



Метод подобия и метрические соотношения в окружности

Поймём, как из равных углов
получать пропорции, а из
свойств окружности —
формулы для отрезков.

Зачем нужны подобие и соотношения в окружности

Подобие помогает находить неизвестные длины, когда измерять напрямую нельзя. В задачах про окружность часто появляются точки внутри и вне круга, а также хорды, касательные и секущие — и их связи опираются на пропорции.



2

Если один треугольник увеличили во столько раз, все его стороны увеличиваются тем же коэффициентом, а углы не меняются.

Подобные треугольники имеют одинаковые углы и пропорциональные стороны. В задачах об окружности их часто получают из равных вписанных углов и прямого угла между радиусом и касательной.

Свойство подобия треугольников

Признаки подобия, которые чаще всего встречаются



По двум углам

Если в двух треугольниках есть по два равных угла, то третий угол тоже совпадает, а треугольники оказываются подобными. В окружности это часто задаётся равными вписанными углами.



По двум сторонам и углу между ними

Когда две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого и угол между ними равен, получаем подобие без лишних построений. Такой признак удобен при наличии параллельных линий в чертеже.



Три стороны пропорциональны

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого, то треугольники подобны. В задачах с окружностью пропорции сторон часто возникают после выделения одинаковых углов.

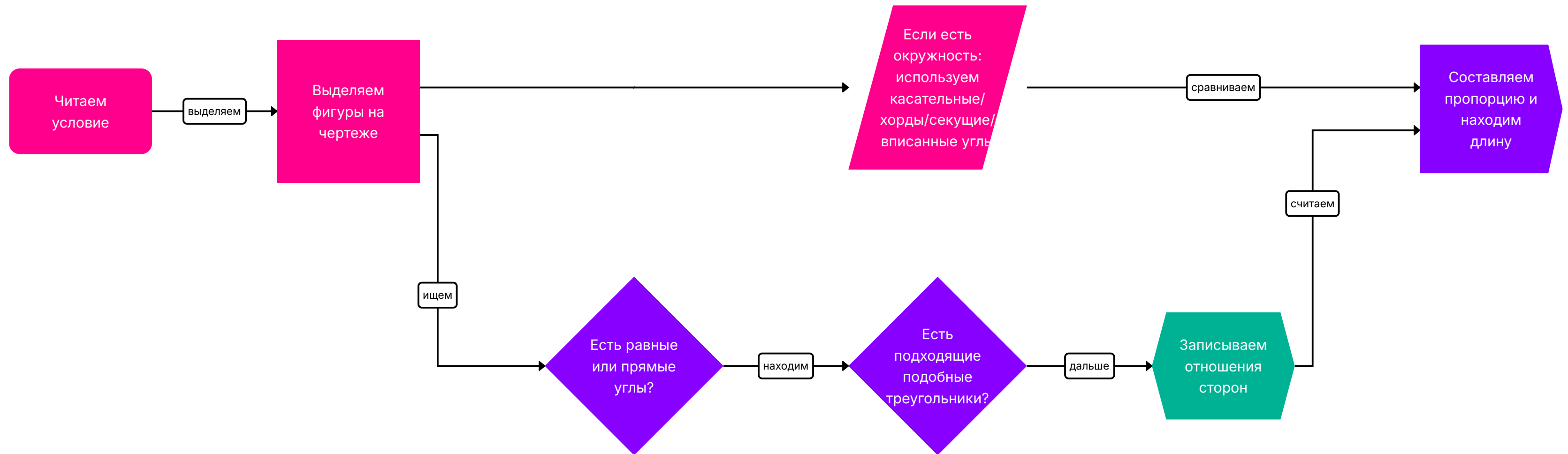


Ключевые углы из окружности

Особенно часто подобие «рождается» из равных вписанных углов, опирающихся на одну дугу, а также из прямого угла между радиусом и касательной в точке касания.

Как решается задача методом подобия

Порядок шагов: от чертежа и углов — к пропорциям, затем к нужной длине.



Касательная и радиус

1

Радиус, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной. Из этого сразу появляются прямоугольные треугольники, а значит, дальше удобно переходить к подобию и пропорциям.

2

Перпендикулярность помогает решать задачи про расстояния до центра окружности и про длину касательной: нужные отрезки связываются через треугольники с общими углами.

3

Когда на чертеже есть касательная и радиус, стоит искать прямой угол и отмечать его у точки касания. Часто это сокращает решение до короткой цепочки «углы $\rightarrow$ подобие $\rightarrow$ длины».

