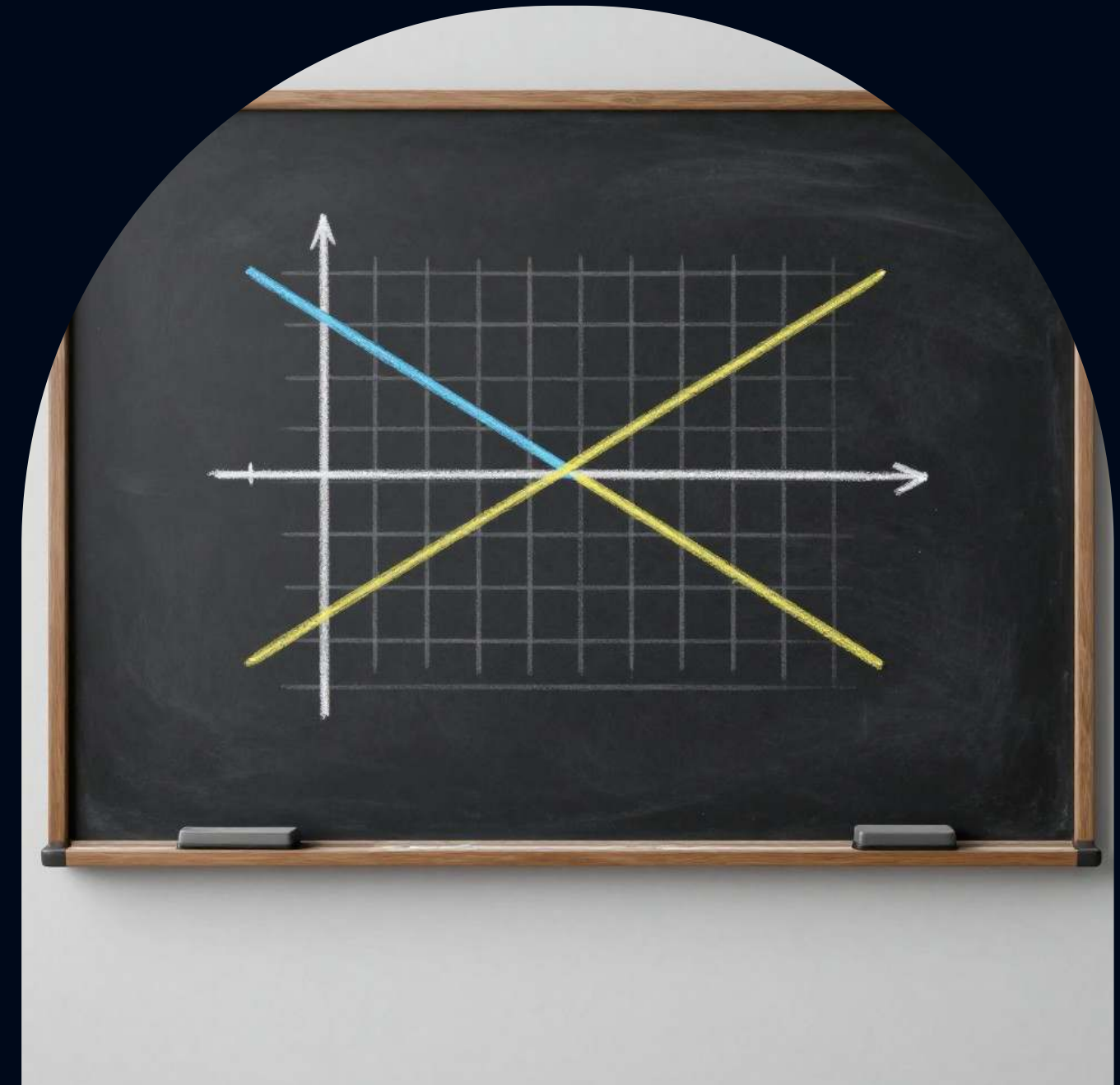
Если две прямые пересекаются, координаты этой точки записывают как $(x; y)$. Именно эта пара чисел становится решением системы, потому что лежит на обеих прямых одновременно.

Проверка на принадлежность

Чтобы убедиться в правильности, подставляют координаты точки в оба уравнения. Если каждое равенство выполняется, значит, точка действительно принадлежит обеим прямым.

Графический смысл

На рисунке удобно выделить координатную сетку, подписать прямые и отметить общую точку. Так становится видно, почему ответ системы связан не с одной линией, а с их пересечением.



Как выбрать способ решения в 7 классе



01



Сначала посмотрите
на вид системы

Если нужно быстро понять
смысл задачи, начните
с графического способа.
Он помогает увидеть, сколько
решений может быть и где
находится точка пересечения.



02



Оцените, что легче
выразить

Когда в одном уравнении
переменная уже почти
изолирована, удобнее
использовать подстановку.
Этот способ особенно хорош,
если выражение короткое
и не требует длинных
преобразований.



03



Сравните коэффициенты

Если коэффициенты легко
сделать противоположными,
выгодно применять сложение.
Тогда одна переменная
исчезает сразу, и вычисления
обычно становятся короче
и аккуратнее.



Системы линейных уравнений: один ответ, три пути к нему

Системы линейных уравнений учат видеть связь между двумя зависимостями и выбирать удобный способ решения. График, подстановка и сложение помогают получить ответ, а проверка делает его надёжным.