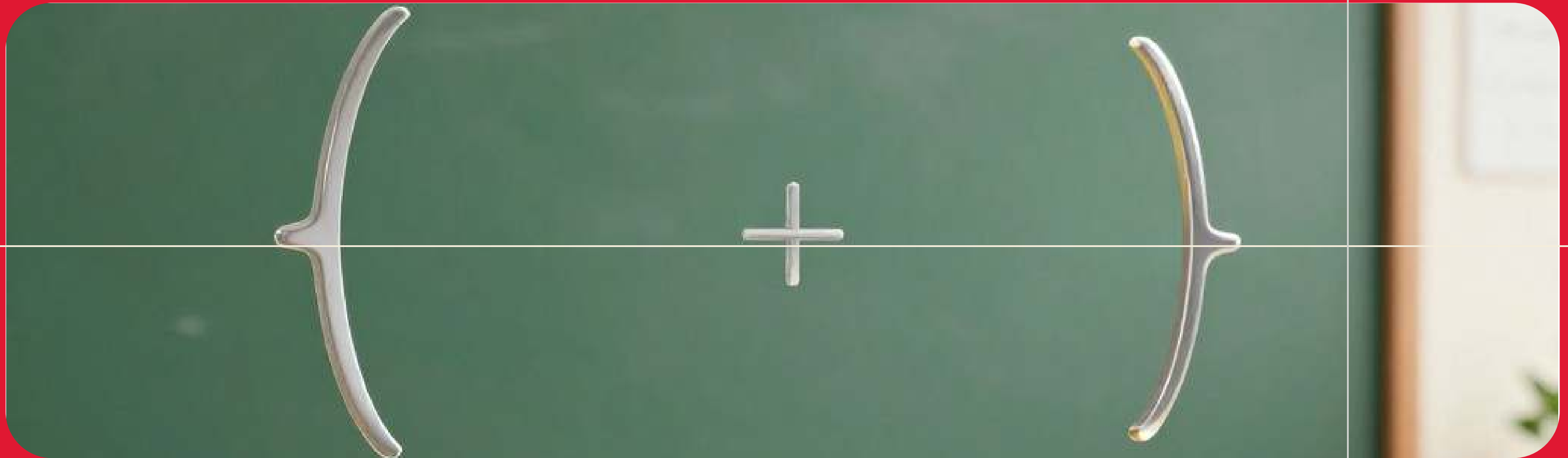




Разложение на множители через вынесение общего множителя за скобки

Сумму можно превратить в произведение, если вынести общий множитель.



Почему этот приём важен

Вынесение общего множителя помогает упрощать выражения, проверять вычисления и преобразовывать формулы. На уроках алгебры особенно важно быстро находить общий делитель и одинаковую буквенную часть, чтобы запись стала короче и удобнее для дальнейших действий.

Что называется общим множителем

Общая часть всех слагаемых

Общий множитель — это число, буква или выражение, которое входит в каждое слагаемое. Именно его можно вынести перед скобками, чтобы исходная сумма или разность стала произведением.

Числовой пример

В выражении $12x+18$ общим множителем является 6, потому что и 12, и 18 делятся на 6 без остатка. После деления получаются новые числа внутри скобок.

Буквенный пример

В выражении $3a+3b$ общий множитель — 3. Он присутствует в обоих слагаемых, поэтому его можно вынести, а в скобках оставить результаты деления каждого члена.

Множитель со степенью

В выражении $5x^2+10x$ общим множителем будет $5x$. Здесь совпадают и числовая часть, и буква x , а после деления степень буквы в оставшейся части выражения становится меньше.

Запись после вынесения

После преобразования общий множитель пишут перед скобками, а внутри остаются частные от деления каждого слагаемого. При этом значение выражения не меняется.

Основное правило вынесения за скобки

01

Найти общий множитель

Сначала определяют число, букву или выражение, которое есть в каждом слагаемом. Без этого невозможно правильно начать разложение на множители.

02

Разделить каждое слагаемое

Каждое слагаемое делят на найденный общий множитель. Результаты деления записывают внутри скобок, а сам множитель выносят перед ними.

03

Получить новую запись

Например, $9x+12$ можно записать как $3(3x+4)$. Здесь $9x:3=3x$, а $12:3=4$, поэтому деление выполнено верно.