Основные метрические соотношения в окружности

Подход: определить, какие линии пересекают окружность, и затем применить формулу с произведениями отрезков.

Во всех трёх типичных случаях ключевое — произведение частей отрезков. Поэтому полезно аккуратно делить отрезки на внешние и внутренние фрагменты.

Свойства окружности из школьного курса геометрии (8 класс)

Ситуация	Основная формула	Что находится
Пересекающиеся хорды	$AE \cdot EB = CE \cdot ED$	неизвестный отрезок
Касательная и секущая	$k^2 = (\text{вся секущая}) \cdot (\text{внешняя часть})$	касательная или часть секущей
Две секущие из одной точки	$(\text{внешн.})(\text{вся}) = (\text{внешн.})(\text{вся})$	отрезки за пределами окружности

3

Если известны три части
пересекающихся хорд, оставшуюся
можно найти из равенства
произведений.

При пересечении двух хорд внутри окружности
произведение отрезков одной хорды равно
произведению отрезков другой: $AE \cdot EB = CE \cdot ED$.

Теорема о пересекающихся хордах

Секущая, касательная и степень точки

1

Если точка находится вне окружности, то квадрат длины касательной равен произведению всей секущей на её внешнюю часть. Это свойство называют степенью точки и применяют для вычислений длин.

2

Сравнение касательной и секущей работает даже тогда, когда линия секущей пересекает окружность: внутри и снаружи образуются разные части отрезков, и именно они входят в формулу.

3

Если из одной внешней точки провести две секущие, для них тоже выполняется равенство произведений внешних и полных частей. Поэтому можно находить разные неизвестные фрагменты.

Какие связи в окружности встречаются чаще всего

Чаще всего в задачах 8 класса сначала «включают» подобие через равные углы, а затем используют касательную и радиус.

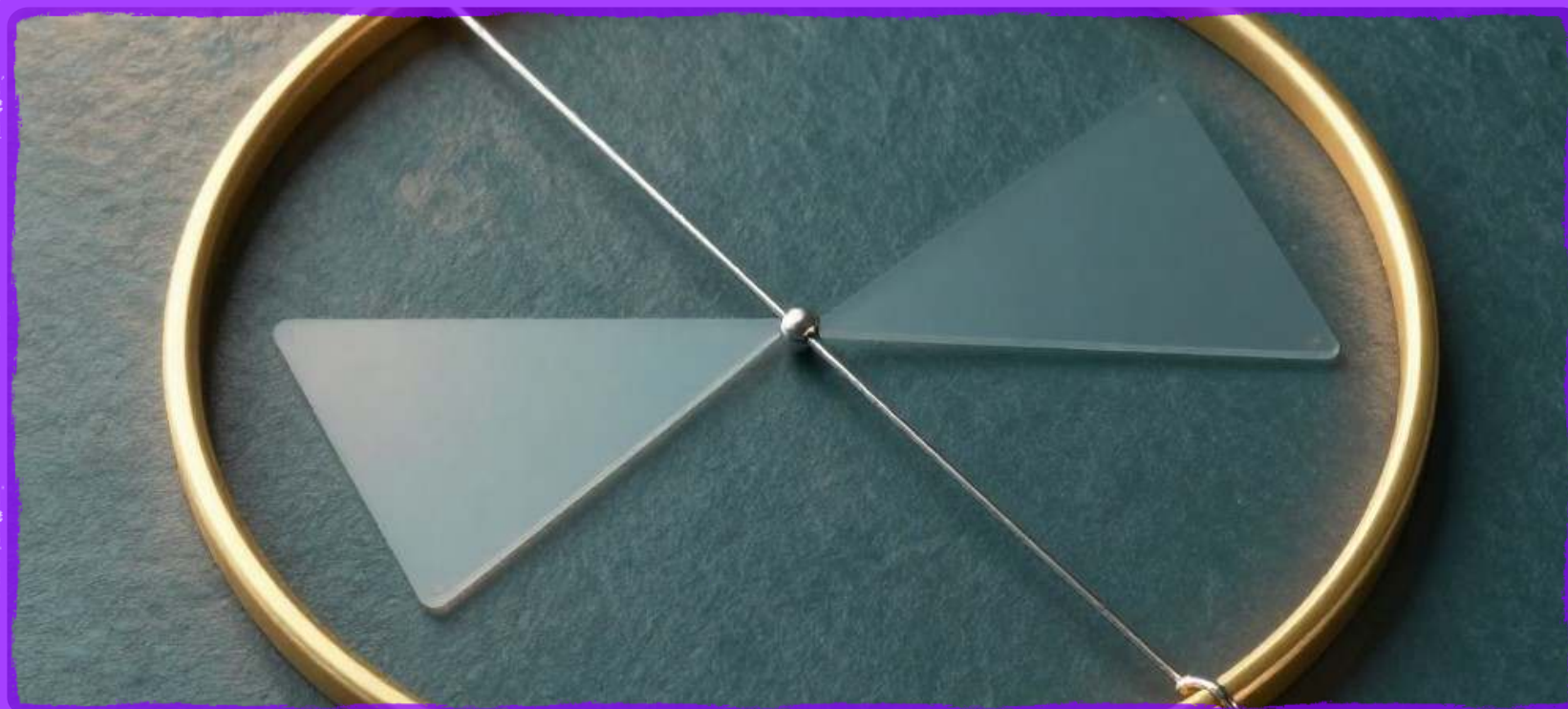
Диаграмма показывает приоритет: начинать стоит с случаев с углами и касательной, а уже потом переходить к более «точным» формулам для хорд и секущих.

Иллюстративная шкала (условные единицы), без привязки к статистическому подсчёту по контрольным/учебникам.

Вписанные углы как источник подобия

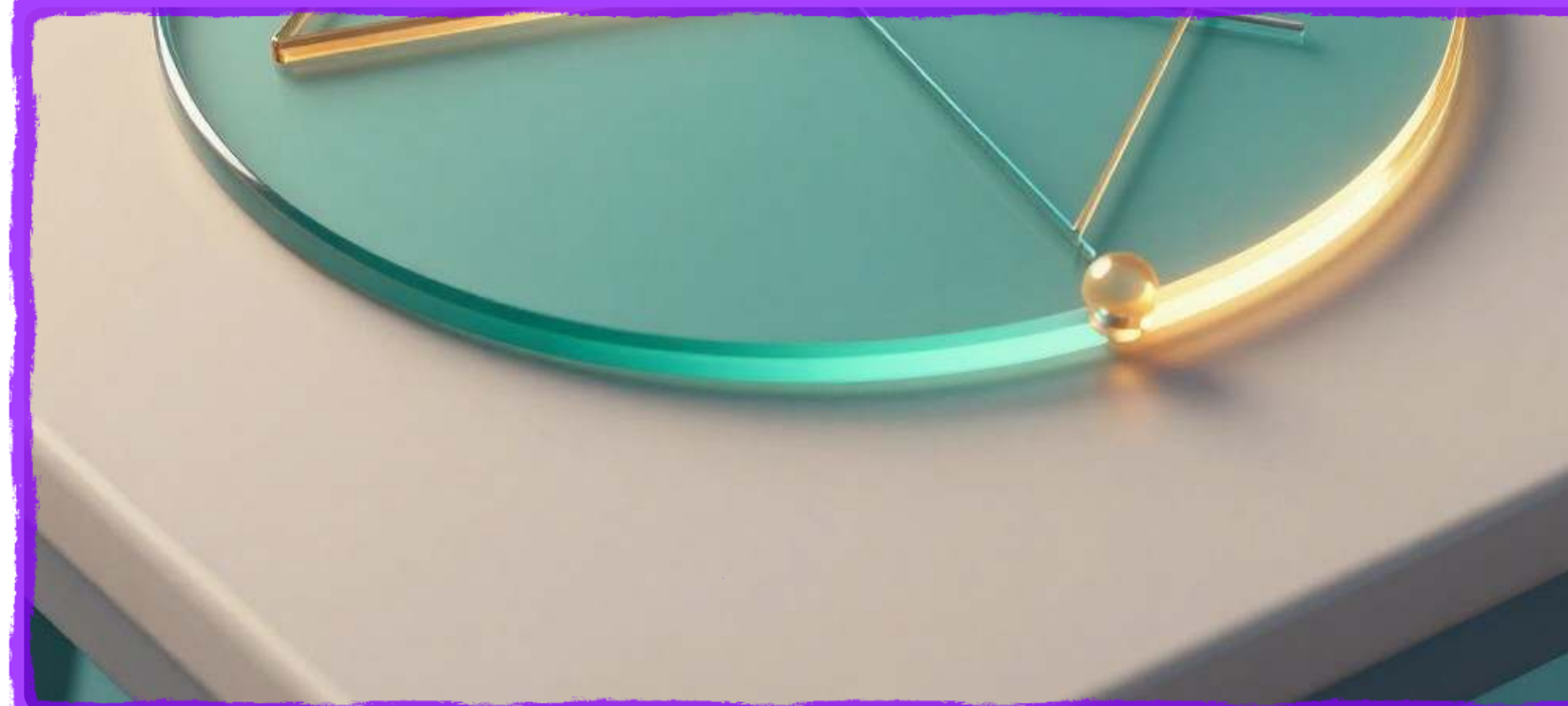
Одна дуга — два одинаковых взгляда

Представьте окружность и две хорды, которые образуют два вписанных угла. Если эти углы опираются на одну и ту же дугу, они равны — как два «отражения» одного и того же участка окружности. На рисунке это помогает сразу увидеть пару треугольников с равными углами и естественным переходом к подобию.