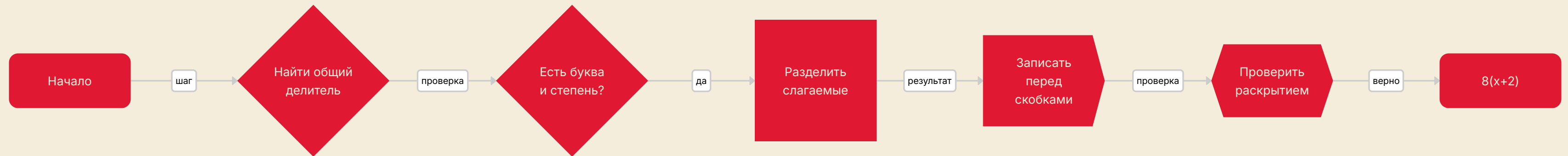
04

Проверить ответ

Затем раскрывают скобки и сравнивают результат с исходным выражением. Если снова получается $9x+12$, значит, разложение выполнено правильно.

Алгоритм разложения на множители

Последовательность действий на примере выражения $8x+16$



Как выглядит запись на примере



Исходное выражение

Запись $8x+16$ состоит из двух слагаемых. В каждом из них есть общий числовой множитель 8, поэтому выражение удобно преобразовать в произведение.



Что остаётся в скобках

После деления $8x$ на 8 получаем x , а 16 на 8 — 2. Эти результаты и записываются в скобках после вынесения общего множителя.



Новая форма записи

Итоговое преобразование выглядит так: $8x+16=8(x+2)$. Сумма превращается в произведение, но её значение остаётся тем же.



Проверка преобразования

Если раскрыть скобки в $8(x+2)$, снова получится $8x+16$. Это показывает, что вынесение общего множителя выполнено без ошибок.

Примеры разложения с ответами

В таблице показаны несколько типичных преобразований, с которыми можно встретиться на уроках алгебры в 7 классе.

Общий множитель может быть числом, буквой или их произведением; знак минус внутри скобок меняется после вынесения.

Школьный курс алгебры, 7 класс

Выражение	Общий множитель	Ответ
$6a+12$	6	$6(a+2)$
$10x+15$	5	$5(2x+3)$
$14m-21$	7	$7(2m-3)$
$9p+6q$	3	$3(3p+2q)$

Как находить числовой общий множитель

01

Сравнить числа

Сначала смотрят на числа в каждом слагаемом и находят их наибольший общий делитель. Именно он обычно становится числовым множителем, который выносят за скобки.

02

Проверить на примерах

Для 18 и 24 общий множитель равен 6, для 15 и 20 — 5, а для 8 и 12 — 4. Эти числа делят каждое слагаемое без остатка.

03

Учесть знак минус

Если в выражении есть отрицательные числа, минус тоже можно вынести перед скобками. Тогда внутри записи знаки меняются на противоположные, и выражение становится удобнее для дальнейшей работы.

Сравнение выражений до и после вынесения общего множителя

Каждый пример становится компактнее по записи и удобнее для дальнейших преобразований.

Преобразование не меняет значение выражения: меняется только форма записи, а общий множитель становится заметнее.

Учебные примеры по теме вынесения общего множителя

Общий буквенный множитель

01

Одинаковая буква

Если в каждом слагаемом есть одна и та же буква, её тоже можно вынести за скобки. Так получается более короткая и наглядная запись.

02

Пример с произведением

В выражении $ax+ay$ общий множитель — a , поэтому запись превращается в $a(x+y)$. Здесь буква вынесена, а в скобках остались частные от деления.

03

Степени букв

В выражении $3x^2+6x$ можно вынести $3x$ и получить $3x(x+2)$. Это возможно потому, что буквенная часть присутствует в обоих слагаемых.

04

Проверка делением

Буквенный множитель всегда нужно проверять по каждому слагаемому отдельно. Если хотя бы одно слагаемое делится неверно, разложение будет ошибочным.

-4

Если вынести этот множитель перед скобками, знаки внутри меняются на противоположные.

Минус перед скобками помогает быстро переписать выражение и не потерять знак первого слагаемого.