Равные углы превращают чертёж в пропорцию

Когда вписанные углы равны, соответствующие стороны треугольников оказываются пропорциональны. Визуально это можно подчеркнуть выделенными дугами: там, где дуга одна и та же, углы совпадают, а значит, треугольники сходны по форме. Дальше остаётся записать отношения длин и найти нужный отрезок без «слепых» измерений.



Диаметр и хорда

1

Диаметр, проходящий через середину хорды и перпендикулярный ей, делит хорду пополам. Это не просто наблюдение на чертеже: свойство следует из геометрических связей внутри окружности.

3

В задачах на симметрию такие ситуации встречаются часто: нужно показать равенство частей хорды или построить перпендикуляр. Как только появляется середина хорды, диаметр становится «главным инструментом» для угловых выводов.

2

Обратное утверждение тоже верно: если диаметр проходит через середину хорды, то он перпендикулярен хорде. Поэтому по одной детали можно сделать вывод о прямом угле и симметрии отрезков.

4

Когда мы получаем перпендикулярность, возникают прямоугольные треугольники, а значит, становятся доступными дополнительные признаки подобия. Тогда неизвестные длины проще выражать через равные углы и пропорции сторон.

Какой случай соответствует какой формуле

Выбор формулы зависит от того, какие линии проведены относительно окружности и какие части отрезков известны. Эти три типичных сценария помогают быстро понять, что именно искать и какое соотношение применять.

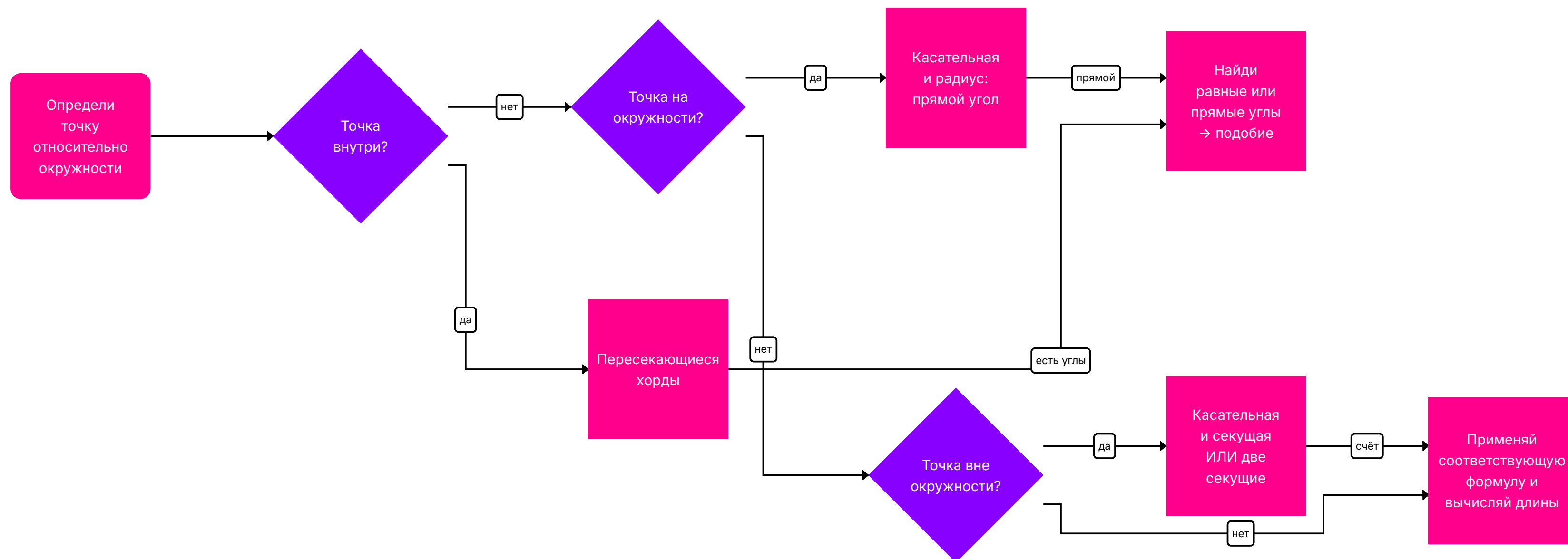
Если точка находится внутри — обычно работают пересекающиеся хорды; если снаружи — задействуются секущие и касательная. Формула «выбирается» по положению точки и по виду проведённых прямых, а не по внешнему впечатлению.

Школьный курс геометрии (8 класс), метрические соотношения в окружности

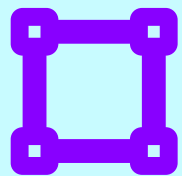
Случай	Что известно	Что ищут
Пересекающиеся хорды	части двух хорд	одну неизвестную часть
Касательная и секущая	длина касательной и часть секущей	вторую часть секущей
Две секущие из одной точки	внешние части или полные длины	недостающий отрезок

Как распознать нужное соотношение

Алгоритм выбора связей в окружности: от положения точки и вида линий к нужной формуле или к подобию треугольников.

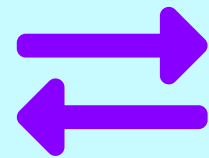


Типичные ошибки в задачах



Путают хорду и секущую

Хорда лежит внутри окружности и соединяет две точки на ней. Секущая проходит через окружность и выходит за её пределы. Если перепутать их, формула для произведений отрезков применится неправильно.



Сбиваются с соответствующими сторонами

В подобных треугольниках важно сопоставлять стороны по соответствующим углам. Ошибка часто возникает, когда углы подписаны верно, но стороны берут «на глаз», без проверки, какие вершины совпадают.



Забывают про точку касания и единицы

В задачах с касательной нужно чётко указать точку касания, потому что прямой угол относится именно к ней. Также полезно проверить единицы измерения: длины должны получаться в одной системе.

Что помогает решать задачи быстрее

Чем точнее вы фиксируете равные и прямые углы на чертеже, тем меньше вычислений приходится «додумывать». Это сокращает путь до нужной пропорции.

Диаграмма показывает, что решающими оказываются визуальные опоры: правильный чертёж и выделение углов. Проверка ответа по смыслу снижает риск ошибочной формулы или неверной части отрезка.

Оценка по частоте встречаемости шагов в учебных задачах (8 класс), 2026-05-12

Пример задачи с касательной и секущей



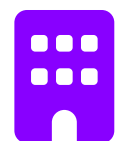
Возьмём внешнюю точку: из неё проведены касательная к окружности и секущая, пересекающая окружность. На чертеже обычно известна длина касательной и длина внешней части секущей. Неизвестной остаётся внутренняя часть отрезка внутри окружности.



Чтобы найти её, используют степень точки: квадрат касательной равен произведению всей секущей на её внешнюю часть. Благодаря одному соотношению вычисления становятся короче, а связь «внешняя точка — окружность» читается сразу.



Где эти идеи встречаются в жизни



Строительство и разметка

В строительстве подобие помогает переносить размеры с макета на реальный объект и проверять правильность геометрических форм. Связи внутри окружностей применяют при расчётах дуг, опор и элементов с круглыми контурами.



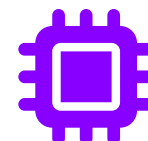
Чертёжные задачи и планирование

При работе с чертежами часто нужно находить длины, не измеряя их напрямую, а опираясь на углы и симметрию. Окружности встречаются в разметке отверстий, окружных креплениях и в компоновке деталей.



Навигация и измерения

В навигации и геодезических приложениях круговые траектории подталкивают к задачам на отрезки и углы, похожие на школьные. Идея одна: если известны части, можно восстановить другие через геометрические отношения.



Компьютерная графика

В графике окружности и подобные фигуры используют для построения плавных форм и корректного масштабирования. Понимание углов и пропорций помогает разрабатывать алгоритмы, где результат зависит от геометрии, а не от «ручных» измерений.

От углов к формулам: логика темы

Сначала находим геометрическую опору: равные или прямые углы. Затем получаем подобие, а уже после применяем метрические соотношения для хорд, касательных и секущих.

Формулы не «запоминаются отдельно»: они вытекают из свойств углов и взаимного положения линий относительно окружности. Поэтому правильная последовательность действий ускоряет решение.

Конспект по логике изучения темы, 2026-05-12

Урок завершён: геометрия становится вычислением

Метод подобия связывает углы и длины, а метрические соотношения дают точные формулы для хорд, касательных и секущих. В задачах сначала выявляют равные/прямые углы и положение точек, затем применяют пропорции или произведения отрезков.