Пример из школьного курса алгебры

Почему это действие обратимо



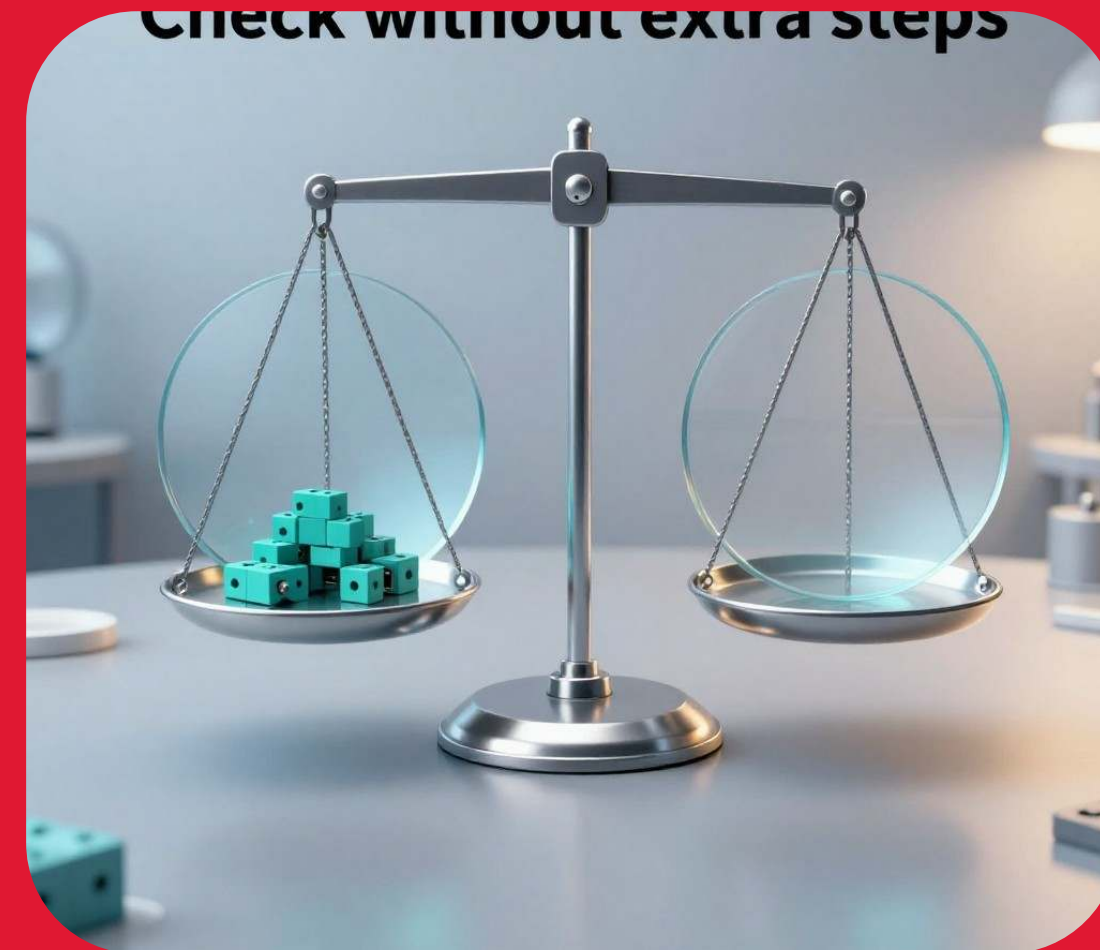
От суммы к произведению

Когда у выражения есть общий множитель, сумму можно свернуть в одно произведение. Так запись становится компактнее, но значение не меняется. На схеме это выглядит как движение от нескольких слагаемых к одному множителю и скобкам.



От произведения к сумме

Если раскрыть скобки, получится исходная сумма или разность. Это показывает, что разложение на множители и раскрытие скобок работают в противоположных направлениях. Две стрелки на иллюстрации подчеркивают именно эту обратимость.



Проверка без лишних шагов

Связь между действиями удобна для самопроверки: достаточно раскрыть скобки и сравнить результат с исходной записью. Если выражения совпали, разложение выполнено верно. Поэтому оба действия всегда изучают вместе.

Типичные ошибки при вынесении общего множителя

В таблице собраны самые частые ошибки и способ их избежать.

Главное правило: после раскрытия скобок должно получаться исходное выражение без изменений.

Типичные ошибки на уроках алгебры в 7 классе

Ошибка	Что делать	Проверка
Не вынесли делитель	Найти общий множитель	Сравнить коэффициенты
Делили не всё	Поделить каждый член	Без пропусков
Потеряли минус	Вынести знак вместе	Знаки совпали
Неверно в скобках	Проверить деление	Раскрыть скобки

Разложение с несколькими слагаемыми

1. Найти общий делитель

Сначала рассматривают все слагаемые сразу и ищут число, на которое делится каждое из них без остатка.

2. Разделить каждый член

Затем каждое слагаемое делят на найденный множитель. Важно ничего не пропустить, даже если в выражении разные буквы.

3. Записать результат в скобках

Общий множитель ставят перед скобками, а внутри пишут полученные частные. Так, $2x+4y+6$ превращается в $2(x+2y+3)$.

Как меняется запись после разложения

Диаграмма показывает, что одна и та же запись может быть представлена в более короткой форме без изменения значения.

После вынесения общего множителя выражение становится компактнее, а его структура — нагляднее.

Иллюстративная схема по теме разложения на множители

Где применяется разложение на множители



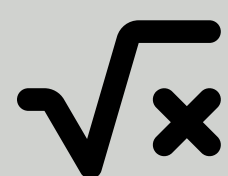
Упрощение дробей

Общий множитель помогает сократить числитель и знаменатель, если в них есть одинаковая часть. Это делает дробь проще и удобнее для дальнейших действий.



Удобные вычисления

Иногда выражение можно перестроить так, чтобы считать было легче. Разложение помогает сгруппировать числа и быстрее выполнить арифметические действия.



Решение уравнений

Когда общий множитель вынесен за скобки, уравнение часто становится понятнее. Так проще заметить, какие значения подходят для ответа.

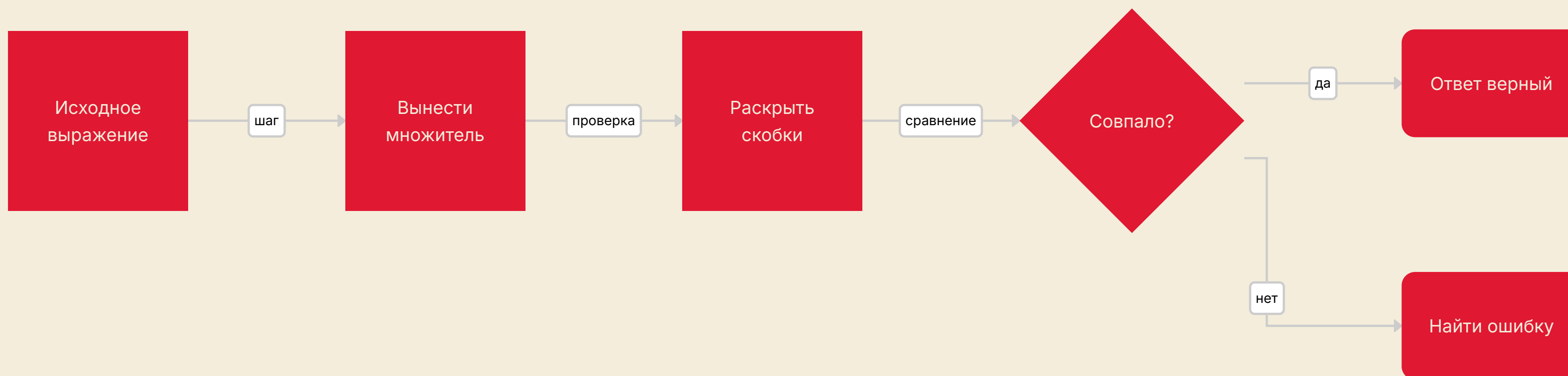


Проверка равенств

Разложение помогает убедиться, что обе части записи действительно совпадают. После преобразования удобно проверить результат раскрытием скобок.

Как проверить правильность разложения

Схема показывает, как сравнить исходное выражение и результат после раскрытия скобок.



Общий множитель как «ключ» к выражению



Одна общая часть для двух слагаемых

В выражении $12x+18$ можно увидеть общий множитель 6, который «открывает» оба слагаемых сразу. После вынесения получается $6(2x+3)$, и исходная запись превращается в более короткую и удобную форму.



Скобка хранит всё остальное

Когда общий множитель вынесен, внутри скобок остаются только результаты деления. Это похоже на общий ключ и две ячейки с разными деталями, которые вместе образуют одно целое. Такой образ помогает лучше запомнить правило.

Мини-практика с ответами

Сравните выражение и его разложение. Во всех примерах общий множитель вынесен верно.

Сначала находят общий делитель, затем делят каждый член. После раскрытия скобок получается исходная запись.

Тренировочные примеры по теме разложения на множители

Выражение	Ответ	Проверка
$20a+30$	$10(2a+3)$	верно
$7x-21$	$7(x-3)$	верно
$4m+12n$	$4(m+3n)$	верно
$9p+6$	$3(3p+2)$	верно

Главная идея темы

Вынесение общего множителя переводит сумму или разность в произведение.
Если каждый член делится на один и тот же множитель, запись становится короче,
а проверка раскрытием скобок подтверждает правильность.